

FORMAS POLIGONALES

Índice

- Triángulos. Definición, clasificación. Puntos y rectas notables. Construcciones.
- Cuadriláteros. Definición, clasificación. Construcciones.
- Polígonos regulares. Definición. Construcciones.
- Polígonos estrellados.

1. Triángulos

Definición y notaciones (Fig. 2)

El triángulo se define como el polígono mínimo de tres lados. Por tanto, tendrá tres vértices y tres ángulos.

Los ángulos y sus vértices se designan con las letras A , B y C .

A los lados opuestos se les nombra con las letras a , b y c .

En el triángulo rectángulo el vértice del ángulo recto se denomina A y su lado opuesto (hipotenusa), a .

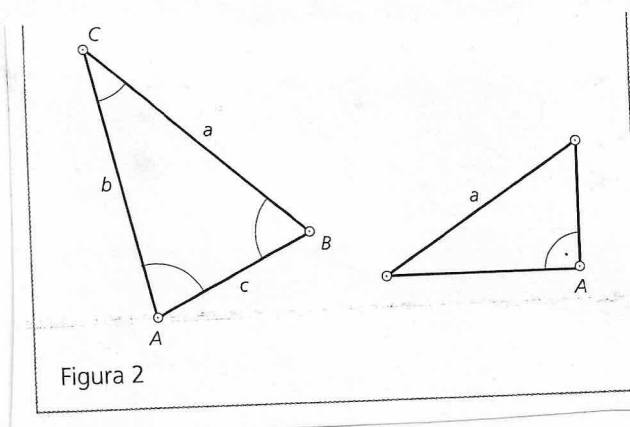
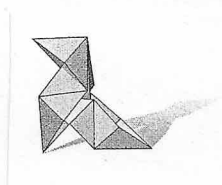


Figura 2

Clasificación

Los triángulos se clasifican por dos criterios (Fig. 3):



Según los lados

Así, según los lados, los triángulos pueden ser

- Equilátero** Tiene los tres lados iguales.
- Isósceles** Tiene dos lados iguales.
- Escaleno** Tiene los tres lados diferentes.

Según los ángulos

Según los ángulos, los triángulos pueden ser

- Equiángulo** Tiene todos los ángulos iguales.
- Acutángulo** Tiene los tres ángulos agudos.
- Rectángulo** Tiene un ángulo recto.
- Obtusángulo** Tiene un ángulo obtuso.

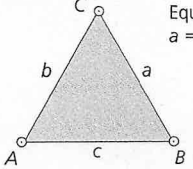
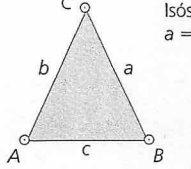
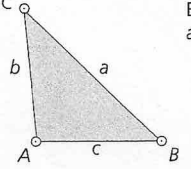
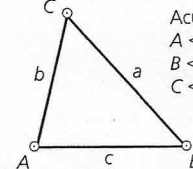
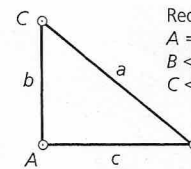
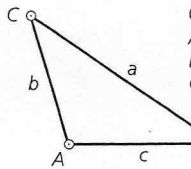
Por sus lados	 Equilátero $a = b = c$	 Isósceles $a = b \neq c$	 Escaleno $a \neq b \neq c$
Por sus ángulos	 Acutángulo $A < 90^\circ$ $B < 90^\circ$ $C < 90^\circ$	 Rectángulo $A = 90^\circ$ $B < 90^\circ$ $C < 90^\circ$	 Obtusángulo $A > 90^\circ$ $B < 90^\circ$ $C < 90^\circ$

Figura 3

Puntos y rectas notables del triángulo

Un triángulo define un plano que puede contener rectas y puntos infinitos; los hay que son especiales, ya que sus características nos permiten solucionar problemas. Son los denominados **puntos y rectas notables del triángulo**. Para cada una de las rectas notables, todo triángulo tiene siempre tres rectas de ese tipo, que se cortan determinando la posición de uno de los puntos notables. En el triángulo equilátero, todas las rectas coinciden y los puntos notables coinciden también en un punto: el centro del triángulo.

Alturas del triángulo

Son las rectas perpendiculares a un lado, trazadas desde el vértice opuesto a éste. Un triángulo tiene tres alturas, que se cortan siempre en un punto denominado **ortocentro (Or)**. Para dibujar una altura, colocamos la hipotenusa de la escuadra sobre uno de los lados del triángulo; apoyamos el cartabón sobre el otro lado, giramos y desplazamos la escuadra hasta hacer coincidir uno de sus lados con el vértice opuesto. A continuación, trazamos la altura (fig. 2.5).

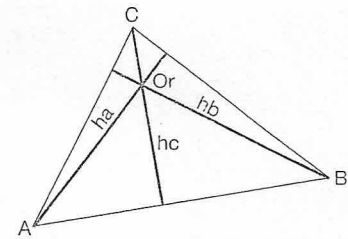


Fig. 2.5

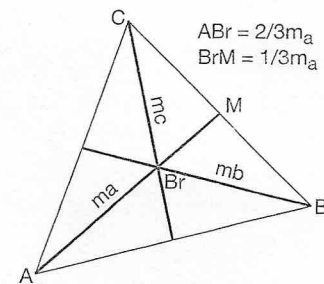


Fig. 2.6

Medianas de un triángulo

Son las rectas que unen el vértice con el punto medio del lado opuesto. El punto donde se cortan las tres medianas es el **baricentro (Br)**. La distancia del baricentro al vértice es igual a $2/3$ del total de la mediana, y la distancia del baricentro al punto medio del lado opuesto será igual a $1/3$ del total de la mediana (fig. 2.6). Si unimos los puntos medios de dos lados obtendremos un segmento paralelo al tercer lado y de longitud igual a su mitad (fig. 2.7).

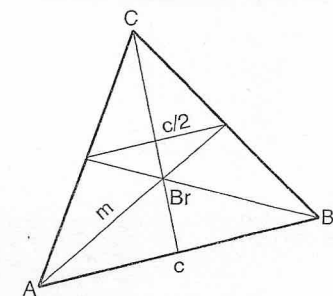


Fig. 2.7

Bisectrices y circunferencia inscrita de un triángulo

Son las semirrectas que dividen el ángulo en otros dos iguales. Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto denominado **incentro (In)**, que equidista de los tres lados del triángulo y que es el centro de la circunferencia inscrita en el polígono (fig. 2.8).

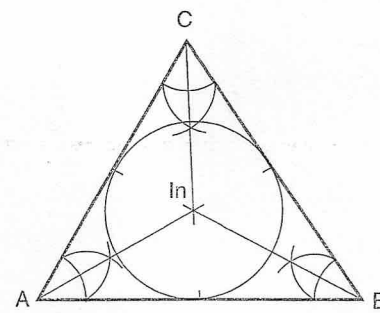


Fig. 2.8

En el triángulo de la figura 2.9, podemos comprobar que la distancia del incentro al lado del triángulo es la perpendicular al lado (distancia de un punto a una recta o segmento). Esta distancia es el radio de la circunferencia inscrita. Las tres perpendiculares cortan el lado correspondiente del triángulo en cada uno de los denominados **puntos de tangencia**. La **circunferencia inscrita** en el triángulo es la que pasa por estos tres puntos.

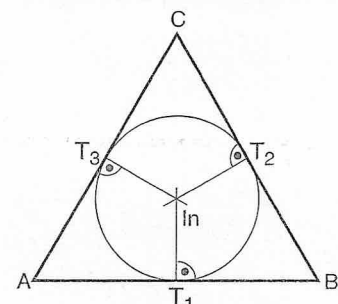


Fig. 2.9

Las tres perpendiculares cortan el lado correspondiente del triángulo en cada uno de los denominados **puntos de tangencia**. La **circunferencia inscrita** en el triángulo es la que pasa por estos tres puntos.

Mediatrices y circunferencia circunscrita de un triángulo

Son las rectas perpendiculares al lado, trazadas por su punto medio. Cada lado del triángulo tiene su mediatriz. Las tres mediatrices se cortan en un punto denominado **circuncentro (Cc)**. Según el tipo de triángulo, el circuncentro puede estar fuera del triángulo. El circuncentro equidista de los tres vértices del triángulo y es el centro de la **circunferencia circunscrita** que pasa por los vértices (fig. 2.10).

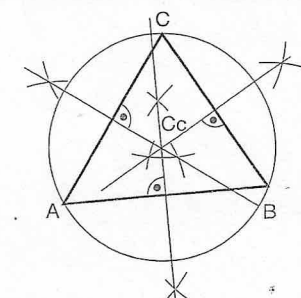


Fig. 2.10

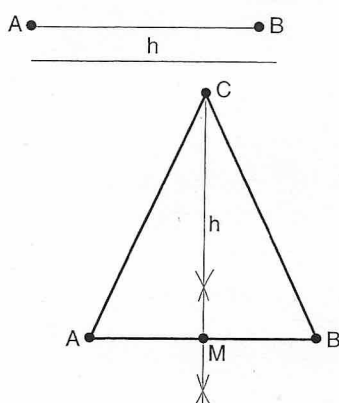


Fig. 2.11

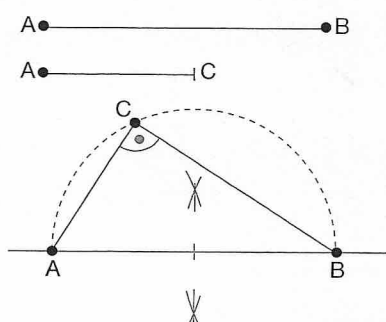


Fig. 2.12

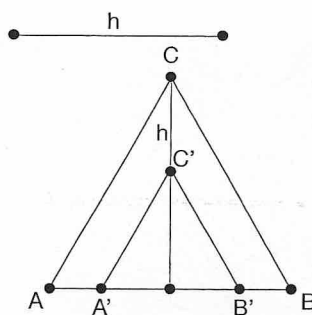


Fig. 2.13

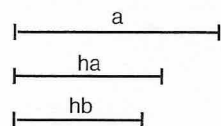


Fig. 2.15

Construcción de triángulos

Según los diferentes datos de los que podemos disponer para la construcción de un triángulo, existe toda una casuística de la que, únicamente, veremos casos representativos.

1 Construcción del triángulo isósceles conociendo el lado diferente y la altura

Trazamos la mediatriz del lado conocido AB y, a partir del punto M (punto medio del segmento), trasladamos la altura h y así determinamos la posición del tercer vértice, C . Unimos los tres vértices y completamos el triángulo (fig. 2.11).

2 Construcción del triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto

Con centro en el punto medio de la hipotenusa, trazamos una semicircunferencia (arco capaz de 90°); desde uno de los extremos de la hipotenusa, y con una abertura de compás igual al lado conocido, determinamos el vértice C del triángulo rectángulo (fig. 2.12).

3 Construcción del triángulo equilátero conociendo la altura

Trazamos, como figura auxiliar, un triángulo equilátero cualquiera $A'B'C'$; prolongamos su altura y, desde el punto medio de la base, trasladamos la altura del triángulo que queremos construir; así obtendremos el vértice C . Desde C , trazamos paralelas a los lados $A'C'$ y $B'C'$ del triángulo auxiliar, hasta completar el trazado (fig. 2.13).



Fig. 2.14

Construcción del triángulo isósceles conociendo el lado diferente y el ángulo opuesto

Construimos el arco capaz del ángulo dado, en relación con el lado conocido. En la intersección del arco capaz con la mediatriz de AB , se encuentra el tercer vértice C del triángulo (fig. 2.14).

4 Construcción de un triángulo conociendo un lado, su altura correspondiente y la altura de otro lado

Situamos el lado conocido a y, a una distancia igual a la altura correspondiente, ha , trazamos una paralela al lado.

Con relación al segmento a , trazamos el arco capaz de 90° y, con centro a uno de sus extremos, trazamos un arco de radio hb , que corta el arco capaz en el punto 1 . La prolongación del segmento $B1$, corta a la paralela realizada en primer lugar en un punto A , que es el tercer vértice del triángulo (fig. 2.15).

5 Construcción de un triángulo conociendo un lado, su altura correspondiente y la mediana de uno de los otros lados

Situamos el lado conocido a y, a una distancia igual a la altura correspondiente, ha , trazamos una paralela al lado. Trazamos una segunda paralela por la mitad de la altura, paralela media.

Con centro en uno de los extremos del lado a , y radio igual a la mediana conocida, trazamos un arco que corte a la paralela media en un punto 1 .

La prolongación del segmento $B1$, corta la paralela realizada en primer lugar en un punto, A , que es el tercer vértice del triángulo (los segmentos $B1$ y $1A$, evidentemente, son iguales) (fig. 2.16).

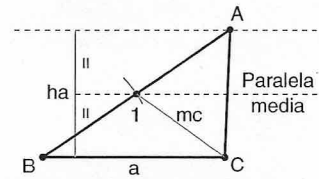
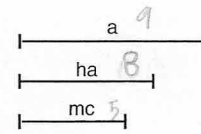


Fig. 2.16

6 Construcción de un triángulo conociendo dos lados y la mediana correspondiente al tercer lado

Situamos uno de los lados conocidos, en este caso lo hemos realizado con el lado a . Con centro en uno de sus extremos, B , trazamos un arco de igual radio a la mediana conocida mb con centro en el punto medio del lado a y, con radio igual a la mitad del lado c , otro arco.

Los arcos anteriores se cortan en el punto 1 ; la posición del lado c , es paralela al segmento que une el punto 1 con el punto medio del lado a . Los segmentos $C1$ y $1A$ son iguales, con lo que ya completamos el trazado (fig. 2.17).

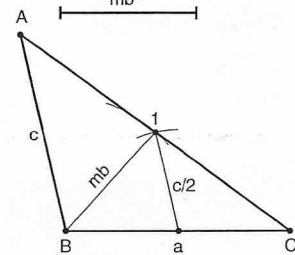
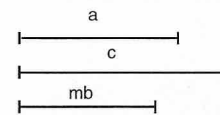
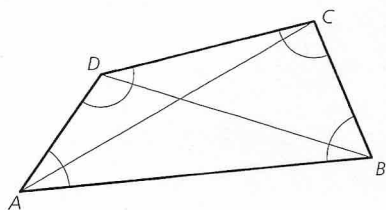


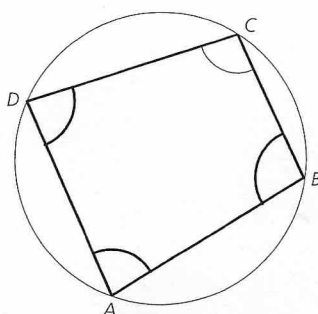
Fig. 2.17

2. Cuadriláteros

a)



b)



c)

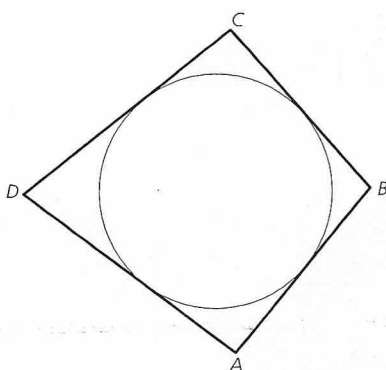


Figura 33

Definición y bases

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados iguales o desiguales.

Puesto que puede descomponerse en dos triángulos, sus cuatro ángulos A , B , C y D sumarán 360° .

Cada una de sus dos diagonales lo dividen en dos triángulos (Fig. 33a).

Relación con la circunferencia

Un cuadrilátero es **inscriptible** cuando sus dos ángulos opuestos son suplementarios:

$$A + C = 180^\circ = B + D \text{ (Fig. 33b).}$$

Un cuadrilátero es **circunscriptible** cuando la suma de dos de sus lados opuestos es igual a la suma de los otros dos: $AB + CD = AD + BC$ (Fig. 33c).

Clasificación

2.1. Paralelogramos

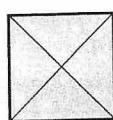
Son los que tienen los lados opuestos paralelos dos a dos. El cuadrado, el rectángulo, el rombo y el romboide son paralelogramos.

Cuadrado Los cuatro lados son iguales y forman ángulos rectos. Tiene dos diagonales iguales que, al bisecarse, forman también ángulos rectos.

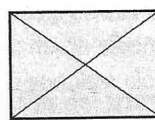
Rectángulo Tiene los lados iguales, paralelos dos a dos y forman ángulos rectos. Las diagonales son iguales, pero, al bisecarse, forman ángulos diferentes de 90° .

Rombo Tiene los cuatro lados iguales, paralelos dos a dos, pero no forman ángulos rectos. Tiene una diagonal mayor y otra menor que, al bisecarse, forman ángulos de 90° .

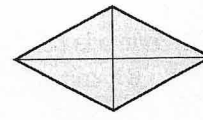
Romboide Tiene los lados iguales dos a dos. Sus diagonales son desiguales y se bisecan, en posición oblicua.



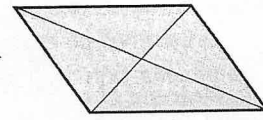
Cuadrado



Rectángulo



Rombo



Romboide

Fig. 2.19

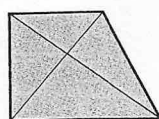
2.2. Trapecios

Son los que tienen dos lados paralelos. A los lados paralelos se les denomina **bases del trapecio**. Son el trapecio rectángulo, el trapecio isósceles y el trapecio escaleno.

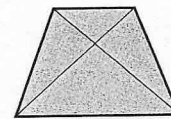
Trapecio rectángulo Tiene dos lados paralelos y dos ángulos rectos. Sus diagonales son diferentes y oblicuas.

Trapecio isósceles Tiene dos lados paralelos y sus ángulos iguales dos a dos. Tiene dos diagonales iguales y oblicuas.

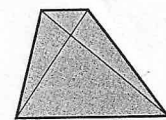
Trapecio escaleno Tiene dos lados paralelos y sus ángulos son desiguales. Las diagonales son oblicuas y desiguales.



Trapecio rectángulo



Trapecio isósceles



Trapecio escaleno

Fig. 2.20

2.3. Trapezoides

Son los que sólo cumplen la propiedad de tener cuatro lados.

Construcción de cuadriláteros

1. Construcción del cuadrado conociendo el lado

Por el extremo A del lado AB , trazamos una perpendicular. Haciendo centro, nuevamente, en A y, con una abertura de compás igual al lado conocido, trazamos un arco. Éste al cortar la perpendicular nos dará el vértice D . Por D trazamos una paralela a AB y desde B trazamos otra paralela a AD . Su intersección nos dará el vértice C (fig. 2.21).

2. Construcción del rectángulo conociendo la diagonal y un lado

Trazamos la diagonal d del rectángulo y, con centro en su punto medio M , trazamos la circunferencia circunscrita. A continuación, tomamos la magnitud del lado menor del rectángulo y, con centro en los extremos de la diagonal, trazamos los arcos que determinan los puntos 1 y 2, vértices del rectángulo junto con los extremos de la diagonal dada (fig. 2.22).

3. Construcción del rombo

Podemos construir un rombo conociendo las diagonales, el lado y un ángulo.

Conociendo las diagonales

Trazamos la diagonal mayor d y en su punto medio trazamos, perpendicularmente, la diagonal menor d' . El punto O es el punto medio de las dos diagonales. Unimos los extremos de las diagonales para obtener el rombo (fig. 2.23).

Conociendo el lado y un ángulo

Trazamos el lado AB y sobre el extremo A transportamos el ángulo dado. Hacemos centro en el punto A y con radio AB trazamos el arco que, al cortar el otro lado del ángulo, determina el punto 3. Tomamos la magnitud del lado y, haciendo centros en los puntos 3 y B , trazamos los arcos que, al cortarse, determinan el punto 4 (fig. 2.24).

4. Construcción del romboide conociendo los lados y el ángulo comprendido

Trazamos el lado más grande AB y, a partir del extremo A , dibujamos el ángulo dado. Trazamos dos arcos con un radio igual a la magnitud del lado menor y haciendo centro en A y B . Con centro en el punto 3 y radio el valor del lado mayor trazamos un arco que en su intersección con el centro B determina el punto 4 (fig. 2.25).

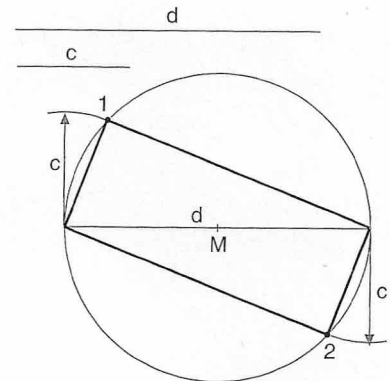


Fig. 2.22

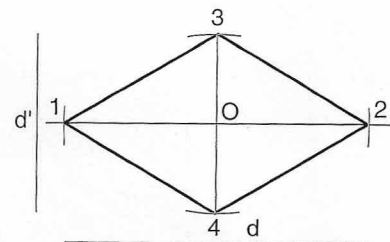


Fig. 2.23

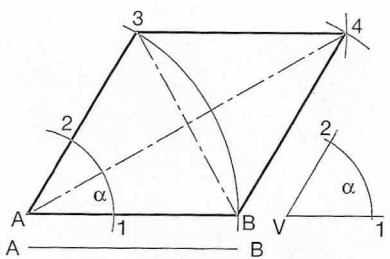


Fig. 2.24

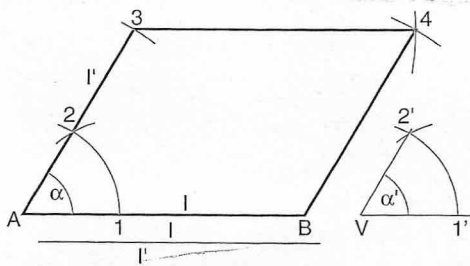


Fig. 2.25

5. Construcción del trapecio rectángulo conociendo las bases y la altura

Dibujamos el ángulo recto del trapecio rectángulo, colocando la medida del lado dado sobre su base más grande. La altura h es igual a su lado vertical. Paralela a la base mayor y a la distancia de su altura, colocamos la base menor. Para acabar, unimos los extremos de sus bases (fig. 2.26).

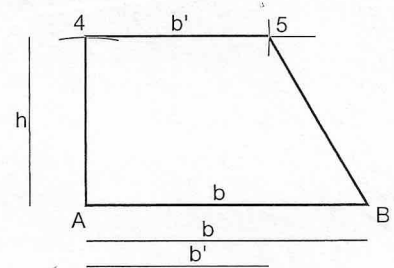


Fig. 2.26

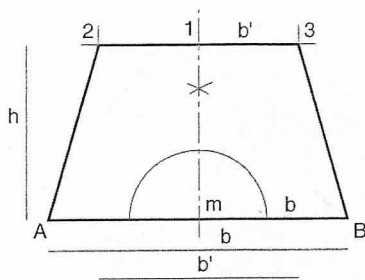


Fig. 2.27

6. Construcción del trapecio isósceles conociendo las dos bases y la altura

Sobre la mediatriz a la base mayor, colocamos la medida de la altura h , y, por su extremo la base menor, paralela a la base mayor, y centrada en relación con la mediatriz. La unión de los extremos de ambas bases completa el trapecio (fig. 2.27).

7. Construcción de un trapezoide biisósceles conocidos un lado y sus ángulos adyacentes

Por los extremos del lado conocido, transportamos los ángulos dados. Sobre el segundo lado del ángulo β , trazamos BC de igual longitud que el lado AB. La intersección de la mediatriz de AC con el segundo lado del ángulo α nos da el vértice D, que nos permite acabar la figura. Este trapezoide se denomina **biisósceles** porque está formado por dos triángulos isósceles unidos por sus bases (fig. 2.28).

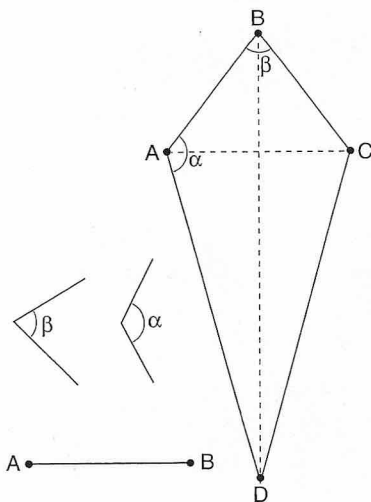


Fig. 2.28

POLÍGONOS REGULARES

Definición, características y tipología

Un polígono es una forma plana, cerrada y limitada por segmentos de línea recta, que delimitan los lados. Si al prolongar un lado del polígono, los vértices no

Un polígono es **regular** cuando todos los lados y ángulos son iguales. Es **irregular** cuando no cumple estas características.

Si hacemos pasar una circunferencia por los vértices del polígono, éste quedará inscrito en la circunferencia (**polígono inscrito**), y si hacemos pasar una circunferencia por dentro de un polígono, de modo que ésta solo toque un punto de cada lado del polígono (punto de tangencia), tendremos un **polígono circunscrito** (fig. 2.32). Los polígonos regulares se denominan según el número de lados:

Nº. de lados	Nombre
3	triángulo equilátero
4	cuadrado
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octágono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
15	pentadecágono

Método de construcción de polígonos regulares

Todos los polígonos regulares pueden construirse de diferentes maneras, dependiendo de los datos de los que partimos para hacer la construcción: la circunferencia circunscrita o el lado del polígono.

1. Construcción de polígonos partiendo de la circunferencia circunscrita al polígono

Triángulo equilátero

Partiendo de la circunferencia de centro **O**, si transportamos el radio sobre la circunferencia obtendremos seis divisiones iguales. Unidas de modo alterno nos determinan el triángulo equilátero (fig. 2.34).

Cuadrado

Partiendo de la circunferencia de centro **O**, trazamos dos diámetros perpendiculares entre sí; en este caso, tomamos los diámetros vertical y horizontal, que determinan los puntos **1, 2, 3 y 4**, vértices del cuadrado. Si los unimos dibujaremos el cuadrado (fig. 2.35).

Pentágono y decágono

Dibujamos los diámetros vertical y horizontal, perpendiculares entre sí. Trazamos la mediatriz del radio **OC** y determinamos el punto **M**. Con centro en **M**, tomamos la distancia **MA** y dibujamos el arco que corta el radio **OD** en el punto **I**. El segmento **AI** tiene igual medida que el lado del pentágono inscrito en la circunferencia, y el segmento **OI** la misma que el lado del decágono, también inscrito en esta circunferencia (fig. 2.36).

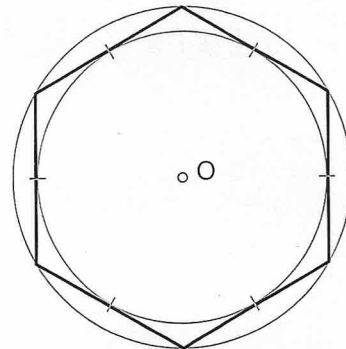


Fig. 2.32

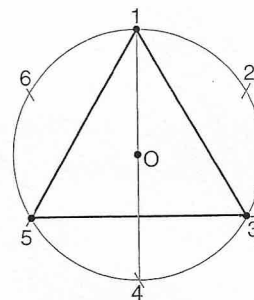


Fig. 2.34

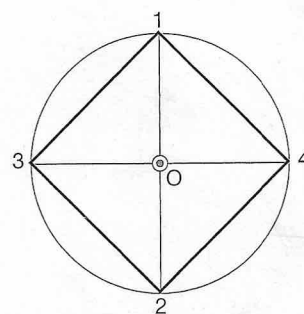


Fig. 2.35

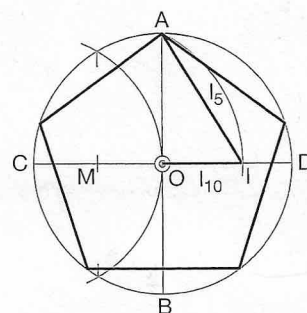


Fig. 2.36

Hexágono

Partiendo de la circunferencia de centro O , trazamos el diámetro 1-2. A continuación, transportamos el radio $O1$ de la circunferencia a partir de los puntos 1 y 2, dividiéndola en seis partes iguales; de esta manera determinamos los vértices.

El radio de la circunferencia y el lado del hexágono inscrito son de igual medida (fig. 2.37).

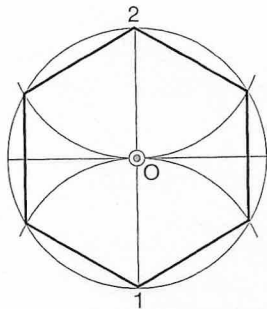


Fig. 2.37

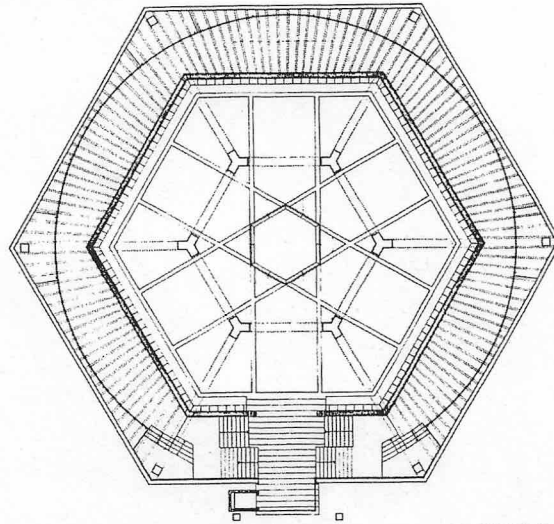


Fig. 2.38

Planta del Museo Arqueológico de Barcelona. Construido el año 1929, el edificio está ordenado alrededor de un hexágono que recuerda las arquitecturas militares del Renacimiento.

Heptágono

Dada la circunferencia de centro O , trazamos los diámetros horizontal y vertical, perpendiculares entre sí. Tomamos el radio de la circunferencia y, con centro en el punto C , trazamos un arco que corta la circunferencia en los puntos 1 y 2. Unimos estos dos puntos con un segmento que, al cortarse con el radio, determina el punto 3. La medida 3-1 es la magnitud del lado del polígono de siete lados inscrito en esta circunferencia (fig. 2.39).

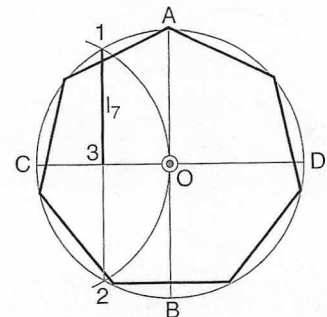


Fig. 2.39

Eneágono

Partimos de la circunferencia de centro O y dibujamos los diámetros perpendiculares AB y CD . A continuación, tomamos el radio de la circunferencia y, con centro en B , determinamos el punto 1 sobre la circunferencia. Prolongamos el diámetro horizontal y determinamos el punto 2 trazando un arco de centro A y radio equivalente a la distancia $A1$. Con centro en 2 y radio $2B$, trazamos el arco que determina el punto 3 en la intersección con el diámetro horizontal. La distancia $C3$ es la magnitud del eneágono inscrito en la circunferencia (fig. 2.40).

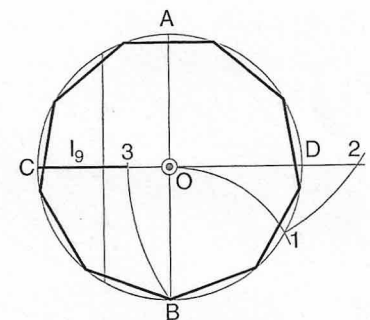


Fig. 2.40

2. Construcción de polígonos regulares partiendo de la medida del lado

Triángulo equilátero

Partiendo del lado **BC**, trazamos dos arcos de medida igual al lado con centros en **B** y **C**; la intersección de estos dos arcos determina el punto **A**, tercer vértice del triángulo equilátero (fig. 2.42).

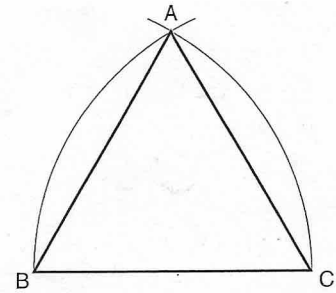


Fig. 2.42

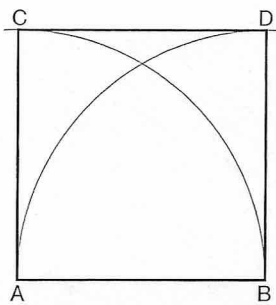


Fig. 2.43

Cuadrado

Partiendo del lado **AB**, trazamos por sus extremos, dos perpendiculares a este lado. A continuación, con la medida del lado, trazamos dos arcos con centro en **A** y **B**, que, al cortarse con las perpendiculares, determinan los puntos **C** y **D**, vértices del cuadrado (fig. 2.43).

Pentágono

Determinamos el punto medio del lado **AB** y por su extremo **B** levantamos una perpendicular. Con centro en **B** y radio **BA**, trazamos el arco que nos determina el punto **C** sobre la perpendicular. A continuación, con centro **M** y radio **MC**, trazamos el arco que, al cortarse con la prolongación del lado, determina el punto **D**. El segmento **AD** mide lo mismo que la diagonal del pentágono. Con radio **AD**, dibujamos dos arcos haciendo centro en los puntos **A** y **B**. Estos arcos, al cortarse, determinan el punto **E** sobre la mediatriz. Con centro de compás en el punto **E** y con la magnitud del lado **AB**, trazamos un arco que, al cortar los dos anteriores, determina los puntos **F** y **G**. Uniendo los puntos **A-B-G-E-F-A**, obtenemos el pentágono que buscábamos (fig. 2.44).

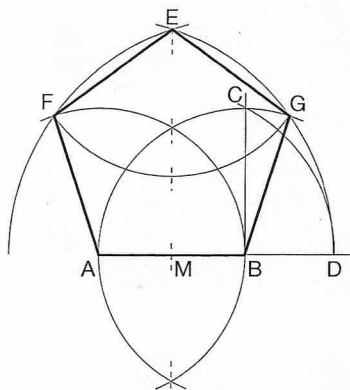


Fig. 2.44

Hexágono

El lado de un hexágono es igual al radio de su circunferencia circunscrita. Para construirlo, tomamos la distancia del lado **AB** y trazamos dos arcos haciendo centro en **A** y **B**; la intersección de éstos determina el centro **O** de la circunferencia circunscrita de radio **OA**, que dibujamos para poder transportar con el compás la medida del lado sobre la circunferencia, quedando dividida en seis partes iguales. Cada división será un vértice del hexágono que uniremos para dibujar los lados (fig. 2.45).

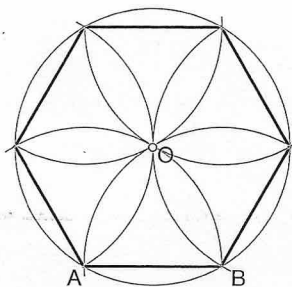


Fig. 2.45



Fig. 2.46

Pieza mecánica de forma hexagonal.

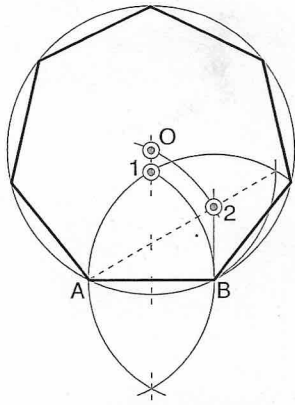


Fig. 2.47

Heptágono

Dibujamos la mediatriz del lado **AB**. Trazamos dos arcos con centros en **A** y **B** y radio **AB**; la intersección de los dos arcos con la mediatriz determina el punto **1**. A continuación, hacemos la bisectriz del ángulo **1AB** y levantamos una perpendicular al lado por su extremo **B** que, al cortarse con la bisectriz, determina el punto **2**. Tomamos la distancia **A-2** como radio de un arco con centro en el punto **A**. Este arco, al cortarse con la mediatriz del lado, determina el punto **O**, centro de la circunferencia circunscrita. Finalmente, transportamos la medida del lado **AB** sobre la circunferencia circunscrita y unimos los puntos de la división, obteniendo los lados del heptágono (fig. 2.47).

Octágono

Partiendo del lado **AB**, trazamos dos perpendiculares por los extremos y prolongamos el lado. Hacemos las bisectrices de los ángulos de 90° , formados por las perpendiculares y las prolongaciones del lado. A partir de los vértices **A** y **B** transportamos el lado **AB** sobre las bisectrices y determinamos los puntos **1** y **1'**. Por estos dos puntos, trazamos dos rectas paralelas a las primeras perpendiculares. Transportamos el lado sobre estas paralelas, haciendo centros de compás en **1** y **1'**, y obtenemos los puntos **2** y **2'**. Haciendo centros en **2** y **2'**, transportamos el lado obteniendo los puntos **3** y **3'** en la intersección con las primeras perpendiculares. Finalmente, unimos los puntos en el siguiente orden: **B-1'-2'-3'-3-2-1-A** (fig. 2.49).

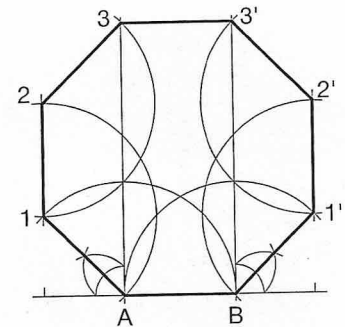


Fig. 2.49



Fig. 2.51

Muchas señales de tráfico incorporan formas octogonales.

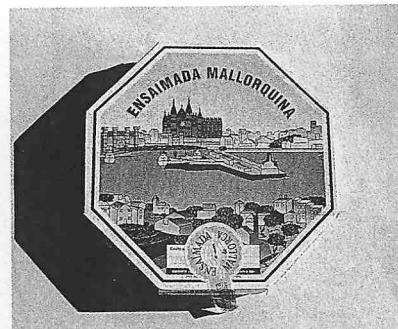


Fig. 2.50

La caja de la ensaimada mallorquina aprovecha la forma octogonal.

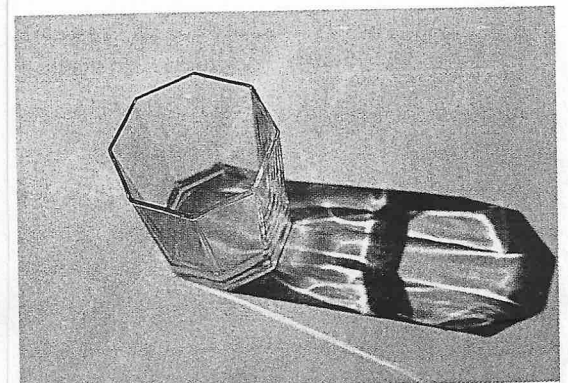


Fig. 2.48

Vaso de forma octogonal.

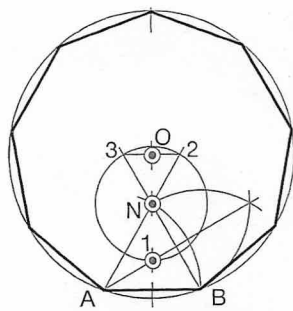


Fig. 2.52

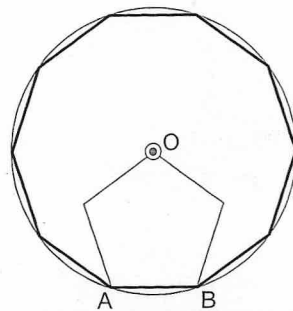


Fig. 2.53

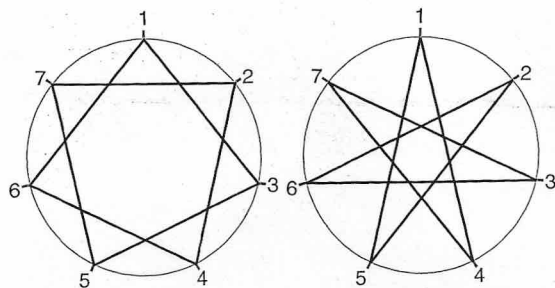


Fig. 2.54

Eneágono

Trazamos la mediatriz del lado **AB** y construimos un triángulo equilátero **ABN**. Hacemos la bisectriz del ángulo **NAB**, que determina el punto **1** sobre la mediatriz. Prolongamos los lados **AN** y **BN** del triángulo. Dibujamos una circunferencia con centro en **N** y radio **N1**, que determina los puntos **2** y **3** al cortarse con la prolongación de los lados del triángulo. A continuación, unimos los puntos **2** y **3** y obtenemos el punto **O** sobre la mediatriz, que es el centro de la circunferencia circunscrita en el eneágono. Finalmente, debemos transportar, como en ejercicios anteriores, el lado **AB** sobre la circunferencia y unir las divisiones (fig. 2.52).

Decágono

Partiendo del lado **AB**, dibujamos un pentágono. El lado **AB** será común al pentágono y al decágono. El vértice **O**, opuesto al lado **AB**, será el centro de la circunferencia circunscrita en el decágono, y el radio de ésta será igual a la distancia **OB**. A partir de aquí, procederemos como en los ejercicios anteriores (fig. 2.53).

Polígonos estrellados

Si dividimos una circunferencia en "**n**" partes iguales y las unimos de forma consecutiva, obtendremos un polígono regular convexo de **n** lados; estos son los diferentes polígonos que hemos presentado hasta ahora.

Pero si unimos las divisiones de la circunferencia, de forma que desde un vértice al siguiente dejemos dos, tres, cuatro o más divisiones, volviendo al primer vértice, después de dar más de una vuelta a la circunferencia y pasando por todas las divisiones, obtendremos un polígono cóncavo al que llamaremos **polígono estrellado**.

Al número de divisiones que saltamos desde un vértice al siguiente se le denomina **paso**. Este valor, junto con el número de vértices, es el dato de que disponemos para construir el polígono estrellado. El paso es un número no divisor del total de vértices; de este modo no volvemos al vértice de partida sin haber pasado por todos los vértices.

En la figura 2.54, hemos dividido una circunferencia en siete partes. Los posibles valores del paso, no divisores del número de vértices y menores que su mitad, son dos y tres. De esta forma obtenemos los dos polígonos estrellados correspondientes.

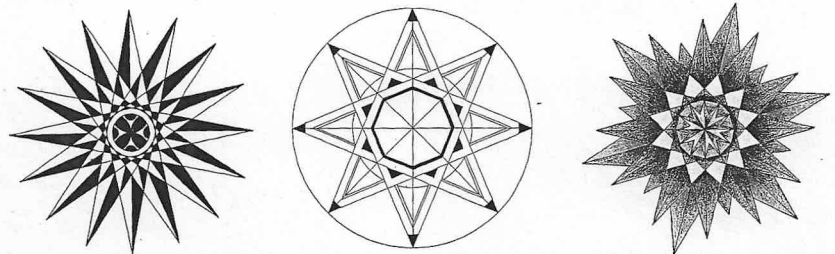
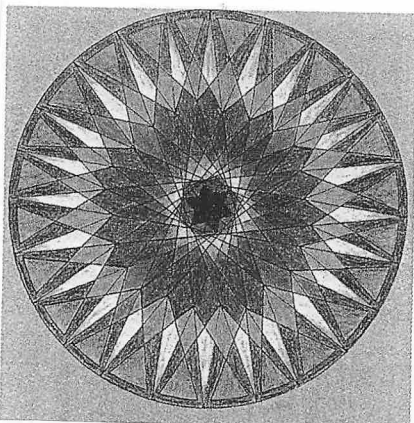


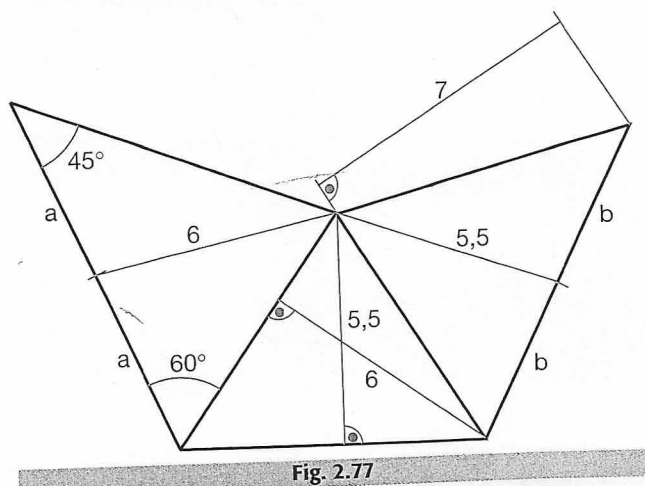
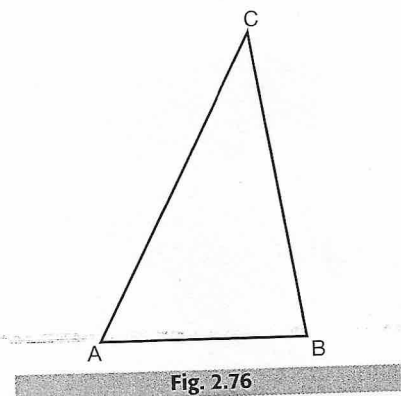
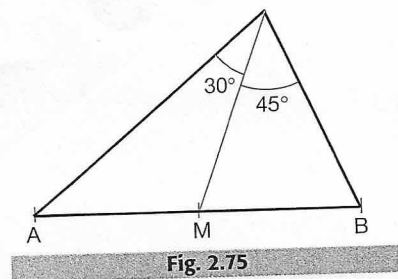
Fig. 2.55

Los polígonos de la figura 2.55 son otros ejemplos de polígonos estrellados de mayores y diferentes números de vértices.

EJERCICIOS PROPUESTOS

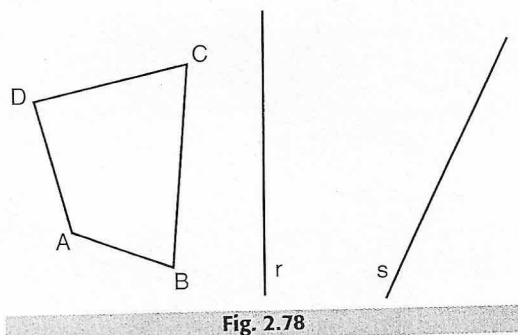
TRIÁNGULOS

1. Construid el triángulo, dado el segmento $AB = 9$ cm, y sabiendo que el punto M es el punto medio del segmento AB (fig. 2.75).
2. Determinad un punto P , interior al triángulo ABC , que equidiste de los lados AC y BC , de modo que el ángulo APB sea de 60° (fig. 2.76).
3. Construid un triángulo, dado un lado a ($a = 7$ cm), otro lado b ($b = 5$ cm) y la altura del tercer lado, c ($hc = 4$ cm).
4. Construid un triángulo isósceles, sabiendo que el radio de la circunferencia circunscrita es de 4 cm.
5. Construid un triángulo, dado un lado a ($a = 7$ cm) y las medianas de los otros dos lados mb ($mb = 8$ cm) y mc ($mc = 11$ cm).
6. Construid el triángulo del croquis (fig. 2.77).



CUADRILÁTEROS

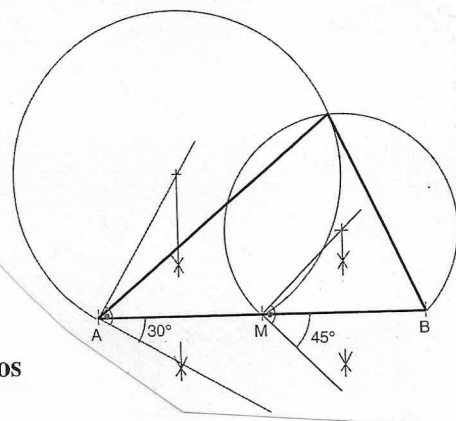
7. Construid el cuadrilátero $ABCD$ (el croquis no está dibujado a escala), situando el lado AB en posición vertical. (El lado AB sobre la recta r y con el vértice C en la recta s) (fig. 2.78).
8. Construid un cuadrado del que conocemos su diagonal de 5 cm.
9. Dibujad un rectángulo conociendo su diagonal de 7 cm y el ángulo que ésta forma con el lado mayor es de 30° .
10. Construid un romboide del que conocemos el lado AB de 5 cm, la diagonal AC de 8 cm y uno de sus ángulos de 75° .
11. Construid un trapezoide bisósceles del que conocemos los lados diferentes de 8 y 3 cm, con un ángulo entre ellos de 105° .



Triángulos

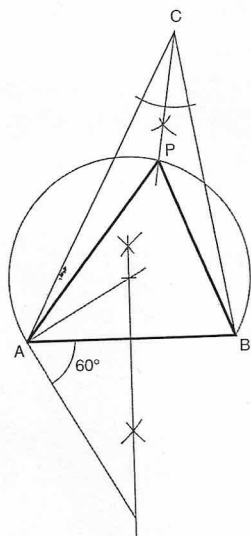
1. Construid el triángulo, dado el segmento $AB = 9$ cm, sabiendo que el punto M es el punto medio del segmento AB (fig. 2.75).

Dibujamos un segmento de 9 cm, con el punto M en su punto medio. El arco capaz de 30° del segmento AM , al cortar con el arco capaz de 45° del segmento MB , determina el vértice del triángulo.



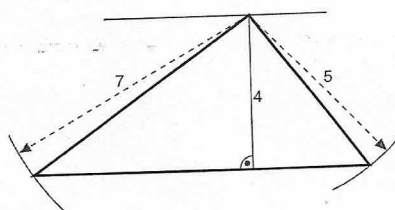
2. Determinad un punto P , interior al triángulo ABC , que equidiste de los lados AC y BC , de modo que el ángulo APB sea de 60° (fig. 2.76).

El arco capaz de 60° , al cortar con la bisectriz que tiene origen en el vértice C , determina el punto P que equidista de los lados BC y AC .



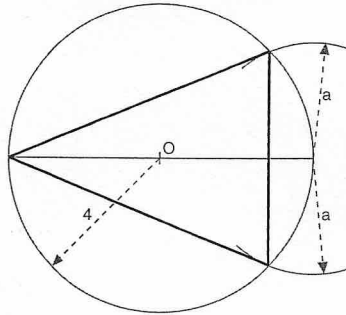
3. Construid un triángulo, dado un lado a ($a = 7$ cm), otro lado b ($b = 5$ cm) y la altura del tercer lado, c ($h_c = 4$ cm).

Sobre una recta cualquiera, dibujamos la recta perpendicular de 4 cm (altura del lado). Con radio de 7 cm por un lado y 5 cm por el otro, determinamos el tercer lado.



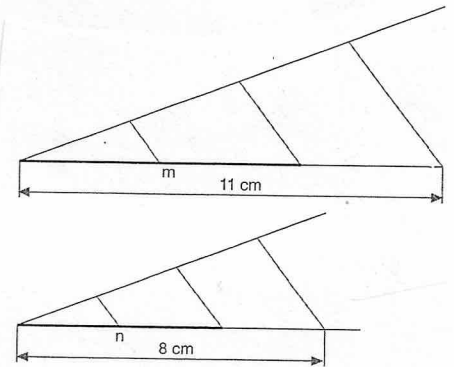
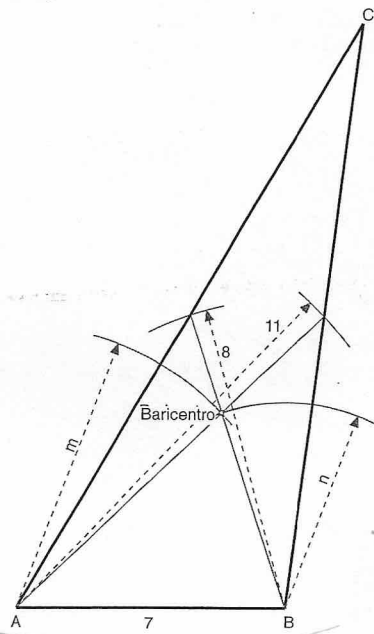
4. **Construid un triángulo isósceles, sabiendo que el radio de la circunferencia circunscrita es de 4 cm.**

Desde el extremo del diámetro de la circunferencia con un radio de 4 cm, trazamos los arcos de radio cualquiera, que determinan dos vértices del lado diferente del triángulo isósceles. El otro vértice se encuentra sobre el extremo opuesto del diámetro de la circunferencia. El problema tiene infinitas soluciones.



5. **Construid un triángulo, dado un lado a ($a = 7$ cm) y las medianas de los otros dos lados mb ($mb = 8$ cm) y mc ($mc = 11$ cm).**

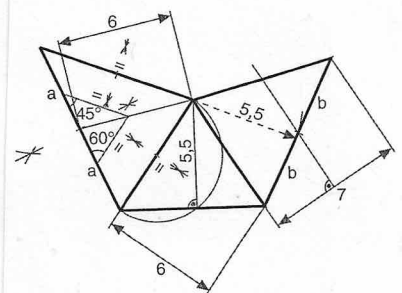
Dibujamos los lados AB de 70 mm. Conocemos las medianas de los lados AC y BC . Mediante su baricentro, podemos construir el triángulo (a $2/3$ del vértice y a $1/3$ del lado opuesto). Desde el extremo A con medida m igual a $2/3$ de 11 y desde B con medida n igual a $2/3$ de 8 hallamos el baricentro al prolongar por ambos lados. Con las medidas de las medianas determinamos los lados AC y BC .



6. **Construid el triángulo del croquis (fig. 2.77).**

El procedimiento seguido para solucionar el ejercicio es el siguiente:

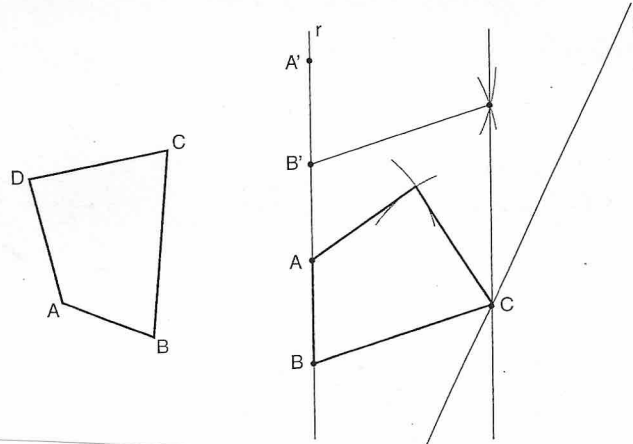
- Dibujamos un triángulo de lados cualesquiera, con un ángulo de 45° y otro de 60° .
- Dibujamos la mediana del triángulo a partir del punto medio del lado comprendido entre estos ángulos.
- Prolongamos la mediana hasta completar la medida de la nueva media del triángulo semejante más grande.
- Para hacer el triángulo siguiente, trazamos el ángulo capaz de 90° e inscribimos en él un triángulo rectángulo de lado 5,5 cm. Prolongamos el cateto menor, que corta con la altura de 6 cm. La mediana del último triángulo de mediana 5,5 cm corta con la mediatriz de la altura de 7 cm.



Cuadriláteros

7. **Construid el cuadrilátero ABCD (el croquis no está dibujado a escala), situando el lado AB en posición vertical. (El lado AB sobre la recta r y con el vértice C en la recta s .) (fig. 2.78).**

Situamos los puntos A' y B' sobre la recta s ; en relación con ellos, el punto C' , en la posición de los puntos A , B y C del cuadrilátero dado. Por C' hacemos una paralela, r' , a la recta r hasta cortar la recta s en el punto C . A partir de este punto, situamos el segmento CB , paralelo a $C'B'$, y tomando distancias del cuadrilátero original, obtenemos el resto del vértices del cuadrilátero.

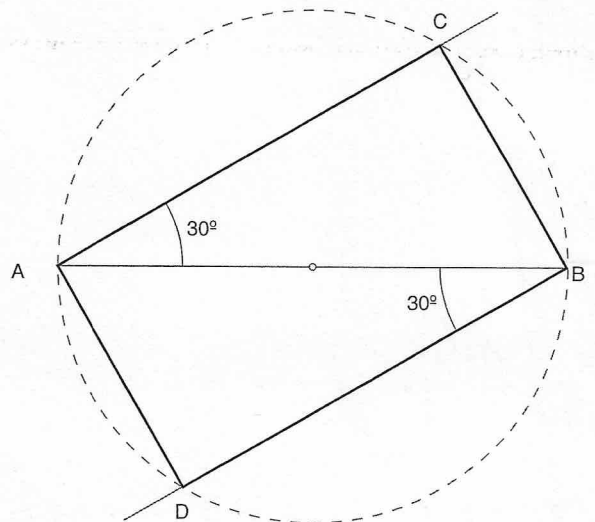
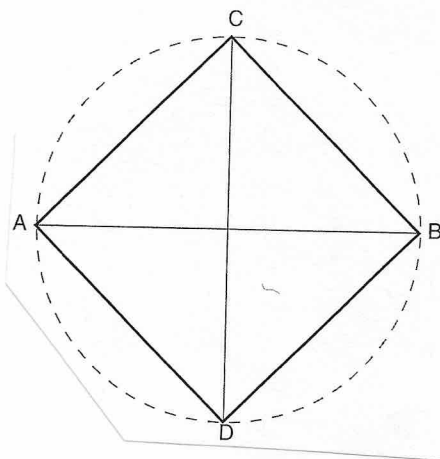


8. **Construid un cuadrado del que conocemos su diagonal de 5 cm.**

Trazamos una circunferencia de diámetro AB igual a la diagonal dada de 5 cm. Trazamos un segundo diámetro, perpendicular al anterior, y los puntos de corte con la circunferencia determinan los otros vértices C y D del cuadrado.

9. **Dibujad un rectángulo conociendo su diagonal de 7 cm y el ángulo que ésta forma con el lado mayor, que es de 30° .**

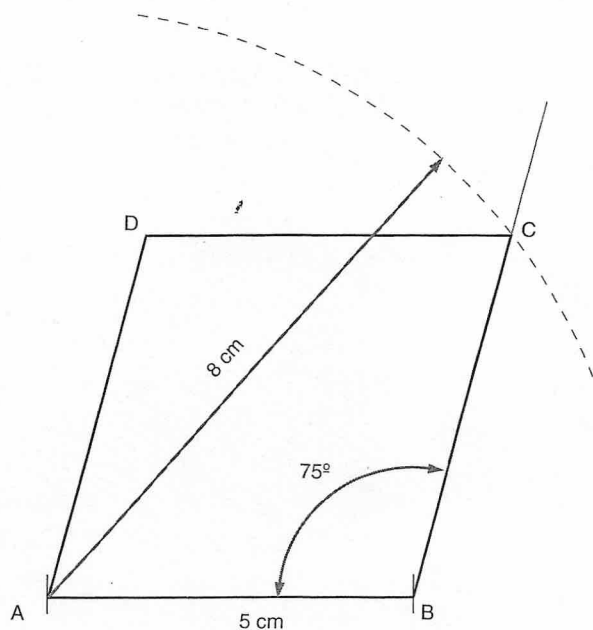
Construimos una circunferencia, arco capaz de 90° , de diámetro la diagonal de 7 cm. Por los extremos del diámetro trazamos semirrectas que formen con él ángulos de 30° ; estas semirrectas nos determinan los vértices C y D del rectángulo pedido.



10. Construid un romboide del que conocemos el lado $\overline{AB}$ de 5 cm, la diagonal $\overline{AC}$ de 8 cm y uno de sus ángulos de 75° .

Por el extremo B del segmento $\overline{AB}$ de 5 cm, trazamos una semirrecta que forme un ángulo de 75° con $\overline{AB}$.

Desde el extremo A y con un arco de radio 8 cm, determinamos el vértice C sobre la recta anterior. Por paralelismo, completamos el romboide.



11. Construid un trapezoide biisósceles del que conocemos los lados diferentes de 8 y 3 cm, con un ángulo entre ellos de 105° .

Trazamos los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ de 3 y 8 cm, formando entre ellos un ángulo de 105° (datos del problema). Unimos A con C y desde el vértice B trazamos la otra diagonal, perpendicular a $\overline{AC}$. Determinamos el vértice D a la distancia $\overline{OD}$ igual a $\overline{OB}$.

