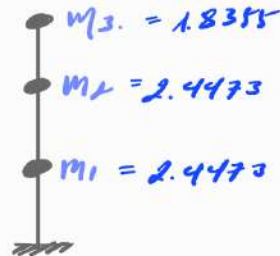
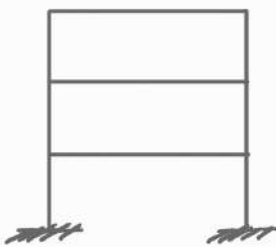


Método de superposición modal espectral - plano. Método modal espectral

El método de superposición modal espectral considera la contribución de la masa de la estructura y la interacción de todos los modos de vibrar para la determinación del cortante basal y posteriormente los resultados de desplazamientos máximos modales y fuerzas Máximas modales.

Este análisis también toma en cuenta los espectros de diseño de cada región sísmica, es decir, se considera la aceleración del suelo y el período asociado a cada uno de los valores de aceleración del terreno.

Este método es aplicable a un análisis sísmico plano y espacial



$$I_v = 0.5 I_g$$

$$I_c = 0.8 I_g$$

$$I_g = \frac{20(30)^3}{12} \cdot 0.5$$

$$M = \begin{bmatrix} 2.4473 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4473 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \frac{\text{tonf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$K = \begin{bmatrix} 14400 & -4800 & 0 \\ -4800 & 7200 & -2400 \\ 0 & -2400 & 2400 \end{bmatrix} \frac{\text{tonf}}{\text{m}}$$

```
>> [vectores, valores] = eig(k, m)
```

vectores =

```
0.1286    -0.2726    -0.5637
0.3502    -0.4457     0.2955
0.5993     0.4253    -0.0689
```

valores =

1.0e+03 *

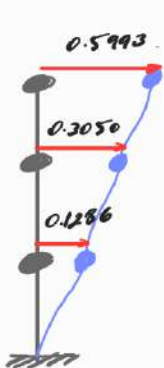
```
0.5435     0     0
0     2.6779     0
0     0     6.9122
```

Vectores propios normalizados.

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}$$

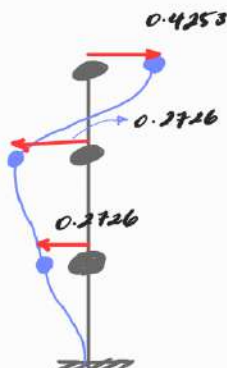
$$\phi_2 = \begin{bmatrix} -0.2726 \\ -0.4457 \\ 0.4253 \end{bmatrix}$$

$$\phi_3 = \begin{bmatrix} -0.5637 \\ 0.2955 \\ -0.0689 \end{bmatrix}$$



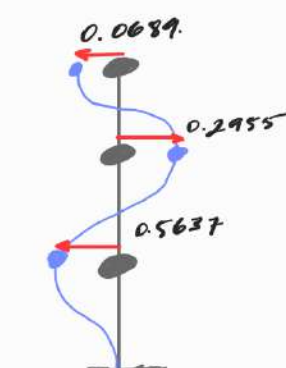
$$T_1 = 0.2695 \text{ seg.}$$

Primer modo



$$T_2 = 0.121 \text{ seg.}$$

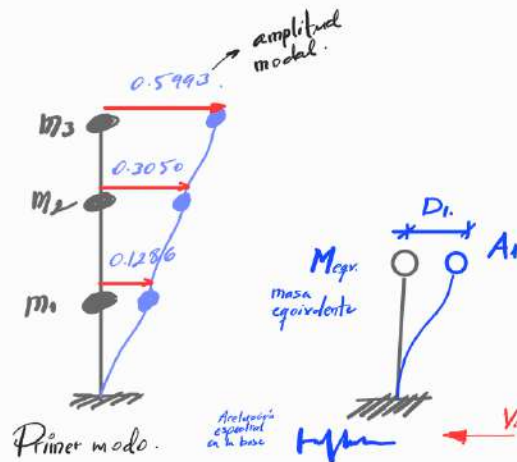
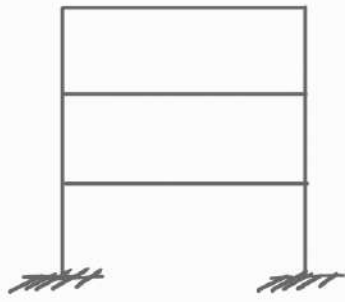
Segundo modo



$$T_3 = 0.076 \text{ seg.}$$

Tercer modo.

Sistema equivalente de un grado de libertad.

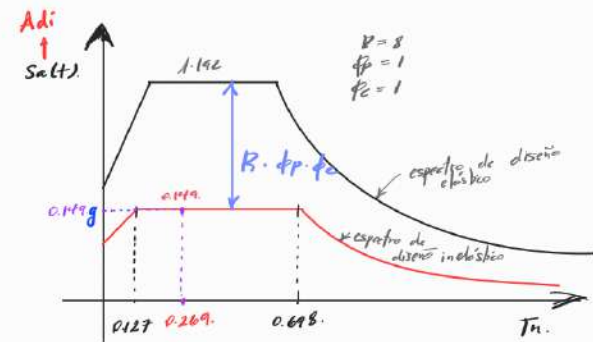


Hipotesis que los dos modelos tienen el mismo periodo.

Factor de participación modal.

Se considera en valor absoluto y representa que tanto participa el modo en la respuesta.

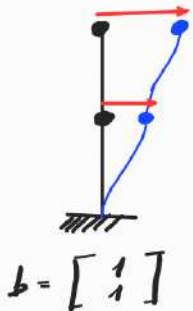
$$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)T} M \cdot b}{\phi^{(i)T} M \cdot \phi^{(i)}}$$



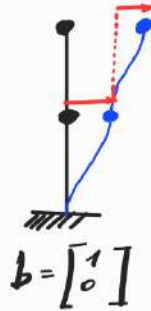
\$b\$ = para el análisis sísmico plano, es un vector unitario, \$b\$ asocia los grados de libertad de la estructura con el movimiento del suelo.

$$\begin{cases} A_1 = S_a(t) & \text{Aceleración espectral.} \\ D_1 = \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 A_1 & \text{Desplazamiento espectral} \end{cases}$$

Coordenadas absolutas.

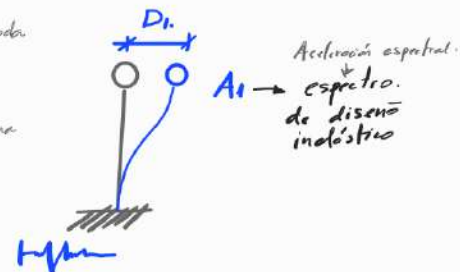


Coordenadas relativas.



$$u_i = \Gamma_i D_i \phi_i$$

La definición de espectro está relacionada a un sistema de un grado de libertad. Por lo tanto el factor \$\Gamma_i\$ permite pasar la respuesta en desplazamientos de un sistema de un grado de libertad a un sistema de múltiples grados de libertad.



$$A_1 = S_a(t) = 0.149g$$

$$D_1 = \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 A_1 \quad 1g = \frac{980 \text{ cm}}{s^2}$$

$$D_1 = \left(\frac{0.269 \text{ s}}{2\pi}\right)^2 \cdot 0.149g \cdot \frac{980 \text{ cm/s}^2}{1g}$$

$$D_1 = 0.2685 \text{ cm}$$

Factor de Participación modal.

$$\Gamma_1 = \frac{\phi_1^T M \cdot b}{\phi_1^T M \cdot \phi_1}$$

$$\Gamma_1 = \frac{\begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 2.4473 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4473 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 2.4473 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4473 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}}$$

$$\Gamma_1 = 2.3304$$

Coordenadas absolutas.

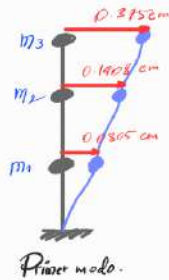
cuando trabajo con espectro de diseño es en absoluto

Desplazamientos máximos modales (elásticos).

$$u = \sqrt{1} \cdot D_1 \cdot \phi_1$$

$$u = 2.3304 \cdot 0.2685 \text{ cm} \cdot \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} 0.0805 \\ 0.1908 \\ 0.395 \end{bmatrix} \text{ piso } i \cdot \text{cm.}$$



Masa participativa del modo 1.

Hog. $\beta_1 = \frac{(\phi_1^T \cdot M \cdot b)^2}{\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1}$

$$\beta_1 = \frac{\left(\begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2.4473 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4473 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^2}{\begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2.4473 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4473 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}}$$

$$\beta_1 = 5.0364 \frac{\text{tonf} \cdot \text{s}^2}{\text{m.}}$$

$$\frac{\beta_1}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5.0364 \frac{\text{tonf} \cdot \text{s}^2}{\text{m.}}}{(2.4473 + 2.4473 + 1.8355) \frac{\text{tonf} \cdot \text{s}^2}{\text{m.}}}$$

$$\Rightarrow 74.8362 \%$$

Desplazamientos máximos modales (elásticos).

$$A = S_a(t)$$

$$D_1 = \left(\frac{T_1}{2\pi} \right)^2 A$$

$$u = \Gamma_1 \cdot D_1 \cdot \phi_1$$

$$q_1 = \Gamma_1 \cdot \left(\frac{T_1}{2\pi} \right)^2 \cdot A_d \cdot \phi_1$$

libro *Análisis Sísmico de Edificios* - Dr. Ing. Roberto Aguilar
PDF - 183.

$$q_1 = 2.3304 \cdot \left(\frac{0.269 \text{ seg}}{2\pi} \right)^2 \cdot 0.149g \cdot \frac{9.81 \text{ m/s}^2}{g} \cdot \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \begin{bmatrix} 0.0805 \\ 0.1908 \\ 0.375 \end{bmatrix} \text{ cm.}$$

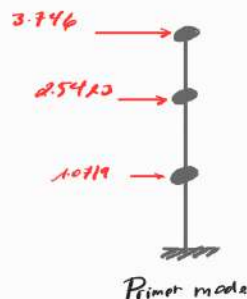
Fuerzas máximas modales

$$P_1 = \Gamma_1 \cdot S_a(t) \cdot M \cdot \phi_1$$

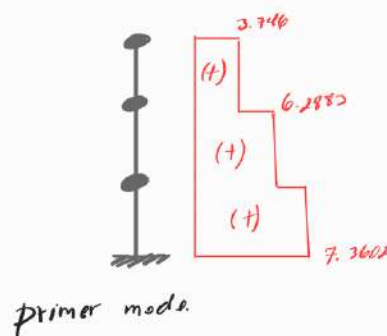
$$P_1 = 2.3304 \cdot 0.149g \cdot \frac{9.81 \text{ m/s}^2}{g} \cdot \begin{bmatrix} 2.4472 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4472 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8355 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{tonf.} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \cdot \begin{bmatrix} 0.1286 \\ 0.3050 \\ 0.5993 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.0719 \\ 2.5423 \\ 3.746 \end{bmatrix} \text{ tonf.}$$

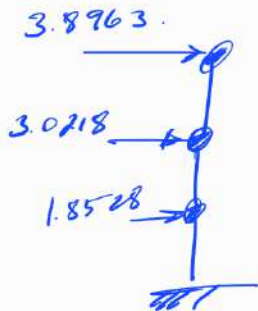
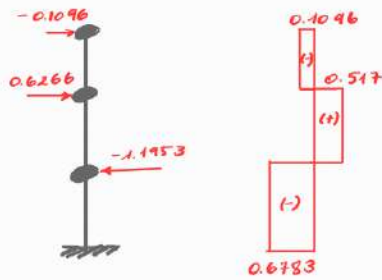
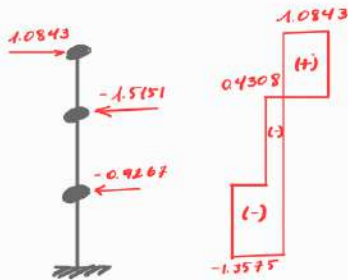
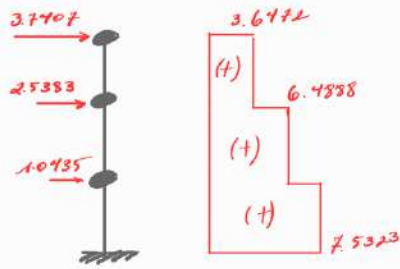
aceleración $\times$ masa
 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{tonf.} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \text{tonf.}$



Cortante basal V_0 .



Graficas:



$$P_1 = \sqrt{(1.0707)^2 + (0.9267)^2 + (1.1953)^2}$$

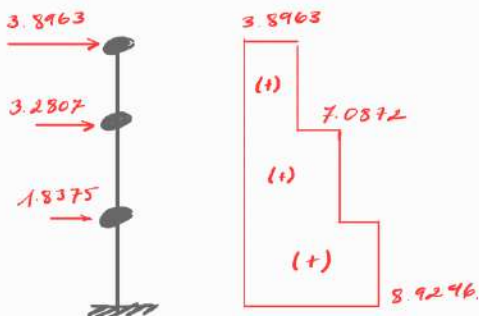
$$P_1 = 1.8528 \text{ tonf}$$

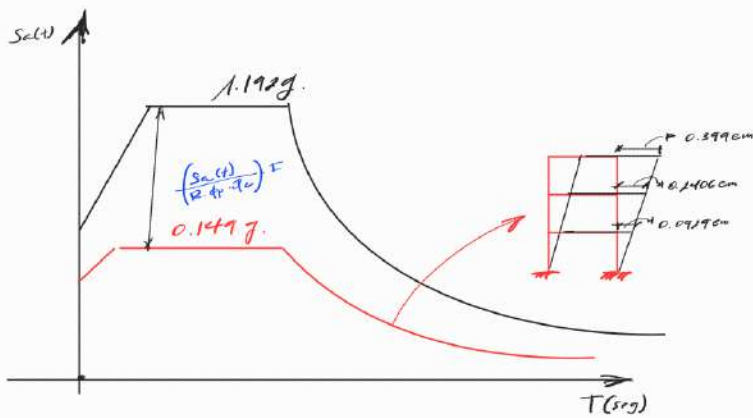
$$P_2 = \sqrt{(2.5383)^2 + (1.5151)^2 + (0.6266)^2}$$

$$P_2 = 3.0218$$

$$P_3 = \sqrt{(3.7407)^2 + (1.0843)^2 + (0.1096)^2}$$

$$P_3 = 3.8963 \text{ tonf}$$





Desplazamientos inelásticos (Rollos)

$$\Delta H_1 = \frac{2.3953 - 1.4437}{300} = 0.317\%$$

$$\Delta H_2 = \frac{1.4437 - 0.5578}{300} = 0.295\%$$

$$\Delta H_3 = \frac{0.5578 - 0}{300} = 0.186\%$$

Inercia Agrupada
 $I_v = 0.5 \pm$
 $I_w = 0.8 \pm$

Límites de la deriva: la deriva máxima inelástica Δu de cada piso debe circularse mediante:

$\Delta u = 0.75 \Delta u_i$
Dónde:
Δu Deriva máxima inelástica
Δu_i Desplazamiento obtenido en aplicación de las fuerzas laterales de diseño reducidas
R Factor de reducción de resistencia (ver la sección 3.3.4)

$$\Delta u_i = 0.75 \cdot (R \cdot \phi_p \cdot \phi_c) \cdot \Delta E$$

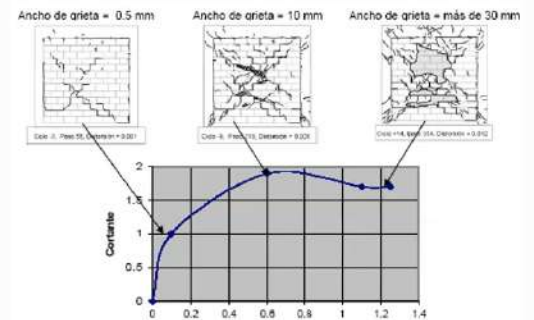
$$\Delta H_1 = 0.75 \cdot (8 \cdot 1 \cdot 1) \cdot \left(\frac{0.0929 \text{ cm} - 0}{300 \text{ cm}} \right)$$

$$\Delta H_1 = 0.0018$$

$$\Delta H_1 = 0.182\%$$

Desplazamiento obtenido en aplicación de las fuerzas laterales de diseño reducidas.

espectro elástico
espectro inelástico



$$T = 0.16 \text{ seg} \cdot \frac{H}{T} \cdot \frac{9m}{0.16^3} = 34.01$$

$$H = 9m$$

4.2.2. Límites permisibles de las derivas de los pisos

La deriva máxima para cualquier piso no excederá los límites de deriva inelástica establecidos en la tabla siguiente, en la cual la deriva máxima se expresa como un porcentaje de la altura de piso.

Estructuras de:	Δu máxima (sin unidad)
Hormigón armado, estructuras metálicas y de madera	0.02
De mampostería	0.01

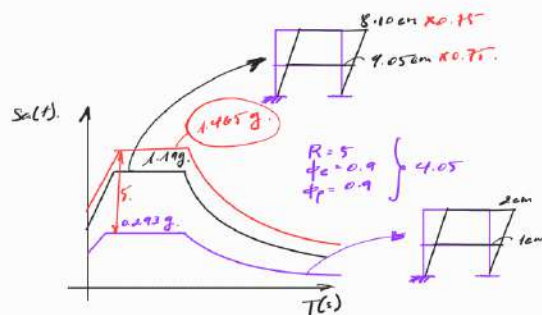
Tabla 7: Valores de Δu máximos, expresados como fracción de la altura de piso

→ 2%

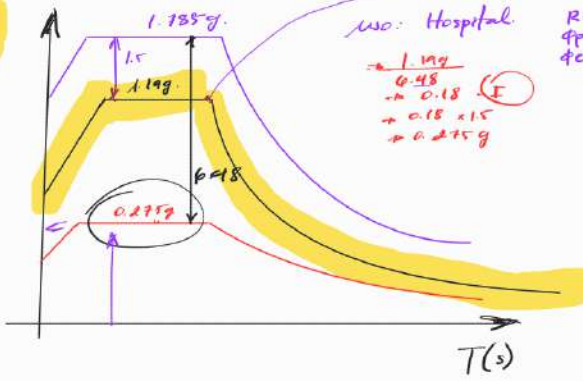
H/T (m/s)	Tipo de Estructura:
<20	Rígida
20 - 40	Muy flexible
40 - 70	Normal
>70	Rígida

H/T (m/s)	Nivel de daño
30 - 40	Daño Estructural Moderado
40 - 50	Daño Estructural Leve
50 - 70	Daño No Estructural
>70	Daño Despreciable

Ing. Marcelo Guerra A. MSc-MDI
 email: mguerra@frcs.com.ec



See



$$\begin{matrix} R = 8 \\ \phi_p = 0.9 \\ \phi_c = 0.9 \end{matrix} \left\{ \underline{6.48} \right.$$

$$X_{\text{out}} = \frac{I \cdot S_n}{R \cdot \phi_p \cdot \phi}$$