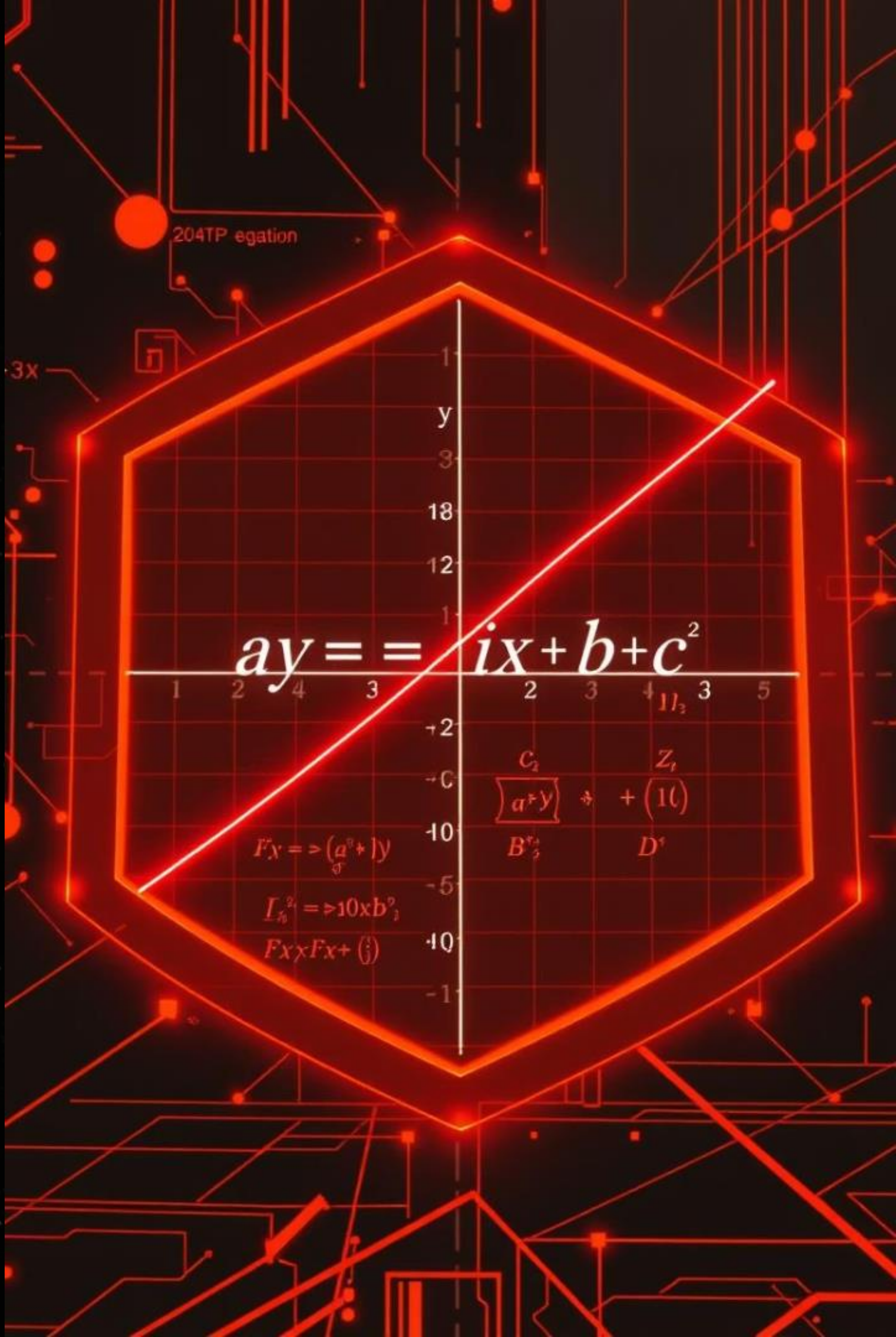
Ecuaciones Cuadráticas: Una Introducción Completa

Exploraremos qué son las ecuaciones cuadráticas y su importancia. Son fundamentales en matemáticas y física para modelar múltiples fenómenos.



¿Qué es una Ecuación Cuadrática?

Definición

La ecuación cuadrática tiene la forma

$ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$.

- a, b, c son coeficientes numéricos
- x es la variable o incógnita

Ejemplo

$2x^2 + 5x - 3 = 0$
es una ecuación cuadrática típica.

$2costo^2 + 5costo - 3 = 0$
es una ecuación cuadrática típica.

$2costo^2 -2costo= 0$
es una ecuación cuadrática típica.

Métodos para Resolver Ecuaciones Cuadráticas

Factorización

Descomponer en factores para simplificar la solución.

Fórmula Cuadrática (general)

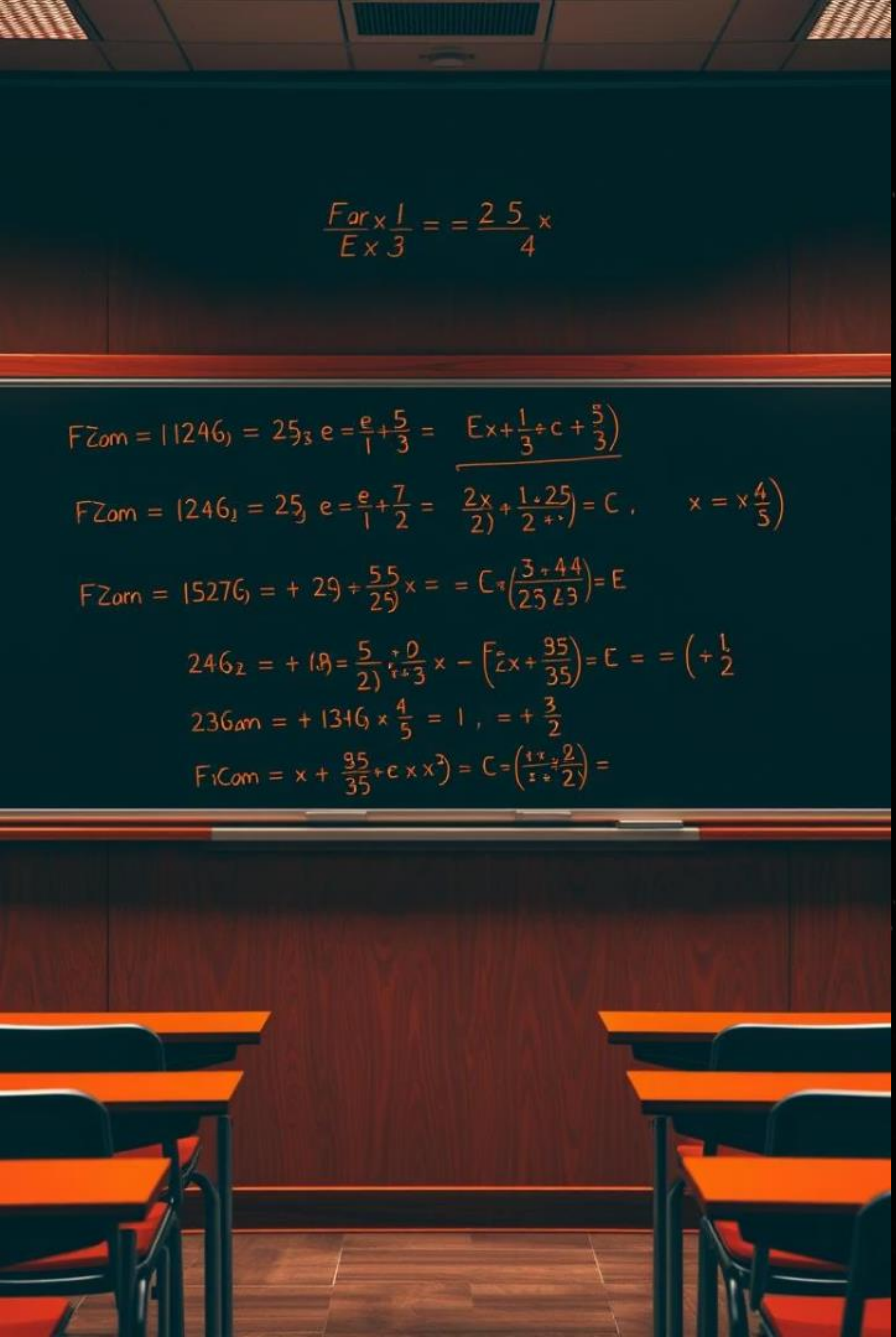
Solución universal usando la fórmula con raíces cuadradas.

Completar el Cuadrado

Convertir en un trinomio cuadrado perfecto para resolver.

Gráfico

Al analizar graficamente los puntos críticos de la representación gráfica



Factorización: Descomposición en Factores

Encontrar números

Dos números que sumen 'b' y multipliquen 'ac'.

Ejemplo

transporte² + 5transporte + 6 = 0

$t^2 + 5t + 6 = 0$ **$(t+2) = 0$** **$(t+3) = 0$**

$(t+2)(t+3) = 0$ **$t1 = -2$** **$t2 = -3$**

$$t^2 + 5t + 6 = 0$$

Soluciones

t = -2 y t = -3

$$(-2)^2 + 5(-2) + 6 = 0$$
$$4 - 10 + 6 = 0$$
$$-6 + 6 = 0$$
$$0 = 0$$

$$(-3)^2 + 5(-3) + 6 = 0$$
$$9 - 15 + 6 = 0$$
$$-6 + 6 = 0$$
$$0 = 0$$

$$12x + 3yz + 8zx + 12yx + z^2 = 0$$

$1\ variables: z$

$z\ grado\ 2$

x,y son constantes E R

$$z^2 + (3yz + 8zx) + (12yx + 12x) = 0$$

$$1z^2 + (3y + 8x)z + (12yx + 12x) = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$a = 1 \qquad b = 3y + 8x \qquad c = 12yx + 12x$

$$\boldsymbol{x1, 2} = \frac{-\boldsymbol{b} \pm \sqrt{\boldsymbol{b}^2 - 4\boldsymbol{ac}}}{2\boldsymbol{a}}$$

$$\boldsymbol{x1, 2} = \frac{-(3y + 8x) \pm \sqrt{(3y + 8x)^2 - 4(1)(12xy + 12x)}}{2(1)}$$

$$\boldsymbol{x1, 2} = \frac{-3y - 8x \pm \sqrt{(3y)^2 + 2(3y)(8x) + (8x)^2 - 4(1)(12xy + 12x)}}{2(1)}$$

$$\boldsymbol{x1, 2} = \frac{-3y - 8x \pm \sqrt{9y^2 + 48xy + 64x^2 - 48xy - 48x)}}{2}$$

$$\boldsymbol{x1, 2} = \frac{-3y - 8x \pm \sqrt{9y^2 + 64x^2 - 48x}}{2}$$

$$z1,2 = \frac{-3y - 8x \pm \sqrt{9y^2 + 64x^2 - 48x}}{2}$$

$$z1 = \frac{-3y - 8x + \sqrt{9y^2 + 64x^2 - 48x}}{2} \qquad z2 = \frac{-3y - 8x - \sqrt{9y^2 + 64x^2 - 48x}}{2}$$

x,y son constantes E R   Resuelve las raíces o soluciones, cuando x=2 y y=-3

$$z1 = \frac{-3(-3) - 8(2) + \sqrt{9(-3)^2 + 64(2^2) - 48(2)}}{2}$$

$$z1 = \frac{9 - 16 + \sqrt{9 * 9 + 64(4) - 96}}{2}$$

$$z1 = \frac{-7 + \sqrt{241}}{2} \qquad z2 = \frac{-7 - \sqrt{241}}{2}$$

$$z1 = \frac{-7 + 15{,}52..}{2} \qquad z2 = \frac{-7 - 15{,}52..}{2}$$

$$z1 \approx 4{,}26..$$

$$z2 \approx -11{,}26..$$

Comprobación

$$12x + 3yz + 8zx + 12yx + z^2 = 0$$

$\boldsymbol{z1} = 4{,}26..$

$\boldsymbol{z2} = -11{,}26..$

x=2 y y=-3

$\boldsymbol{z1} = 4{,}26..$

$12(2) + 3(-3)(4{,}26) + 8(4{,}26)(2) + 12(-3)(2) + (4{,}26)^2 = 0$

$24 - 9(4{,}26) + 16(4{,}26) - 72 + (4{,}26)^2 = 0$

$24 - 38{,}34 + 68{,}16 - 72 + 18{,}1476 += 0$

$-0{,}0324 \approx 0$

$\boldsymbol{z2} = -11{,}26..$

$12(2) + 3(-3)(-11{,}26) + 8(-11{,}26)(2) + 12(-3)(2) + (-11{,}26)^2 = 0$

$24 - 9(-11{,}26) + 16(-11{,}26) - 72 + (-11{,}26)^2 = 0$

$24 + 101{,}34 - 180{,}16 - 72 + 126{,}7876 += 0$

$-0{,}0324 \approx 0$

La Fórmula Cuadrática: Una Solución Universal

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x1, 2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminante Δ

Δ = b^2 - 4ac determina las soluciones.

Δ > 0

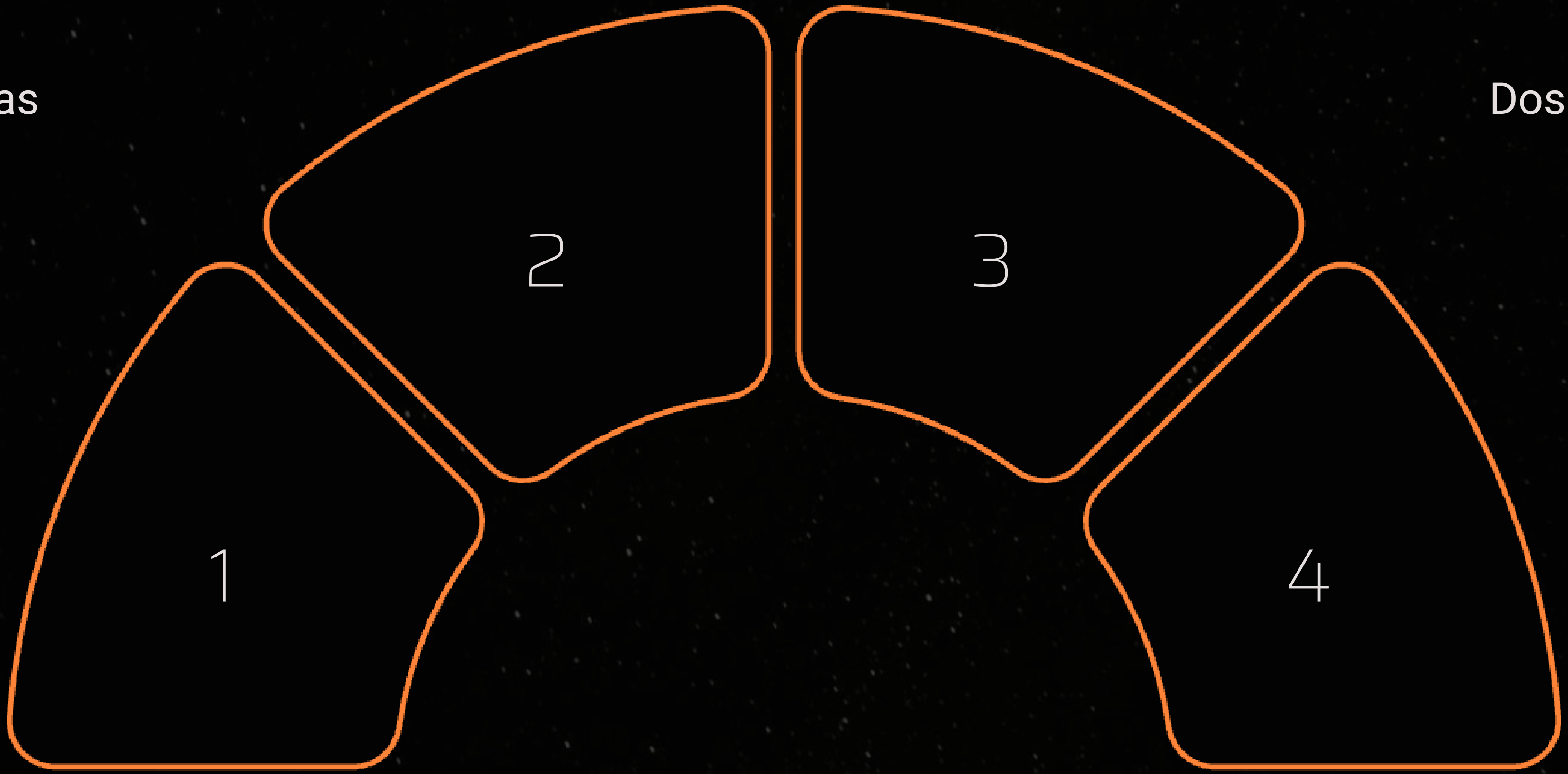
Dos soluciones reales y distintas.

Δ = 0

Una solución real doble.

Δ < 0

Dos soluciones complejas, no reales.



Completar el Cuadrado: Transformación Matemática

Objetivo

Crear un trinomio cuadrado perfecto para facilitar solución.

Ejemplo

$x^2 + 6x + 5 = 0 \rightarrow (x + 3)^2 - 4 = 0$

Soluciones

$x = -1$ y $x = -5$

Ejemplos Prácticos: Resolviendo Problemas

1. **Ejemplo 1**

   $3x^2 - 7x + 2 = 0$ usando fórmula cuadrática.

2. **Ejemplo 2**

   $x^2 - 4x + 4 = 0$ por factorización o completar el cuadrado.

3. **Demostración**

   Explicación clara paso a paso de cada método.

Aplicaciones en el Mundo Real

Física

Modela trayectorias de proyectiles y movimientos.

Ingeniería

Diseño de puentes y estructuras resistentes.

Economía

Optimización de costos y análisis de beneficios.

Informática

Mejora algoritmos y eficiencia computacional.

Gráficas de Ecuaciones Cuadráticas: Parábolas

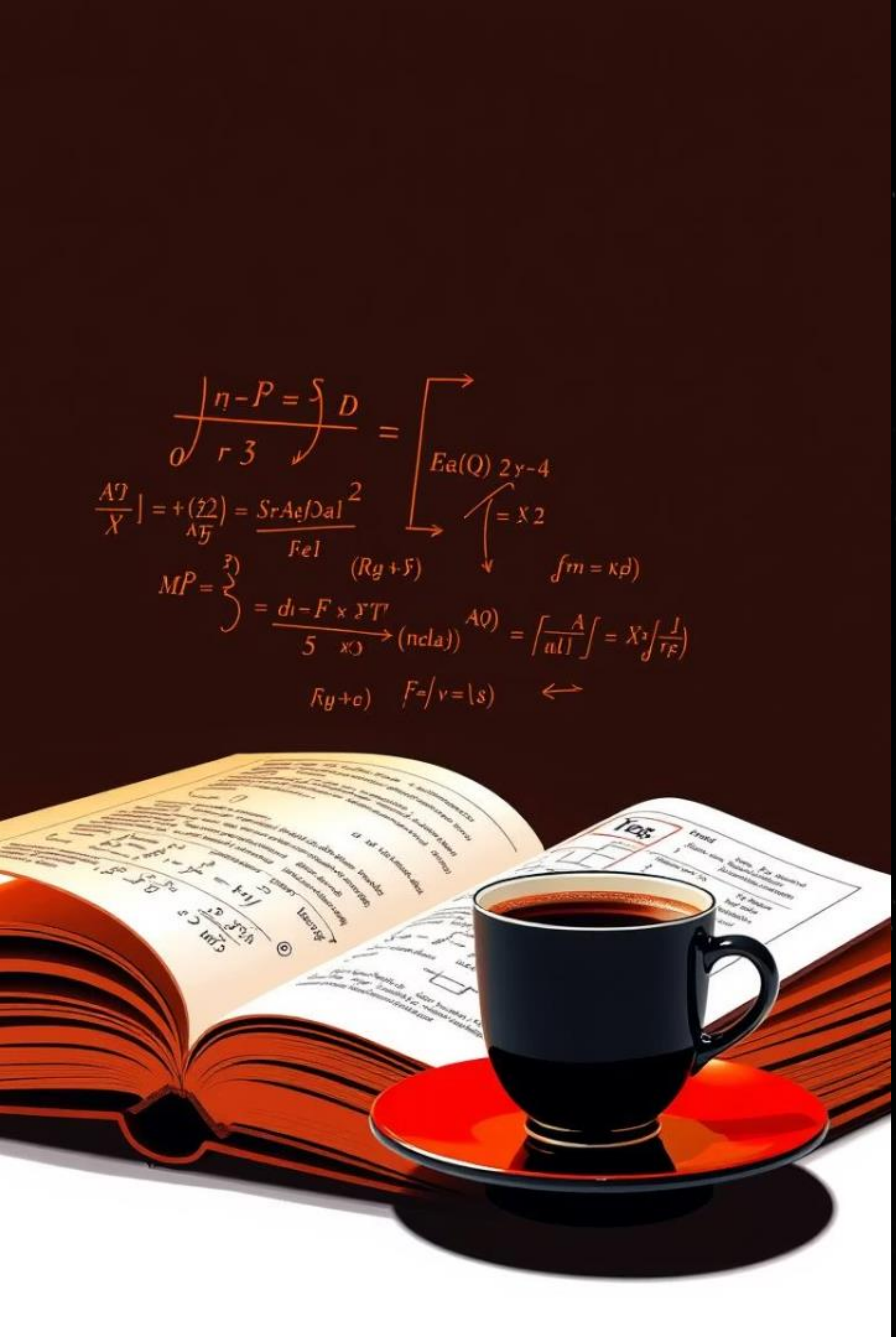
Forma

La gráfica es una parábola, curva simétrica.

- Vértice: punto máximo o mínimo
- Eje de simetría: línea vertical central

Raíces

Intersección con el eje x, soluciones de la ecuación.



Resumen y Conclusiones

Ecuaciones Cuadráticas

Herramientas poderosas y versátiles en matemáticas.

Métodos

Dominio necesario de factorización, fórmula y completar cuadrados.

Aplicaciones

Amplias y cruciales en diversas áreas científicas.

Recomendación

Practicar para consolidar el aprendizaje y habilidades.