SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Se denomina Sistema de Ecuaciones al conjunto de igualdades que incluyen varias incógnitas a ser resueltas, para ser llamada "de primer grado" las incógnitas deben tener como grado mayor el número uno, se debe recordar que al tener 2 incógnitas se deben tener al menos 2 ecuaciones para que su resolución sea posible

$$7x + 4y = 13\ (Ec.1)$$
$$5x - 2y = 19\ (Ec.2)$$

$$x \rightarrow Incógnita$$
$$y \rightarrow Incógnita$$

Para conocer los valores que satisfacen dichas igualdades se pueden utilizar varios métodos de resolución, entre los más importantes están:

- M. de Reducción (Suma y Resta)
- M. de Igualación
- M. de Sustitución
- M. de Kramer
- M. de Gauss
- M. de Gauss-Jordan
- M. Gráfico

A continuación, se explica como usar el método de reducción o también llamado de suma y resta, debido a la facilidad de su aplicación y a su rapidez.

MÉTODO DE SUMA Y RESTA (REDUCCIÓN)

Como primer paso se ubicarán las ecuaciones tal como se ve a continuación (con las incógnitas a la izquierda del mismo). Además, para una mayor facilidad en el reconocimiento de las ecuaciones estas se irán enumerando.

$$7x + 4y = 13\ (Ec.1)$$
$$5x - 2y = 19\ (Ec.2)$$

El siguiente paso consiste en eliminar alguna de las incógnitas (sea x o y), esto se puede lograr de una forma más fácil buscando a aquellas incógnitas que posean signos contrarios en ambas ecuaciones. (De no existir esta particularidad se elimina cualquier incógnita).

$$7x + 4y = 13\ (Ec.1)$$
$$5x - 2y = 19\ (Ec.2)$$

En este caso en particular se observa que la incógnita y posee un signo positivo en la Ec.1 y signo negativo en la Ec.2, por lo que será la que eliminaremos. Posteriormente se busca el MCM de los coeficientes de las incógnitas.

	4	2	**2**
	2	1	**2**
1	1		

MCM (4,2) = (2)(2) = 4

Ahora se multiplicarán dichos coeficientes hasta obtener el MCM encontrado (si el coeficiente ya posee el MCM como coeficiente toda la ecuación se multiplicará por 1), se observa que en la Ec.1 el coeficiente ya es igual al MCM por lo tanto solo se multiplicará dicha ecuación por 1.

Mientras que la Ec.2 debe ser multiplicada por 2 para obtener dicho MCM. En este paso se ha de verificar que las ecuaciones posean el mismo coeficiente en las incógnitas a eliminar con signos opuestos (una positiva y una negativa).

$$7x + 4y = 13\ (Ec.1)\ Multiplicamos\ por\ 1$$
$$5x - 2y = 19\ (Ec.2)\ Multiplicamos\ por\ 2$$

Al multiplicar las ecuaciones quedarán de la siguiente manera:

$$7x + 4y = 13\ (Ec.3)$$
$$10x - 4y = 38\ (Ec.4)$$

Se procede a sumar ambas ecuaciones (Ec.3 y Ec.4) para poder eliminar la incógnita deseada, por lo que se colocarán en la ubicación correcta para realizar dicha operación, es decir manteniendo el orden de columnas para cada incógnita y para el término independiente.

$$\begin{array}{c} 7x + 4y = 13\ (Ec.3) \\ 10x - 4y = 38\ (Ec.4) \\ \hline 17x \quad // \quad = 51\ (Ec.5) \end{array}$$

Con la nueva ecuación (Ec.5) procedemos a despejar la incógnita que no ha sido eliminada para obtener el valor de la misma.

$$17x \quad // \quad = 51\ (Ec.5)$$

$$17x = 51$$

$$x = \frac{51}{17}$$

$$x = 3\ (Ec.6)$$

Para encontrar la incógnita restante procedemos a reemplazar el valor de la incógnita encontrada (Ec.6) en cualquiera de las ecuaciones originales (Ec.1 o Ec.2), en este caso lo haremos en la ecuación 1, y se procede a despejar dicha incógnita.

$$7x + 4y = 13\ (Ec.1)$$

$$7(3) + 4y = 13$$

$$21 + 4y = 13$$

$$4y = 13 - 21$$

$$4y = -8$$

$$y = -\frac{8}{4}$$

$$y = -2\ (Ec.7)$$

Con esto se han encontrado las dos soluciones del sistema para cada incógnita (Ec.6 y Ec.7).

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Como primer paso se ubicarán las ecuaciones tal como se ve a continuación (con las incógnitas a la izquierda del mismo). Además, para una mayor facilidad en el reconocimiento de las ecuaciones estas se irán enumerando.

$$3x + 5y = 7\ (Ec.1)$$
$$2x - y = -4\ (Ec.2)$$

Procedemos a despejar **la misma incógnita** de ambas ecuaciones.

$$3x + 5y = 7$$

$$3x = 7 - 5y$$

$$x = \frac{7 - 5y}{3}(Ec.3)$$

$$2x - y = -4$$

$$2x = y - 4$$

$$x = \frac{y - 4}{2}(Ec.4)$$

Al denominarse método de igualación, procedemos a igualar ambas incógnitas despejadas. (Ecuaciones 3 y 4). Procedemos a multiplicar en forma de letra X para eliminar a los denominadores

$$\frac{7 - 5y}{3} = \frac{y - 4}{2}$$

$$(2)(7 - 5y) = (3)(y - 4)$$

$$14 - 10y = 3y - 12$$

Ahora al haber obtenido una ecuación con una sola incógnita, podemos proceder a despejar el valor de dicha incógnita.

$$-10y - 3y = -12 - 14$$

$$-13y = -26$$

$$y = \frac{-26}{-13}$$

$$y = 2\ (Ec.5)$$

Para obtener el valor de la otra incógnita, basta con reemplazar dicho valor en cualquiera de las ecuaciones despejadas (Ecuación 3 o Ecuación 4).

$$x = \frac{y - 4}{2}$$

$$x = \frac{2 - 4}{2}$$

$$x = \frac{-2}{2}$$

$$x = -1\ (Ec.6)$$

Una vez que se han obtenido los valores de las incógnitas se ha determinado la solución de este problema. (Ec.5 y Ec.6)

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Como primer paso se ubicarán las ecuaciones tal como se ve a continuación (con las incógnitas a la izquierda del mismo). Además, para una mayor facilidad en el reconocimiento de las ecuaciones estas se irán enumerando.

$$7x + 9y = 42 \ (Ec. 1)$$
$$12x + 10y = -4 \ (Ec. 2)$$

Procedemos a despejar una incógnita de cualquiera de las dos ecuaciones, en este caso vamos a despejar x de la Ecuación 1.

$$7x + 9y = 42$$

$$7x = 42 - 9y$$

$$x = \frac{42 - 9y}{7} (Ec. 3)$$

Al denominarse método de sustitución se debe sustituir la variable despejada anteriormente en la otra ecuación (Reemplazar la Ecuación 3 en la Ecuación 2)

$$12\left(\frac{42 - 9y}{7}\right) + 10y = -4$$

Se aplica los procedimientos matemáticos necesarios para resolver la ecuación lineal de primer grado que se ha formado (Propiedad distributiva, Mínimo Común Múltiplo, Despeje de variables, etc).

$$\frac{504 - 108y}{7} + 10y = -4$$

$$\frac{504 - 108y + 70y}{7} = -4$$

.

Al tener un denominador que divide en su totalidad a uno de los miembros de la ecuación es posible enviar dicho denominador al otro lado de la ecuación realizando la operación de multiplicación, de esta forma:

$$504 - 108y + 70y = -4(7)$$

$$504 - 108y + 70y = -28$$

$$-108y + 70y = -28 - 504$$

$$-38y = -532$$

$$y = \frac{-532}{-38}$$

$$y = 14 \ (Ec. 4)$$

Por último se puede sustituir dicho valor hallado de la Ecuación 4 en la Ecuación 3.

$$x = \frac{42 - 9(14)}{7}$$

$$x = \frac{42 - 126}{7}$$

$$x = \frac{-84}{7}$$

$$x = -12 \ (Ec. 5)$$

Una vez que se han obtenido los valores de las incógnitas se ha determinado la solución de este problema. (Ec.4 y Ec.5)

MÉTODO GRÁFICO

Como primer paso se ubicarán las ecuaciones tal como se ve a continuación (con las incógnitas a la izquierda del mismo). Además, para una mayor facilidad en el reconocimiento de las ecuaciones estas se irán enumerando.

$$x + 3y = 6\ (Ec.1)$$
$$5x - 2y = 13\ (Ec.2)$$

Cada una de estas ecuaciones posee una gráfica característica propia en el plano cartesiano la cual es la de una línea recta, por lo cual procedemos a despejar la variable dependiente de cada una de ellas para poder enunciarlas como 2 funciones lineales distintas.

$$x + 3y = 6$$

$$3y = 6 - x$$

$$y = \frac{6 - x}{3} (Ec.3)$$

$$5x - 2y = 13$$

$$2y = 13 - 5x$$

$$y = \frac{13 - 5x}{-2}$$

$$y = \frac{5x - 13}{2} (Ec.4)$$

Ahora procedemos a graficar cada una de dichas rectas (Ecuación 3 y Ecuación 4) en el plano cartesiano, se puede utilizar cualquier método como el de la tabla de valores o el de los puntos de corte.

$$Proceso\ de\ graficación\ de\ Ecuación\ 3\ (Puntos\ de\ corte)$$

$$y = \frac{6 - x}{3}$$

Se utiliza el método de los puntos de corte por lo tanto se encuentra los valores de cuando x=0 e y=0.

$$\boldsymbol{Cuando\ x = 0}$$

$$y = \frac{6 - x}{3}$$

$$y = \frac{6 - 0}{3}$$

$$y = \frac{6}{3}$$

$$y = 2$$

Por lo tanto, el primer punto de corte es **P1(0;2)**, ahora calcularemos el punto para cuando y=0.

$$\boldsymbol{Cuando\ y = 0}$$

$$y = \frac{6 - x}{3}$$

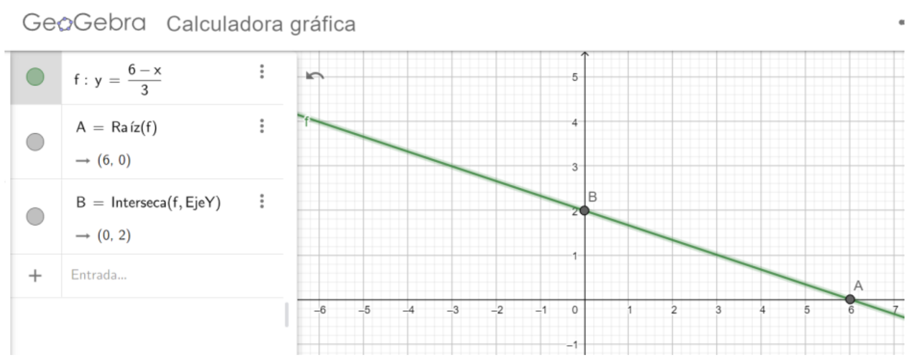
$$0 = \frac{6 - x}{3}$$

$$(0)(3) = 6 - x$$

$$0 = 6 - x$$

$$x = 6$$

Se ha obtenido un valor de x=6 por lo tanto el punto de corte 2 será **P2(6;0)**, ahora se procede a ubicar dichos puntos en el plano cartesiano y se obtiene la recta característica de la primera ecuación.



Se repite el mismo proceso, pero ahora para la Ecuación 4 para poder graficar la recta correspondiente. Por lo tanto, calculamos los puntos de corte cuando x=0 e y=0.

$$\textit{Proceso de graficación de Ecuación } 4 \ (\textit{Puntos de corte})$$

$$\boldsymbol{Cuando\ x = 0}$$

$$y = \frac{5x - 13}{2}$$

$$y = \frac{5(0) - 13}{2}$$

$$y = \frac{0 - 13}{2}$$

$$y = -\frac{13}{2}$$

$$y = -6{,}5$$

$$\boldsymbol{Cuando\ y = 0}$$

$$y = \frac{5x - 13}{2}$$

$$0 = \frac{5x - 13}{2}$$

$$(0)(2) = 5x - 13$$

$$0 = 5x - 13$$

$$-5x = -13$$

$$x = \frac{-13}{-5}$$

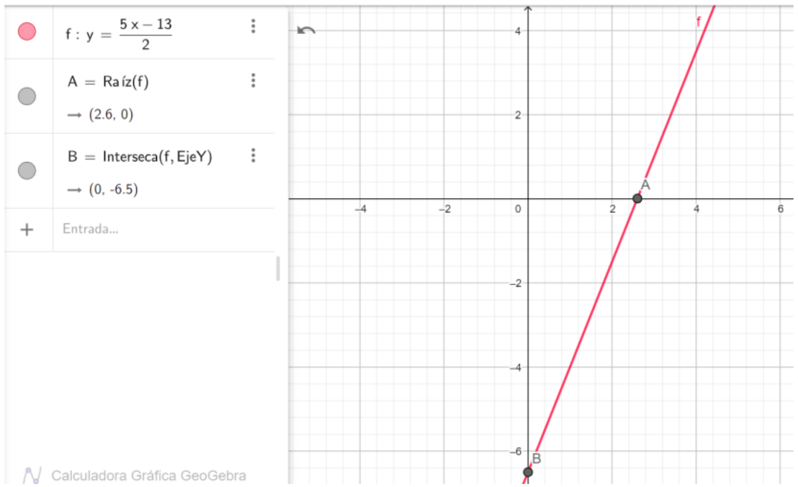
$$x = \frac{13}{5}$$

$$x = 2{,}6$$

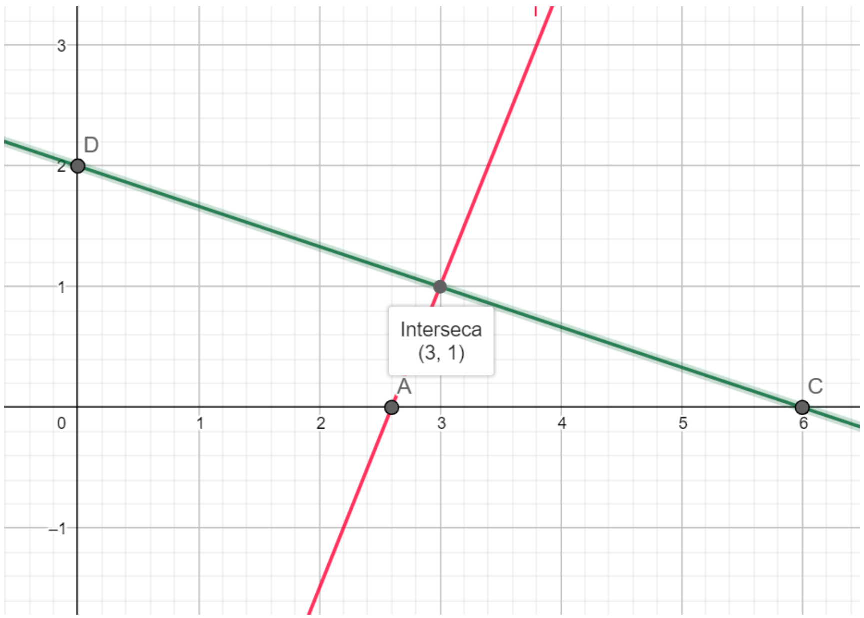
Con estos valores obtenidos se puede decir que los puntos de corte quedan conformados de la siguiente manera:

P1 (0 ; -6,5)
P2 (2,6 ; 0)

Al graficar la recta correspondiente se puede observar que tendrá la siguiente forma:



El método gráfico consiste en determinar el punto de intersección de las 2 rectas (es decir el punto donde dichas rectas llegan a cruzarse entre sí), por lo cual se ha procedido a ubicar dichas rectas en el mismo plano cartesiano.



Como es posible observar el punto de intersección de las 2 rectas es el punto (3;1), el cual posee una coordenada X e Y.

$$Punto\ de\ intersección = (3\,;1)$$

$$Coordenada\ {\color{red}x}\ del\ punto\ de\ intersección = 3$$

$$Coordenada\ {\color{red}y}\ del\ punto\ de\ intersección = 1$$

Dichas coordenadas del punto de intersección corresponden a la solución del sistema de ecuaciones.

$${\color{red}x} = 3\ (Ec. 5)$$

$${\color{red}y} = 1\ (Ec. 6)$$

Una vez que se han obtenido los valores de las incógnitas se ha determinado la solución de este problema. (Ec.5 y Ec.6)