

3.3 Evolución, Teorías y modelos de crecimiento de la población humana (geométrico, aritmético, Teoría de Malthus).

Objetivo.- conocer los tipos de crecimiento de la población y los modelos matemáticos de crecimiento.

Estrategias reproductivas r y K

Las **estrategias reproductivas r y K** son dos tipos de adaptaciones evolutivas que explican cómo las especies se reproducen y sobreviven en diferentes **ecosistemas**, dependiendo de las condiciones ambientales, la competencia y los recursos disponibles.

El tipo de estrategia r.-

Características principales:

- Alta tasa de natalidad.
- Maduración temprana.
- Mucha descendencia, pero poca inversión por cría.
- Alta mortalidad infantil.
- Ciclos de vida cortos.

Ambientes típicos:

- Inestables, impredecibles, con muchos recursos temporales (ecosistemas pioneros, perturbados o recién colonizados).

Ejemplos de organismos r-estrategas:

- Insectos (mosquitos), roedores (ratones), hierbas, peces como sardinas.

Ventaja en el ecosistema:

- Pueden **colonizar rápidamente** espacios vacíos o nuevos (por ejemplo, tras una erupción volcánica o incendio forestal).

Estrategias reproductivas r y K

En la estrategia K.-

Características principales:

- Baja tasa de natalidad.
- Maduración tardía.
- Poca descendencia, pero gran inversión en cuidado parental.
- Baja mortalidad infantil.
- Ciclos de vida largos.

Ambientes típicos:

- Estables, con competencia por recursos (bosques maduros, ecosistemas en clímax).

Ejemplos de organismos K-estrategas:

- Humanos, elefantes, ballenas, aves grandes, árboles longevos.

Ventaja en el ecosistema:

- Se adaptan mejor a entornos **saturados y competitivos**, maximizando la forestal).

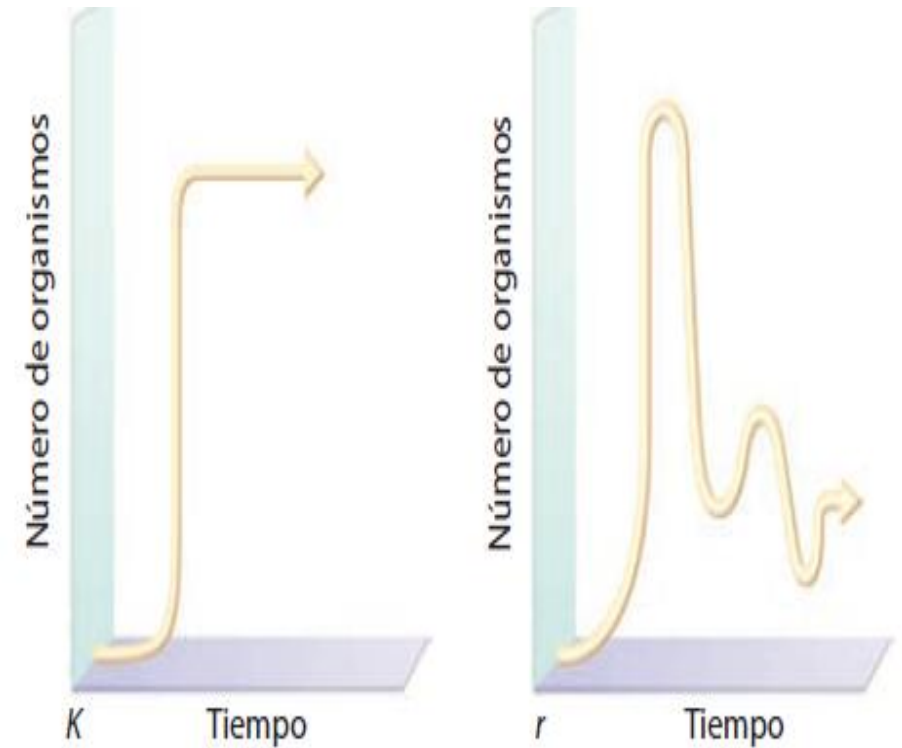


Figura 1.51

Curvas de crecimiento de las especies con estrategias reproductivas K y r.

Estrategias reproductivas r y K

Ejemplos 1: Recuperación tras incendio en un bosque seco tropical

Situación: Un incendio forestal ha afectado una zona del bosque seco tropical en el litoral ecuatoriano. En las semanas siguientes, aparecen muchas hierbas, insectos y pequeños roedores. Un año después, comienzan a observarse aves territoriales, reptiles longevos y algunos mamíferos grandes.

- **Pregunta:** ¿Cuál estrategia reproductiva domina inmediatamente después del incendio y cuál comienza a dominar a largo plazo? ¿Por qué?

Respuesta:

- **Estrategia r** domina al inicio: especies como insectos, hierbas y pequeños roedores tienen crecimiento rápido, colonizan ambientes perturbados, y producen mucha descendencia sin cuidado parental.
- **Estrategia K** aparece después: a medida que el ecosistema se estabiliza, comienzan a prosperar especies con reproducción lenta y alta inversión parental (aves, mamíferos territoriales), adaptadas a competir por recursos.

Capacidad de carga: K

Definición de Capacidad de Carga (K).- número máximo de individuos de una especie que un ecosistema puede **sostener de manera estable** a lo largo del tiempo, **sin degradar los recursos naturales** ni comprometer la supervivencia de futuras generaciones.

- Depende de la **disponibilidad de recursos** como alimento, agua, espacio y refugio.
- Está influida por **factores bióticos** (competencia, depredación, enfermedades) y **abióticos** (clima, suelo, disponibilidad de agua).
- Cuando una población **supera la capacidad de carga**, ocurren consecuencias como:
 - Escasez de recursos
 - Aumento de mortalidad
 - Migraciones
 - Degradación del ecosistema

Ejemplo 1: Un bosque puede sostener una población de hasta 500 venados sin agotar sus recursos. Si la población crece a 700, la competencia por alimento aumentará y muchos morirán o emigrarán, regresando a un equilibrio cercano a $K = 500$.

Teoría de Malthus

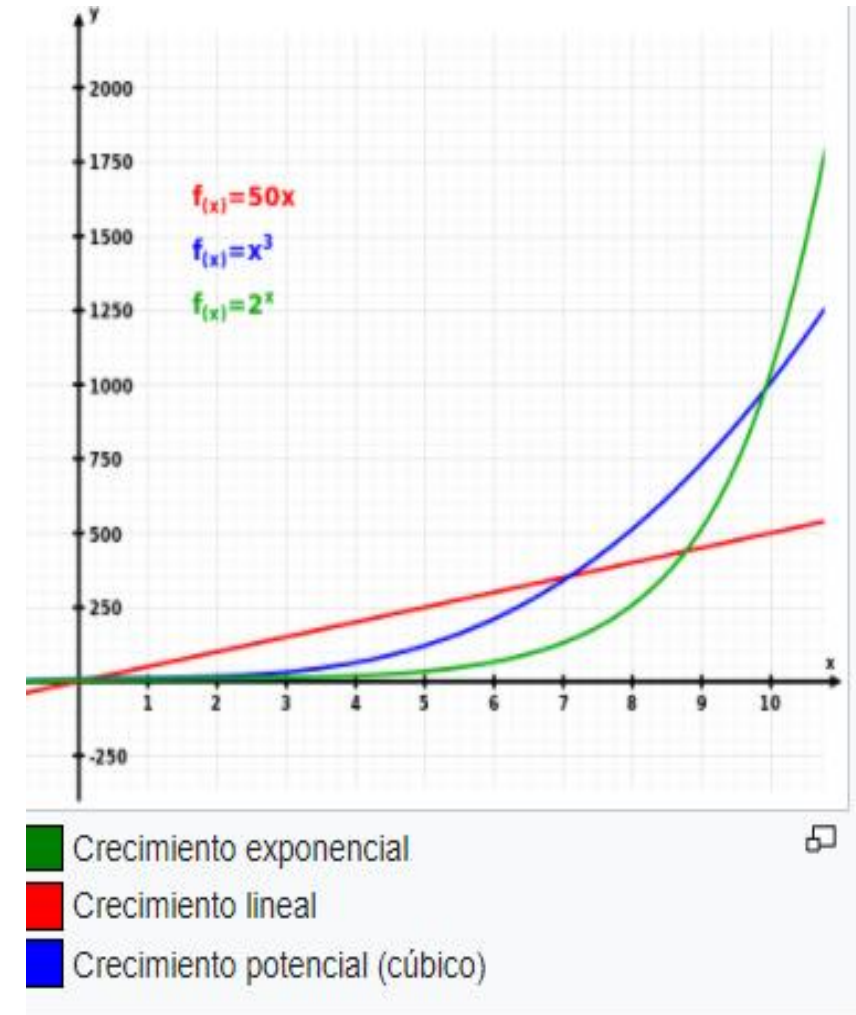
Thomas Malthus propuso que la población humana crece de forma geométrica (exponencial), mientras que los recursos naturales (como alimentos) crecen de forma aritmética (lineal). Esto genera un desequilibrio entre población y recursos, especialmente evidente en un ecosistema finito.

- **Crecimiento geométrico de la población:**
Ejemplo: 2, 4, 8, 16, 32...
(Cada generación duplica la anterior).
- **Crecimiento aritmético de recursos:**
Ejemplo: 2, 4, 6, 8, 10...
(Aumenta en una cantidad constante).

Aplicado a un ecosistema:

En un ecosistema con **recursos limitados** (como un bosque o isla), si la población humana crece rápidamente y los recursos no lo hacen en la misma proporción, puede producirse:

- Sobreexplotación del suelo
- Disminución de la biodiversidad
- Hambre o migraciones forzadas
- Colapso ecológico



Tipos de crecimiento de la población:

1. Crecimiento Exponencial.- Ocurre cuando una población aumenta su tamaño a una **tasa proporcional constante** respecto a su tamaño actual. Es decir, **cuanto más grande es la población, más rápido crece**, siempre que los **recursos sean abundantes** y no haya limitaciones ambientales.

Fórmula para el cálculo del crecimiento exponencial de la población:

Si derivamos esta ecuación tenemos: $\frac{dP}{dt} = K \cdot P$

$t_0 \rightarrow P_0$ $t \rightarrow P(t)$ $\frac{dP}{dt} = K \cdot P$ (utilizo variables separables) $\frac{dP}{P} = K \cdot dt$ desaparecen las diferenciales haciendo integrales $\int_{P_0}^{P(t)} \frac{dP}{P} = K \int_0^t dt$	La integral de $dP/P = \ln$ $\ln P \Big _{P_0}^{P(t)} = K t \Big _0^t$ $\ln P $ valor absoluto: $\ln P(t) - \ln P_0 = kt$ $\ln \frac{P(t)}{P_0} = kt$ al pasar el $\ln$ a la derecha pasa con una base de e $\frac{P(t)}{P_0} = e^{kt}$ $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$
---	---

- **Po:** Población o cantidad inicial en el tiempo $t=0$
- **P(t):** Población o cantidad en el tiempo **t**: valor final luego de cierto tiempo.
- **e:** Número de Euler, una constante matemática irracional ≈ 2.71828 .
- t: tiempo,
- K: tasa intrínseca de crecimiento (diferencia entre nacimiento y muertes por individuo).
- **k>0:** población crece; **K < 0:** población decrece

Tipos de crecimiento de la población:

1. Crecimiento Exponencial.-

Especies en las que se da el crecimiento exponencial

Microorganismos:

- **Bacterias** en medios de cultivo (fase logarítmica de crecimiento).
- **Protozoarios** en charcas recién formadas.

Animales con estrategia r:

- **Ratones y roedores** en ambientes nuevos sin depredadores.
- **Insectos** como moscas o langostas tras eventos de lluvias abundantes.

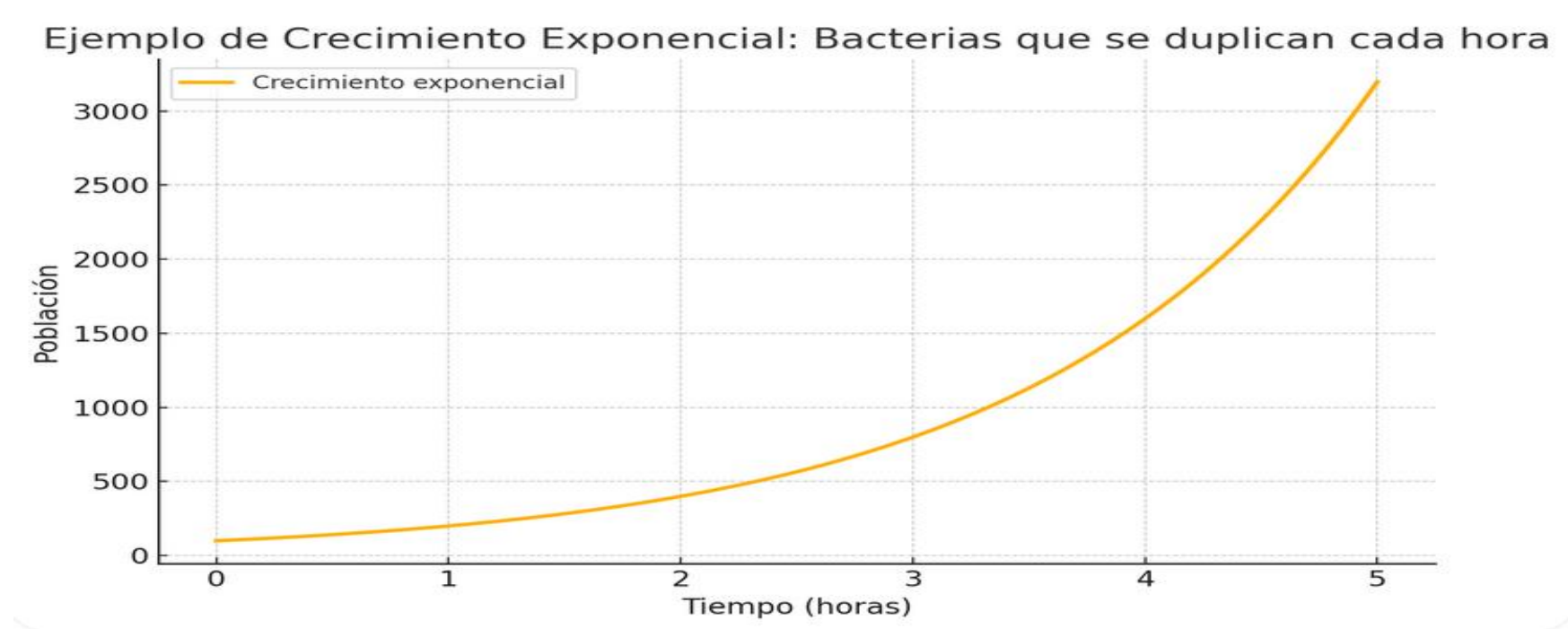
Plantas pioneras:

- Malezas o gramíneas en suelos disturbados (post-incendio o tala).

Peces exóticos invasores:

- Tilapia en cuerpos de agua tropicales con escasa competencia.

Tipos de crecimiento de la población: Gráfica de Crecimiento Exponencial.-



Gráfica del **crecimiento exponencial** de una población de bacterias que se **duplica cada hora**, comenzando con 100 individuos.

Como se puede observar, la curva se eleva rápidamente:

- A la hora 1: 200 bacterias
- Hora 2: 400
- Hora 3: 800
- Y así sucesivamente, siguiendo una progresión **exponencial**.

Tipos de crecimiento de la población:

1. Crecimiento Exponencial.-

Ejemplo 1: Se estima que una población de 200000 bacterias a las 4 horas alcanzó un crecimiento de 300000 bacterias, determinar el crecimiento poblacional después de transcurrido 10 horas.

Datos del problema

- Población inicial: $P_0 = 200.000$ bacterias $t=0$
- Población a las 4 horas: $P(4) = 300.000$ bacterias $t_1=4h$
- Pregunta: ¿Cuál será la población $P(10)$? después de 10 horas $t_2 = 10h$

Paso 1: Usamos la fórmula del crecimiento exponencial

$$P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$$

Donde:

- $P(t)$: población en el tiempo t
- P_0 : población inicial
- k : tasa de crecimiento
- t : tiempo en horas

Paso 2: Calcular la tasa de crecimiento K

Sabemos que a las 4 horas la población es de 300.000

$$P(4) = 200.000 \cdot e^{4k} = 300.000$$

Dividimos ambos lados entre 200.000:

$$e^{4k} = \frac{300.000}{200.000} = 1,5$$

Aplicamos logaritmo natural a ambos lados:

$$4k = \ln(1.5)$$

$$K = \frac{\ln 1.5}{4} = \frac{0,4055}{4} = 0,1014$$

Paso 3: Sustituimos para encontrar $P(10)$:

Usamos la fórmula original

$$P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$$

$$P(10) = 200.000 \times e^{kt}, P(10) = 200.000 \times e^{(0,1014)(10)}; e^{1,1014} = 2,756$$

$$P(10) = (200.00) \times 2,756 = 551.200$$

Tipos de crecimiento de la población:

1. Crecimiento logístico

Es un modelo ecológico que describe cómo una población crece rápidamente al principio (como en el crecimiento exponencial), pero luego **se desacelera y estabiliza** al alcanzar la **capacidad de carga del ecosistema (K)**.

Características del crecimiento logístico:

1. Inicio con crecimiento casi exponencial. Cuando la población es pequeña ($N \ll K$), hay **abundancia de recursos**. El crecimiento es **rápido** y similar al crecimiento exponencial.

2. Disminución progresiva del ritmo de crecimiento: A medida que aumenta el tamaño poblacional, los recursos empiezan a escasear (alimento, espacio, luz, agua).

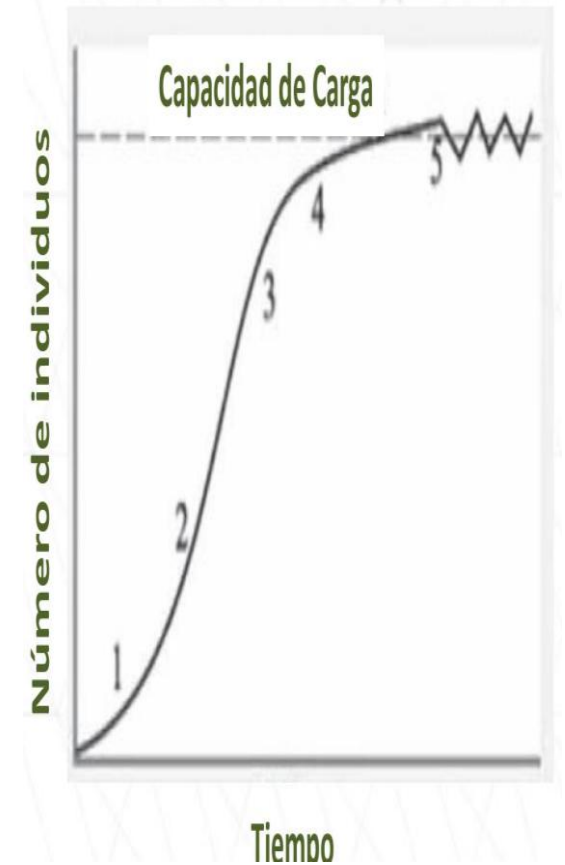
3. Presencia de una capacidad de carga (K): La **capacidad de carga K** representa el **límite máximo sostenible** de población que un ecosistema puede mantener sin degradarse. Cuando $N \rightarrow K$, el crecimiento tiende a **detenerse**.

4. Estabilización de la población: La población se **estabiliza alrededor de K** debido al equilibrio entre nacimientos y muertes.

5. Retroalimentación negativa: El crecimiento logístico implica una **autorregulación natural**: a mayor densidad poblacional, menor tasa de crecimiento.

6. Curva sigmoidea o en forma de "S" : dividida en tres fases:

1. **Fase exponencial** (rápido crecimiento)
2. **Fase de desaceleración** (recursos limitados)
3. **Fase de estabilidad** (población cercana a K)



Tipos de crecimiento de la población:

2. Crecimiento logístico

7. Es aplicable a ecosistemas reales: Especialmente válido para especies **K-estrategas**, como aves grandes, mamíferos, reptiles longevos, etc.

Ecuación del modelo de crecimiento logístico

$$P(t) = \frac{k}{\left(\frac{K-P_0}{P_0}\right)e^{-rt} + 1}$$

Si remplazo $\left(\frac{K-P_0}{P_0}\right) = A$

$$P(t) = \frac{k}{1 + A e^{-rt}}$$

Donde:

K = capacidad de carga (carga poblacional del medio)
r = constante de crecimiento per cápita (aumento porcentual de la población cuando esta es aún pequeña)

$$A = \left(\frac{K-P_0}{P_0}\right)$$

t=tiempo

e = número de Euler (2.71828)

P(o) = población en el momento
t=0

Tipos de crecimiento de la población:

2. Crecimiento logístico

Ejemplo 1: suponga que una población crece de acuerdo con un modelo logístico con población inicial de 1000 y su capacidad de carga es de 10.000. Si la población crece 2500 después de un año ¿Cuál será la población después de cuatro años?

Datos:

$K = 10.000$ $P_0 = 1000$ $t = 1 \text{ año} \rightarrow P(1 \text{ año}) = 2500$ $r = ?$ $A = \left(\frac{K - P_0}{P_0} \right) = \left(\frac{10000 - 1000}{1000} \right) = 9$ Remplazo en la fórmula; $P(t) = \frac{k}{1 + A e^{-rt}}$ $P(1) = 2500 = \frac{10000}{1 + 9 e^{-r \cdot 1}}$ $e = 2,71828$ $1 + 9e^{-r} = \frac{10000}{2500}$ $9e^{-r} = 4 - 1 \rightarrow e^{-r} = 3/9$	$e^{-r} = 1/3$ aplico logaritmo en ambas partes: $\ln(e^{-r}) = \ln(1/3)$ $-r(\ln e) = \ln(1/3)$ $-r(1) = \ln(1/3)$ $(-1) - r = (-1) \ln(1/3)$ (multiplico a los dos lados por -1) $r = (-1)(-1,0986)$ $r = 1,0986$ Remplazo el valor de r en la ecuación para determinar P (4 años):	$P(t) = \frac{k}{1 + A e^{-rt}}$ $P(t) = \frac{10000}{1 + 9 e^{-1,0986t}}$ $P(4) = \frac{10000}{1 + 9 e^{-1,0986(4)}}$ $P(4) = \frac{10000}{1 + 9 e^{-4,3944(4)}}$ $e^{-4,3944(4)} = 0,01237$ $1 + 9(0,01237) = 1,1113$ $P(4) = \frac{10000}{1,1113} = 8998$ ≈ 9000 (población en 4 años)
---	--	--

Ejemplo No. 2.- supongamos que un estudiante portador del virus regresa a un campus aislado de 1000 estudiantes y que después de 4 días hay 50 infectados. Si se supone que la razón con que se propaga el virus es proporcional no sólo a la cantidad P de estudiantes infectados, sino también a la cantidad de estudiantes no infectados, entonces utilizando el modelo logístico, determine a) el número de estudiantes infectados después de 6 días, ¿b) en cuanto tiempo se tendrán 900 estudiantes infectados?

Tipos de crecimiento de la población:

2. Crecimiento logístico

Datos:

$P(0) = 1$ estudiante ; $K = 1000$; $t=4$ días $\rightarrow P(4) = 50$ infectados

a) $t = 6$ día $\rightarrow P(6) = ?$

b) $t = ? \rightarrow P(t) = 900$ estudiantes infectados

$P(t) = \frac{k}{1 + A e^{-rt}}$ $A = \left(\frac{K - P_0}{P_0} \right) = \left(\frac{1000 - 1}{1} \right) = 999$ $P(4) = 50 = \frac{1000}{1 + 999 e^{-r(4)}}$ $1000 = 50 (1 + 999 e^{-r(4)})$ $\frac{1000}{50} = 1 + 999 e^{-r(4)}$ $20 = 1 + 999 e^{-4r}$ $\frac{19}{999} = e^{-4r}$ $\ln\left(\frac{19}{999}\right) = \ln e^{-4r}$ $\ln\left(\frac{19}{999}\right) = -4r \ln e$ $0,99 = r(0,9906)$ $r = \frac{\ln \frac{19}{999}}{-4} = 0,9906$ $r = 0,9906$	$P(t) = \frac{k}{1 + A e^{-rt}}$ $P(t) = \frac{1000}{1 + 999 e^{-0,9906 t}}$ a) $t = 6$ días $P(6) = ?$ $P(6) = \frac{1000}{1 + 999 e^{-0,9906 (6)}}$ No. Infectados después de 6 días: $P(6) = 276$ $P(6) = \frac{1000}{1 + 999 e^{-0,9906}} = 276 \text{ infectados}$ ¿En cuánto tiempo se infectarán 900 estudiantes? b) $P = 900$ $t = ?$ $900 = \frac{1000}{1 + 999 e^{-0,9906 t}}$ $\frac{1000}{900} = 1 + 999 e^{-0,9906 t}$ $\frac{10}{9} - 1 = 999 e^{-0,9906 t}$ $\frac{1}{9} = 999 e^{-0,9906 t}$	$\frac{1/9}{900} = e^{-0,9906 t}$ $\ln\left(\frac{1/9}{900}\right) = e^{-0,9906 t}$ $e^{-0,9906 t} = \frac{1}{(9) \cdot (999)} = \frac{1}{8991}$ Aplicamos logaritmo natural $-0,9906 t = \ln \frac{1}{8991} = -\ln 8991$ $t = \frac{\ln 8991}{0,9906} \quad \ln(8991) = 9,104$ $t = \frac{9,104}{0,9906} = 9,2 \text{ días}$ esto significa que deben pasar 9,2 días para que la población de infectados sea de 900
--	---	---

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento Aritmética: Es un **modelo lineal** que se utiliza para **estimar cambios poblacionales en ecosistemas** bajo el supuesto de que la **población varía en forma constante a lo largo del tiempo** (es decir, crece o decrece en una **cantidad fija por unidad de tiempo**), sin depender del tamaño de la población actual.

Este modelo es útil en contextos ecológicos donde:

- Las condiciones del ecosistema son **relativamente estables**.
- No hay grandes fluctuaciones por factores como migraciones, catástrofes o cambios abruptos en el ambiente.
- Se analiza un **período corto o intermedio de tiempo** (idealmente <10-15 años).

En el caso de la población humana, se requiere datos censales, aplica en contextos de bajo o nulo crecimiento urbano, como:

- Pueblos pequeños,
- Áreas rurales estancadas,
- Regiones con **crecimiento poblacional lento o decreciente**.

Fórmula de cálculo:

A. Cuando se conoce la tasa de crecimiento (r): Se aplica directamente la **fórmula del modelo aritmético:**

$$Pf = Pa + r \cdot t$$

Donde:

- Pf: población futura (proyectada)
- Pa: población actual o conocida
- r: tasa de crecimiento aritmético (individuos por año)
- t: número de años a proyectar

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento Aritmética:

Ejemplo 1:

- Población actual en 2020 (P_a) = 50.000 habitantes
- Tasa de crecimiento anual (r) = 1.200 personas por año
- Tiempo (t) = 10 años
- Año futuro = 2030

Aplicación de la fórmula: $P_f = P_a + r \cdot t$

$$P_f = 50.000 + (1.200 \cdot 10) = 50.000 + 12.000 = 62.000$$

Ejemplo 2: Crecimiento de una población de venados

Datos:

- Año 2012: 400 individuos
- Año 2020: 625 individuos
- Intervalo de tiempo: 8 años

Paso 1: Calcular la tasa de crecimiento aritmética r

- $$r = \frac{P_f - P_a}{t_f - t_a} = r = \frac{625 - 400}{2020 - 2012} = \frac{225}{8} = \mathbf{28.125 \text{ venados/año}}$$

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento Aritmética:

2. Cuando se tienen dos datos históricos (de dos años distintos) y se proyecta para un año futuro

Este es el caso más común en ecología. El modelo de crecimiento aritmético **requiere al menos dos puntos de datos temporales** para:

- Estimar la tasa de crecimiento r
- Determinar el comportamiento poblacional (creciente, decreciente o estable)

Paso 1: Calcular la tasa de crecimiento aritmético:

Para el cálculo de la **razón de crecimiento** bajo el modelo aritmético se debe determinar el valor de r :

$$r = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

- P_1 : población en el año inicial
- P_2 : población en el año final
- $t_2 - t_1$: intervalo de tiempo entre las dos mediciones

Paso 2: Proyectar hacia un año futuro t_3 :

$$t = t_3 - t_2$$

$$P_f = P_a + r \cdot (t_3 - t_2)$$

- Este proceso se puede repetir hacia cualquier año futuro, siempre y cuando el valor de r se considere constante en ese período.
- Este modelo es útil como **aproximación inicial** en estudios de ecología de poblaciones y manejo de recursos naturales.

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento Aritmética:

Ejemplo 3. Una población de aves era de 850 en 2010 y de 910 en 2015. Proyectar la población para 2022.

Paso 1: Calcular r

$$r = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{910 - 850}{2015 - 2010} = \frac{60}{5} = 12 \text{ individuos/año}$$

Paso 2: Proyectar al año 2022

$$t = 2022 - 2015 = 7$$

$$P_f = 910 + 12 \cdot (7) = 910 + 84 = 994$$

Se proyecta que habrá **994 aves** en 2022.

A. Cuando se tienen más de dos datos (más de dos años) y se proyecta para un año futuro:

Tasa de Crecimiento Aritmético Poblacional puede aplicarse con más de dos datos calculando la 1: **tasa promedio de crecimiento aritmético**, lo que permite proyectar de forma más estable en casos con variaciones menores en los datos.

$$r_1 = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$r_2 = \frac{P_3 - P_2}{t_3 - t_2}$$

$$r_3 = \frac{P_4 - P_3}{t_4 - t_3}$$

$$r_4 = \frac{P_5 - P_4}{t_5 - t_4}$$

r Promedio

$$r_p = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \dots + r_n) / N_r$$

Paso 2: Proyectar hacia un año futuro t_3 :

$$t = t_6 - t_5$$

$$P_f = P_a + r \cdot (t_3 - t_2)$$

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento Aritmética:

Ejemplo 1: Aves migratorias en un ecosistema de humedal

Enunciado:

Se registra la población de aves migratorias en un humedal protegido en diferentes años:

Año	Población
2012	950
2014	980
2016	1005
2018	1030

Proyección solicitada: ¿Cuál será la población en el año 2024?

Paso 1: se debe determinar la tasa de crecimiento promedio

$$r1 = \frac{980 - 950}{2014 - 2012} = \frac{30}{2} = 15; r2 = \frac{1005 - 980}{2016 - 2014} = \frac{25}{2} = 12,5; r3 = \frac{1030 - 1005}{2018 - 2016} = \frac{25}{2} = 12,5$$

$$r_p = \frac{15 + 12,5 + 12,5}{3} = 13,3 \text{ individuos/año}$$

Paso 2: Proyectar desde 2018 hasta 2024

$$t = 2024 - 2018 = 6 \text{ años}$$

$$P_f = P_a + r \cdot t$$

$$P_f = 1030 + (13.33) \cdot (6) = 1030 + 79.98 \approx 1110$$

Se proyecta una población de **1110 aves migratorias** en 2024.

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento geométrico: Es un modelo matemático utilizado en ecología para describir cómo cambia una población a lo largo del tiempo cuando el *ritmo de cambio es proporcional al tamaño de la población existente*, es necesario contar con datos censales o conteos poblacionales confiables para aplicar el modelo de crecimiento geométrico, ya que este:

Fórmula tasa de crecimiento geométrico

Para hallar la tasa crecimiento:

$$r = \left(\frac{P_t}{P_i} \right)^{1/t} - 1$$

Proyectar población futura:

$$P_t = P_i \cdot (1+r)^t$$

Donde

- P_i = población inicial
- P_f = población futura
- t = tiempo en años
- r = tasa de crecimiento relativa (expresada como decimal)

Con más de dos datos y proyección a la población futura:

- Se debe calcular las tasas parciales entre intervalos y luego promediar. Si se sospecha que la tasa ha **variado** entre intervalos, se puede hacer:

Tipos de crecimiento de la población:

3.Tasa de Crecimiento geométrico:

1. Calcular tasas geométricas entre cada par de años consecutivos
2. Luego calcular un **promedio geométrico o aritmético** de esas tasas r

$$r_1 = \left(\frac{P_{act}}{P_{ant}} \right)^{1/t} - 1 \quad ; \quad r_2 = \left(\frac{P_{act}}{P_{ant}} \right)^{1/t} - 1 \quad ; \quad r_3 = \left(\frac{P_{act}}{P_{ant}} \right)^{1/t} - 1 \quad ; \quad r_4 = \left(\frac{P_{act}}{P_{ant}} \right)^{1/t} - 1$$

r Promedio:

$$r_p = (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) / Nr$$

Para qué sirve este cálculo:

- Para estimar el comportamiento poblacional,
- hacer proyecciones, y
- evaluar la efectividad de políticas de conservación.

Ejercicio 1: Población de osos andinos en un parque nacional

Datos censales:

- Año 2005: 80 individuos
- Año 2010: 100 individuos
- Año 2015: 120 individuos

Paso 1: Calcular tasas geométricas parciales

2005 a 2010 (5 años):

$$r_1 = \left(\frac{100}{80} \right)^{1/5} - 1 = (1,25)^{0,2} - 1 \approx 0.0456 \Rightarrow 4.56\%$$

2010 a 2015 (5 años):

$$r_2 = \left(\frac{120}{100} \right)^{1/5} - 1 = (1,2)^{0,2} - 1 \approx 0.0371 \Rightarrow 3.71\%$$

Paso 2: Calcular tasa promedio anual (media geométrica)

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{0.0456 + 0.0371}{2} = 0.04135 \Rightarrow 4.14\%$$

Paso 3: Calcular población futura al 2025 (desde 2015, 10 años)

$$P_{2025} = 120 \cdot (1 + 0.04135)^{10} \approx 120 \cdot (1.504) = 180.5 \Rightarrow 181 \text{ osos}$$

Tipos de crecimiento de la población:

4.Tasa de Crecimiento geométrico:

Cálculo de la población humana futura con el modelo geométrico.-El crecimiento geométrico se basa en una **tasa de crecimiento relativa o porcentual constante**, lo cual **se ajusta bien a poblaciones humanas** cuando:

- Hay **alta natalidad** y/o **baja mortalidad**
- Se dispone de tasas de crecimiento demográfico (% anual)
- Se desea proyectar el crecimiento futuro
- No se han alcanzado los límites de capacidad del entorno (es decir, aún hay recursos)
- Países en desarrollo con crecimiento rápido
- Proyección urbana a largo plazo
- Estudio de tendencias poblacionales
- Es **uno de los modelos más utilizados en demografía**, especialmente cuando se analiza el crecimiento poblacional en condiciones de expansión.

Limitaciones

- **No considera límites ambientales o sociales** (como el modelo logístico sí lo hace).
- Si se proyecta a **muy largo plazo**, puede **sobreestimar** el crecimiento si no se ajusta a cambios en natalidad, migración, políticas públicas, etc.

Tipos de crecimiento de la población:

4.Tasa de Crecimiento geométrico:

Ejemplo 1: Supongamos los siguientes datos censales de una ciudad llamada *Ecopolis*:

PASO 1: Calcular las tasas de crecimiento geométrico en cada intervalo

La fórmula de tasa geométrica es:

$$r = \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

Donde:

- P_f : población final del intervalo
- P_i : población inicial del intervalo
- t : años entre los censos

a) 1990–2000:

$$r_1 = \left(\frac{88,000}{80,000} \right)^{\frac{1}{10}} - 1 = (1.10)^{0.1} - 1 \approx 0.00958 = \boxed{0.958\%}$$

b) 2000–2010:

$$r_2 = \left(\frac{96,800}{88,000} \right)^{\frac{1}{10}} - 1 = (1.10)^{0.1} - 1 \approx 0.00958 = \boxed{0.958\%}$$

c) 2010–2020:

$$r_3 = \left(\frac{107,480}{96,800} \right)^{\frac{1}{10}} - 1 = (1.11)^{0.1} - 1 \approx 0.0105 = \boxed{1.05\%}$$

Tipos de crecimiento de la población:

4.Tasa de Crecimiento geométrico:

Ejemplo 1: Supongamos los siguientes datos censales de una ciudad llamada *Ecopolis*:

Paso 2: Calcular la tasa geométrica promedio

$$r = \frac{0.00958 + 0.00958 + 0.0105}{3} = \frac{0.02966}{3} = \approx 0.00989 = 0.989\%$$

PASO 3: Aplicar la fórmula del modelo geométrico

Fórmula:

$$P_t = P_o \cdot (1+r)^t$$

Queremos proyectar desde 2020 (último censo): al 2030

- $P_o = 107480$
- $r = 0.00989$
- $t = 2030 - 2020 = 10$

$$P_{2030} = 107,480 \cdot (1 + 0.00989)^{10}$$

$$P_{2030} = 107480 \cdot (1.00989)^{10} \approx 107480 \cdot (1.1036) \approx 118612 \text{ personas}$$

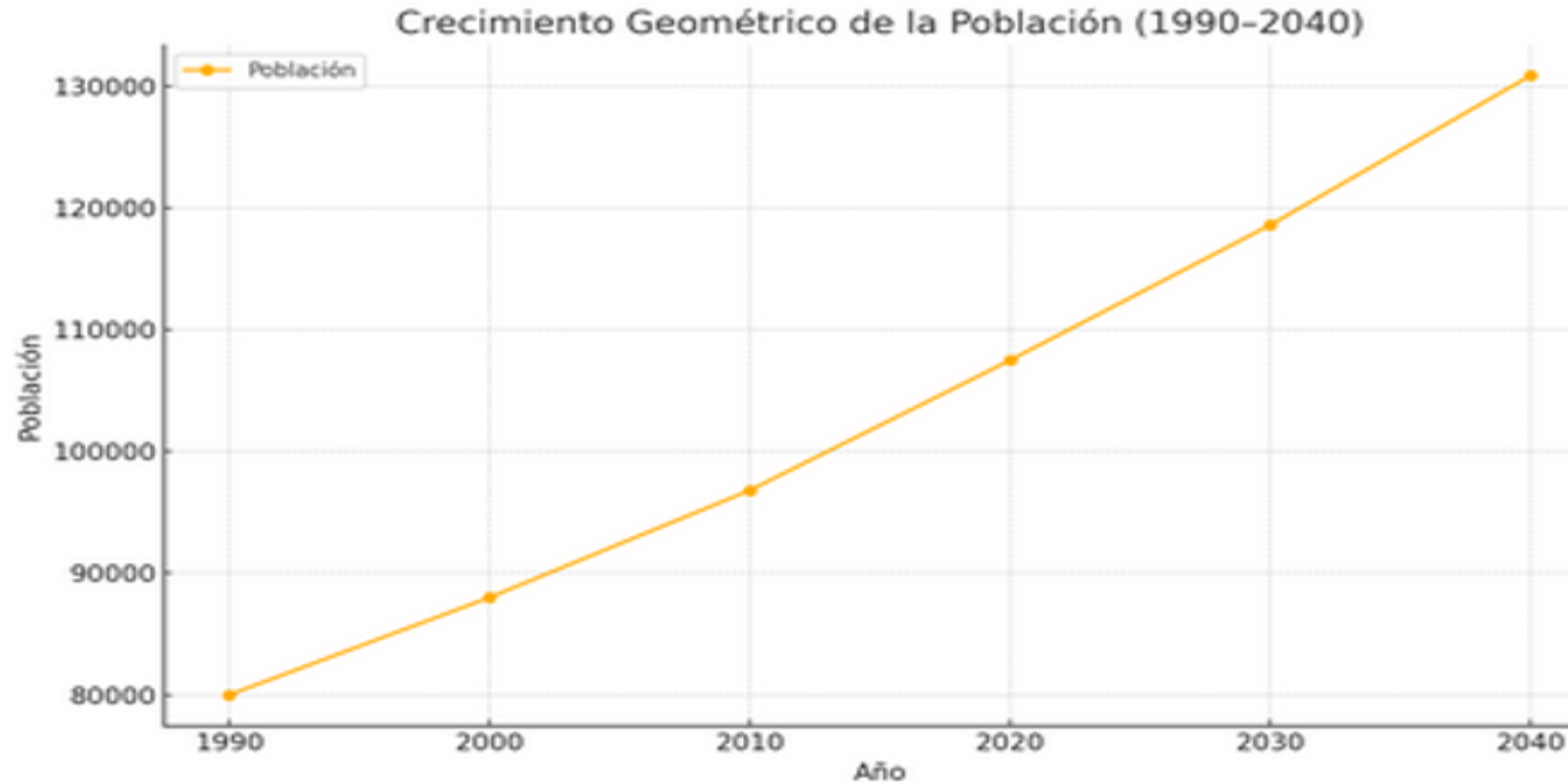
Proyección al año 2040 (opcional)

$$P_{2040} = 107480 \cdot (1.00989)^{20} \approx 107480 \cdot (1.2179) \approx 130849 \text{ personas}$$

Tipos de crecimiento de la población:

4.Tasa de Crecimiento geométrico:

Ejemplo 1: Supongamos los siguientes datos censales de una ciudad llamada *Ecopolis*:



Gráfica del **crecimiento geométrico de la población** entre 1990 y 2040, incluyendo los datos censales y las proyecciones para 2030 y 2040. Se observa cómo la curva se eleva suavemente, reflejando el crecimiento **proporcional o exponencial moderado** típico del modelo geométrico.

Tipos de crecimiento de la población:

4.Tasa de Crecimiento geométrico:

Cuadro comparativo entre le crecimiento aritmético y geométrico

Cuadro comparativo

Aspecto ecológico	Crecimiento Aritmético	Crecimiento Geométrico
Velocidad de impacto	Lento y progresivo	Rápido y acumulativo
Regeneración natural	Posible con buenas prácticas	Imposible sin intervención urgente
Biodiversidad	Afectada levemente	Drásticamente reducida
Contaminación	Manejable	Elevada y difícil de revertir
Fragmentación del hábitat	Baja o moderada	Alta, incluso irreversible
Riesgo de colapso ecológico	Bajo si se gestiona bien	Alto si no hay control poblacional ni planificación

Conclusión

- **Los ecosistemas pueden tolerar un crecimiento poblacional moderado** (modelo aritmético), pero requieren gestión cuidadosa.
- En cambio, el **crecimiento geométrico conlleva riesgos ambientales mayores, que pueden alterar irreversiblemente el equilibrio ecológico.**
- El crecimiento sin regulación **rompe ciclos naturales** y pone en riesgo **la sostenibilidad de los propios recursos que la población necesita.**

Tipos de crecimiento de la población:

Diferencias entre crecimiento exponencial, logístico, aritmético y geométrico

DIFERENCIAS ENTRE CRECIMIENTO ARITMÉTICO, GEOMÉTRICO, EXPONECIAL Y LOSGÍSTICO

Modelo	Descripción	Fórmula general	Tipo de crecimiento	Supuestos clave	Aplicaciones típicas
Aritmético	Aumento constante en cantidad fija por unidad de tiempo.	$P_f = P_a + r \cdot t$	Lineal	No hay variación proporcional; adecuado solo para corto plazo.	Poblaciones urbanas estables, crecimientos controlados.
Geométrico	Aumento proporcional al tamaño poblacional actual.	$P_f = P_a \cdot (1 + \underline{r})^t$	Multiplicativo discreto	No hay límites ambientales; crecimiento en pasos anuales.	Estimaciones demográficas, especies en crecimiento sin limitantes.
Exponencial	Crecimiento continuo en proporción al tamaño.	$P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$	Multiplicativo continuo	Recursos ilimitados, sin competencia o mortalidad significativa.	Bacterias, especies r
Logístico	Crecimiento rápido al inicio, luego se estabiliza por límites ambientales.	$P(t) = \frac{k}{\left(\frac{K-P_0}{P_0}\right)e^{-rt}+1}$	Sigmoide (S)	Considera capacidad de carga K, competencia por recursos.	Ecosistemas naturales, poblaciones con presión ambiental. especies k

GRACIAS