CAPÍTULO 10:

Prueba de Hipótesis de una muestra

Roberto S. Villamarín G.

21 de mayo de 2025

Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemátícas y Física

Tabla de Contenidos

Visión General

Objetivos

Al concluir el esta unidad, será capaz de:

1. Definir una hipótesis y las pruebas de hipótesis.
2. Describir el procedimiento de prueba de una hipótesis en cinco pasos.
3. Distinguir entre las pruebas de hipótesis de una y dos colas.
4. Llevar a cabo una prueba de hipótesis para una media poblacional.
5. Llevar a cabo una prueba de hipótesis para una proporción poblacional.
6. Definir los errores tipo I y tipo II.
7. Calcular la probabilidad de un error tipo II.

Introducción a la Prueba de Hipótesis

En las unidades anteriores se estudiaron algunos aspectos como:

1. Como calcular una muestra aleatoria y a partir de ella, calcular el valor de un parámetro poblacional.
2. Se construyó un intervalo de confianza, que es un conjunto de valores, en el cual se encuentra el parámetro de la población.

¿Pero que sucedería si queremos probar la validez de una afirmación como las siguientes?

1. En el 2019, 35 % de los ecuatorianos perdieron el empleo.
2. El promedio de los estudiantes creció en dos puntos, en los semestres que se trabajo en la modalidad virtual.
3. El promedio de las mujeres es igual al promedio de los varones en estadística.

¿Qué es un Hipótesis?

Hipótesis

Definición

Es una afirmación relativa a un parámetro de la población

Citemos algunas características de las hipótesis

1. Es una declaración relativa a una población
2. En el análisis estadístico se establece una afirmación **(una hipótesis)**, se recogen los datos que posteriormente servirán para probar la aserción.
3. La hipótesis es una posible respuesta al problema planteado, es una suposición anticipada que deberá ser confirmada o refutada. Responde a la pregunta ¿Qué quiero probar?

Formulación de las hipótesis

Una hipótesis para considerarla bien formulada y poderla verificar empíricamente debe reunir las siguientes características (requisitos o condiciones) principales:

1. Estar lógicamente formulada o estructurada mediante las unidades de observación, las variables y los términos de enlace, refiriéndose a situaciones concretas o reales de manera sencilla: precisa y clara.
2. Para que sea científica debe tener referentes teóricos; la relación entre las variables debe ser observable y medible en la realidad, verificable o refutable con referentes empíricos de un universo determinado.
3. Debe existir íntima coherencia entre el planteamiento, la operacionalización y la técnica para la prueba, considerando el tipo de variables y la respectiva escala de medición de éstas: nominal, ordinal, de intervalo y de razón.

Formulación (cont..)

1. También debe haber una intima relación y coherencia entre el problema general, el objetivo general y la hipótesis general; entre los problemas particulares o secundarios, los objetivos específicos y las hipótesis particulares, si amerita el caso.
2. En una tesis se puede tener una sola hipótesis de investigación o de trabajo si en ella se globaliza lo que se pretende probar.
3. En ciertos estudios complejos es posible que sea necesario plantear una hipótesis principal o general de acuerdo al objetivo general, y otras hipótesis secundarias o particulares de acuerdo a ciertos objetivos específicos de mayor relevancia.

Tipos de Hipótesis

Clasificación

Hipótesis de Investigación (H_i)

Son las que se utilizan durante el desarrollo del trabajo, se formulan en forma afirmativa.

Ejemplo

Los estudiantes de la muestra A *difieren* en rendimiento de los estudiantes de la muestra B utilizando metodologías diferentes.

Estas a su vez pueden ser:

Hipótesis Descriptivas

Son simples afirmaciones de ciertos hechos o fenómenos sujetos a comprobación. Se plantean en estudios descriptivos.

Pueden involucrar una sola variable

Señalan la presencia de cierto fenómeno en una población

El porcentaje de votantes por el candidato $N.N$ sería *superior* al 70 %.

Ejemplos de H. Descriptivas

1. El sueldo mensual del profesor universitario ecuatoriano oscila entre 2000 y 5000 USD
2. Pueden dos o más variables mediante asociación, pero dicha relación no es causal.
   - A mayor ingreso económico familiar, mayor escolaridad de los hijos.
   - A mayor dedicación al estudio, menor riesgo de perder el semestre.

Nota:

Estas hipótesis se pueden probar utilizando por ejemplo porcentajes, tasas o incremento porcentual.

Hipótesis Correlacionales

Definición

Especifican la relación entre dos (correlación bivariada) o más variables (correlación multivariada);es decir, establecen que dos o más variables están asociadas y a veces indican cómo están asociadas.

Ejemplos

- Los profesores de matemática muestran cada vez mayores niveles de conocimientos(claramente se ve la correlación bivariada entre tiempo y conocimientos)
- A mayor nivel de ingreso en una familia, mayor nivel de escolaridad de los hijos.
- A mayor práctica deportiva, mayor popularidad y éxito en el rendimiento.

H. Correlacionales — (cont.)

Más ejemplos:

- A mayor ingreso familiar, menor preocupación por la situación económica
- A mayor preparación del docente, mejor nivel académico en sus estudiantes
- Hay relación entre el perfil profesional y la calidad de la práctica profesional

Importante

Si una hipótesis es puramente correlacional, no tiene sentido hablar de variable independiente y variable dependiente

Ejemplo

Los alumnos que tienen altas calificaciones en matemática tienden atener altas calificaciones en estadística

Recuerde!!

Para hablar de variable independiente y variable dependiente, la hipótesis debe ser causal.

Estadísticos de prueba

Una hipótesis correlacional se puede probar con *Chi cuadrado* y se puede medirla magnitud de la correlación entre las dos variables con el coeficiente de correlación *r* **de Pearson** o de **Spearman**

Hipótesis Estadísticas

Hipótesis Estadísticas

Son la transformación de las hipótesis de investigación, nulas y alternativas en símbolos matemáticos o estadísticos.
Se formulan con la finalidad de probarlas o rechazarlas cuando los datos que se van a recoger son cuantitativos: números, porcentajes, proporciones, promedios.

Clasificación

1. H. Estadísticas de Estimación
2. H. Estadísticas de Diferencia de Medias (u otros valores)
3. H. Estadísticas de Estimación de Correlación

H. Estadísticas de Estimación

- O también conocidas como de diferencia entre el valor hipotetizado y el valor observado en la muestra.
- Son las correspondientes a las hipótesis de investigación descriptivas de una variable.
- Se utiliza cuando se desea evaluar un supuesto respecto al valor de alguna característica de una muestra de individuos u objetos y de una población.

Ejemplo

El promedio mensual del sueldo de los profesores de la UNACH es diferente a 1500 dólares

H. Estadísticas de Estimación

- Al transformar esta hipótesis de investigación a hipótesis estadística, vemos que el estadígrafo al que hace referencia es el promedio ($\overline{X}$)
- Luego, su simbología estadística es: $Hi : \overline{X} \neq 1500$
- Este es un ensayo a dos colas porque al ser $\overline{X} \neq 1500$ puede ser : $X > 1500$; (cola derecha) o $X < 1500$ (cola izquierda).
- Más adelante hablaremos de esto.

Estadístico de prueba

Estas hipótesis se pueden probar con *z-normalizado* o *t-student*.

Hipótesis Estadísticas de la diferencia de Medias

Hipótesis Estadísticas de la diferencia de Medias (u otras valores)

Comparan una estadística entre dos grupos (o en un mismo grupo donde se han utilizado por ejemplo dos metodologías)

Ejemplo

Ejemplos:

- H_i :El promedio $\overline{X}$ de rendimiento del grupo A que utilizan el método M difiere del promedio Y de rendimiento del grupo B que utilizan el método N
- $H_i : \overline{X} \neq \overline{Y}$ (simbología estadística de esta hipótesis de investigación, estudio a dos colas)
- H_0 : El Promedio $\overline{X}$ del rendimiento del grupo A que utiliza el método M, no difiere del Promedio $\overline{Y}$ de rendimiento del grupo B que utilizan el método N
- $H_0 : \overline{X} = \overline{Y}$ (simbología Estadística de la Hipótesis Nula)
- H_a : El promedio $\overline{X}$ de rendimiento del grupo A que utilizan el método M es superior al promedio $\overline{Y}$ de rendimiento del grupo B que utilizan el método N.

Ejemplo

- $H_a : \overline{X} > \overline{Y}$ (simbología estadística de la primera hipótesis alternativa, estudio a una cola, derecha)
- H_a : El promedio $\overline{X}$ de rendimiento del grupo A que utilizan el método M es inferior al promedio $\overline{Y}$ de rendimiento del grupo B que utilizan el método N.
- $Ha : \overline{X} < \overline{Y}$ (simbología estadística de la primera hipótesis alternativa, estudio a una cola, izquierda)

Estadísticos de prueba

Estas hipótesis se pueden probar con $z - normalizado$ o $t - student$.
Su estimación puede hacerse con promedio, medianas o porcentajes.

Definición

Tienen por objeto traducir en términos estadísticos una correlación entre dos (símbolo r) o más variables (R)

Ejemplo

Existe una correlación significativa entre el coeficiente intelectual (x) y el tiempo para aprender un concepto (y)

- $H_i : r_{xy} \neq 0$
- $H_0 : r_{xy} = 0$ Indica que las variables no están relacionadas

¿Cuántas hipótesis debe tener una investigación?

Importante

- No hay reglas.
- Depende el tipo de estudio.
- Deben ser mínimas necesarias y suficientes para realizar el trabajo

Planteamiento de las hipótesis

Se lo debe hacer de UNA de las siguientes formas.

1. Hipótesis de investigación
2. Hipótesis de investigación general, y una o dos hipótesis específicas
3. Hipótesis de investigación, y la hipótesis de trabajo (sólo en ciertos casos)
4. Hipótesis de investigación, nula y las hipótesis estadísticas de investigación y nula. (Lo más usual)

Dependerá del tipo de estudio, de las variables, y del estadístico de prueba

Prueba de hipótesis

¿Qué es la prueba de hipótesis

Algunas consideraciones

1. Probar un Hipótesis o prueba de hipótesis, son sinónimos.
2. La prueba de hipótesis comienza con una afirmación, o suposición, sobre un parámetro de la población, como la media poblacional, por ejemplo.

¿Qué es la prueba de hipótesis

Algunas consideraciones

1. Probar un Hipótesis o prueba de hipótesis, son sinónimos.
2. La prueba de hipótesis comienza con una afirmación, o suposición, sobre un parámetro de la población, como la media poblacional, por ejemplo.

Prueba de hipótesis

Es un procedimiento basado en evidencia de la muestra y la teoría de la probabilidad para determinar si la hipótesis planteada es una afirmación razonable.

Procedimiento

Algunas consideraciones:

1. Es un procedimiento de cinco pasos, al llegar al quinto, se esta en condiciones de **aceptar** o **rechazar** la hipótesis

Procedimiento

Algunas consideraciones:

1. Es un procedimiento de cinco pasos, al llegar al quinto, se esta en condiciones de **aceptar** o **rechazar** la hipótesis
2. La prueba de hipótesis no prueba que algo sea verdadero (al menos no en el sentido estricto de una demostración matemática)

Procedimiento

Algunas consideraciones:

1. Es un procedimiento de cinco pasos, al llegar al quinto, se esta en condiciones de **aceptar** o **rechazar** la hipótesis
2. La prueba de hipótesis no prueba que algo sea verdadero (al menos no en el sentido estricto de una demostración matemática)
3. Solo proporciona un método de prueba *más allá de la duda razonable* (como en el sistema judicial), basado en reglas específicas de evidencia, o procedimientos.

Procedimiento

Algunas consideraciones:

1. Es un procedimiento de cinco pasos, al llegar al quinto, se esta en condiciones de **aceptar** o **rechazar** la hipótesis
2. La prueba de hipótesis no prueba que algo sea verdadero (al menos no en el sentido estricto de una demostración matemática)
3. Solo proporciona un método de prueba *más allá de la duda razonable* (como en el sistema judicial), basado en reglas específicas de evidencia, o procedimientos.

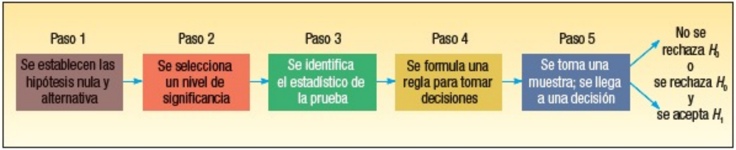


Figura 1: Pasos para la prueba de hipótesis (Ritual de la significancia Estadística)

La significancia Estadística

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
   - H Hipótesis
   - H_0 implica que **"No hay diferencia"**

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
    - H Hipótesis
    - H_0 implica que **"No hay diferencia"**
3. Por lo general se incluye la palabra NO en el enunciado de la hipótesis nula, que significa *"no hay cambio"*

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
   - H Hipótesis
   - H_0 implica que **"No hay diferencia"**
3. Por lo general se incluye la palabra NO en el enunciado de la hipótesis nula, que significa *"no hay cambio"*
4. Sólo se la formula para realizar una prueba.

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
   - H Hipótesis
   - H_0 implica que **"No hay diferencia"**
3. Por lo general se incluye la palabra NO en el enunciado de la hipótesis nula, que significa *"no hay cambio"*
4. Sólo se la formula para realizar una prueba.
5. Sólo puede ocurrir que se la rechaza o no se la rechaza.

Importante

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
   - H Hipótesis
   - H_0 implica que **"No hay diferencia"**
3. Por lo general se incluye la palabra NO en el enunciado de la hipótesis nula, que significa *"no hay cambio"*
4. Sólo se la formula para realizar una prueba.
5. Sólo puede ocurrir que se la rechaza o no se la rechaza.

Importante

No rechazar la hipótesis nula, no significa que la hipótesis nula es verdadera

Primer Paso. Establecer H_0 y H_1

Consideraciones

1. El primer paso consiste en establecer la hipótesis por probar. Se llama Hipótesis Nula (H_0)
2. donde:
   - H Hipótesis
   - H_0 implica que **"No hay diferencia"**
3. Por lo general se incluye la palabra NO en el enunciado de la hipótesis nula, que significa *"no hay cambio"*
4. Sólo se la formula para realizar una prueba.
5. Sólo puede ocurrir que se la rechaza o no se la rechaza.

Importante

No rechazar la hipótesis nula, no significa que la hipótesis nula es verdadera

6. La hipótesis nula es una afirmación que no se rechaza a menos que la información de la muestra ofrezca evidencia convincente de que es falsa.

Primer Paso - cont

Consideraciones

1. Con frecuencia la hipótesis nula inicia con las expresiones:
    - No existe **diferencia significativa** entre . . .

Primer Paso - cont

Consideraciones

1. Con frecuencia la hipótesis nula inicia con las expresiones:
    - No existe **diferencia significativa** entre . . .
    - La resistencia media del vidrio a los impactos no es **significativamente** diferente de

Primer Paso - cont

Consideraciones

1. Con frecuencia la hipótesis nula inicia con las expresiones:
    - No existe **diferencia significativa** entre ...
    - La resistencia media del vidrio a los impactos no es **significativamente** diferente de
    - **Recuerde que:** Al seleccionar una muestra de una población, el estadístico de la muestra es numéricamente distinto del parámetro poblacional hipotético.

Primer Paso - cont

Consideraciones

1. Con frecuencia la hipótesis nula inicia con las expresiones:
    - No existe **diferencia significativa** entre ...
    - La resistencia media del vidrio a los impactos no es **significativamente** diferente de
    - **Recuerde que:** Al seleccionar una muestra de una población, el estadístico de la muestra es numéricamente distinto del parámetro poblacional hipotético.
    - ¿Se trata de una diferencia real, es decir, una diferencia significativa, o la diferencia entre el estadístico de la muestra (69.5) y el parámetro poblacional hipotético (70.0) es aleatorio y se debe al error de muestreo?

Primer Paso - cont

Consideraciones

1. Con frecuencia la hipótesis nula inicia con las expresiones:
    - No existe **diferencia significativa** entre ...
    - La resistencia media del vidrio a los impactos no es **significativamente** diferente de
    - **Recuerde que:** Al seleccionar una muestra de una población, el estadístico de la muestra es numéricamente distinto del parámetro poblacional hipotético.
    - ¿Se trata de una diferencia real, es decir, una diferencia significativa, o la diferencia entre el estadístico de la muestra (69.5) y el parámetro poblacional hipotético (70.0) es aleatorio y se debe al error de muestreo?
    - la respuesta a esta pregunta implica una prueba de **significancia**, que recibe el nombre de *prueba de hipótesis*

Hipótesis Nula

Hipótesis Nula

Enunciado relativo al valor de un parámetro poblacional formulado con el fin de probar evidencia numérica. Es la negación de la hipótesis de investigación

Hipótesis Alternativa

Características:

- La hipótesis alternativa describe lo que se concluirá si se rechaza la hipótesis nula.

Hipótesis Alternativa

Características:

- La hipótesis alternativa describe lo que se concluirá si se rechaza la hipótesis nula.
- Se representa H_1 y se lee: **H subíndice uno**.

Hipótesis Alternativa

Características:

- La hipótesis alternativa describe lo que se concluirá si se rechaza la hipótesis nula.
- Se representa H_1 y se lee: **H subíndice uno**.
- También se le conoce como hipótesis de investigación.

Hipótesis Alternativa

Características:

- La hipótesis alternativa describe lo que se concluirá si se rechaza la hipótesis nula.
- Se representa H_1 y se lee: **H subíndice uno**.
- También se le conoce como hipótesis de investigación.
- La hipótesis alternativa se acepta si la información de la muestra ofrece suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

Hipótesis Alternativa

Características:

- La hipótesis alternativa describe lo que se concluirá si se rechaza la hipótesis nula.
- Se representa H_1 y se lee: **H subíndice uno**.
- También se le conoce como hipótesis de investigación.
- La hipótesis alternativa se acepta si la información de la muestra ofrece suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

Hipótesis Alternativa

Afirmación que se acepta si los datos de la muestra ofrecen suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.
- La hipótesis nula representa el estado actual $H_0 : \mu = 15$

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.
- La hipótesis nula representa el estado actual $H_0 : \mu = 15$
- La hipótesis alternativa se refiere al hecho de que la afirmación no es verdadera, es decir, $H_1 : \mu \neq 15$

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.
- La hipótesis nula representa el estado actual $H_0 : \mu = 15$
- La hipótesis alternativa se refiere al hecho de que la afirmación no es verdadera, es decir, $H_1 : \mu \neq 15$
- **Recuerde:** Cualquiera sea la forma como se plantee la H_0 siempre debería llevar el signo $(=)$.

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.
- La hipótesis nula representa el estado actual $H_0 : \mu = 15$
- La hipótesis alternativa se refiere al hecho de que la afirmación no es verdadera, es decir, $H_1 : \mu \neq 15$
- **Recuerde:** Cualquiera sea la forma como se plantee la H_0 siempre debería llevar el signo $(=)$.

Ojo!

El signo igual nunca debe aparecer en la Hipótesis Alternativa

Ejemplo:

- Se conoce que el tiempo de uso medio de los aviones comerciales es de 15 años.
- La hipótesis nula representa el estado actual $H_0 : \mu = 15$
- La hipótesis alternativa se refiere al hecho de que la afirmación no es verdadera, es decir, $H_1 : \mu \neq 15$
- **Recuerde:** Cualquiera sea la forma como se plantee la H_0 siempre debería llevar el signo $(=)$.

Ojo!

El signo igual nunca debe aparecer en la Hipótesis Alternativa

- Se recurre a la hipótesis alternativa sólo si la información sugiere que se debe *rechazar la hipótesis nula.*

2º Paso - Nivel de Significancia

Nivel de Significancia

Probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando sea verdadera

- Se expresa con la letra griega α
- Algunos autores también lo llaman **Nivel de riesgo**
- Criterios generales: Es el investigador quien elige el nivel de significancia
  - $\alpha = 0{,}05 = 5\,\%$ para investigaciones relacionadas con consumidores
  - $\alpha = 0{,}01 = 1\,\%$ para control de calidad o salud
  - $\alpha = 0{,}1 = 10\,\%$ Para investigaciones sociales - políticas

Errores de tipo I y II

Error tipo I

Rechazar la Hipótesis Nula, H_0, cuando es verdadera

Error de Tipo II

Aceptar la Hipótesis Nula, H_0, cuando es falsa

- La probabilidad de cometer el Error Tipo I, o el Error Tipo II, se les conoce con el nombre de **Error Alpha** (α) y **Error Beta** (β) , respectivamente.

	Investigador	
Hipótesis Nula	No rechaza H_0	Rechaza H_0
H_0 es Verdadera	Decisión Correcta	Error Tipo I
H_0 es Falsa	Error Tipo II	Decisión Correcta

3º Paso: Estadístico de Prueba

Algunas consideraciones importantes:

1. Hay muchos estadísticos de prueba.
2. Por ahora se utilizan z y t como estadísticos de prueba.
3. Más adelante aparecen estadísticos de prueba como F y χ^2, conocida como $ji-cuadrada$.

Estadístico de Prueba

Valor, determinado a partir de la información de la **muestra**, para determinar si se rechaza la hipótesis nula.

Prueba de la media

La prueba de hipótesis para la media μ, cuando se conoce σ o el **tamaño de la muestra es grande**, es el estadístico de prueba z que se calcula de la siguiente manera:

Prueba de la media cuando se conoce σ

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Prueba de la media

La prueba de hipótesis para la media μ, cuando se conoce σ o el **tamaño de la muestra es grande**, es el estadístico de prueba z que se calcula de la siguiente manera:

Prueba de la media cuando se conoce σ

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- El valo de z se basa en la distribución del muestreo de $\overline{X}$, que se ajusta a una distribución normal, cuando la muestra es grande, son una media ($\mu_{\overline{X}}$) igual a μ y una desviación estándar $\sigma_{\overline{X}}$ que es igual a $\sigma/\sqrt{n}$

Prueba de la media

La prueba de hipótesis para la media μ, cuando se conoce σ o el **tamaño de la muestra es grande**, es el estadístico de prueba z que se calcula de la siguiente manera:

Prueba de la media cuando se conoce σ

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- El valo de z se basa en la distribución del muestreo de $\overline{X}$, que se ajusta a una distribución normal, cuando la muestra es grande, son una media ($\mu_{\overline{X}}$) igual a μ y una desviación estándar $\sigma_{\overline{X}}$ que es igual a $\sigma/\sqrt{n}$
- Por tanto se puede determinar si la diferencia entre $\overline{X}$ y μ es **significativa** desde el *punto de vista estadístico*, al determinar el número de desviaciones estándares a las que se encuentra $\overline{X}$ de μ.

4º paso: Regla de Decisión

Una Regla de Decisión

1. Es una afirmación sobre las condiciones específicas en que se rechaza la hipótesis nula y aquellas en las que no se rechaza.

4º paso: Regla de Decisión

Una Regla de Decisión

1. Es una afirmación sobre las condiciones específicas en que se rechaza la hipótesis nula y aquellas en las que no se rechaza.
2. La región o área de rechazo define la ubicación de todos esos valores que son tan grandes o tan pequeños que la probabilidad de que ocurran en una hipótesis nula verdadera es muy remota.

Zona de Rechazo de H_0

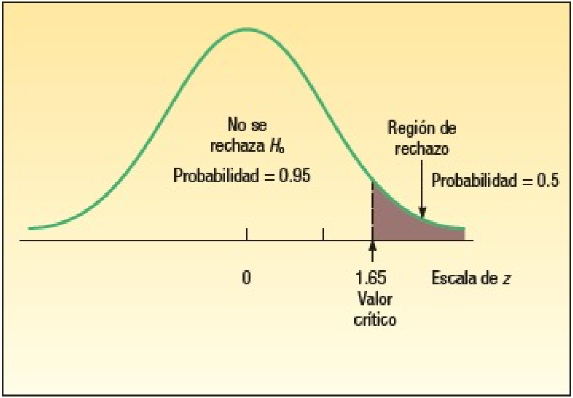


Figura 2: Distribución muestral del estadístico z; prueba de una cola a la derecha; nivel de significancia de 0,05

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).
4. Se eligió el nivel de significancia de 0,05.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).
4. Se eligió el nivel de significancia de 0,05.
5. La distribución muestral del estadístico z tiene una distribución normal.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).
4. Se eligió el nivel de significancia de 0,05.
5. La distribución muestral del estadístico z tiene una distribución normal.
6. El valor 1,65 separa las regiones en que se rechaza la hipótesis nula y en la que se acepta.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).
4. Se eligió el nivel de significancia de 0,05.
5. La distribución muestral del estadístico z tiene una distribución normal.
6. El valor 1,65 separa las regiones en que se rechaza la hipótesis nula y en la que se acepta.
7. El valor de 1,65 es el valor crítico.

Observe:

1. El área en que se acepta la hipótesis nula se localiza a la izquierda de 1.65. En breve se explicará la forma de obtener el valor de 1,65.
2. El área de rechazo se encuentra a la derecha de 1,65.
3. Se aplica una prueba de una sola cola (este hecho también se explicará más adelante).
4. Se eligió el nivel de significancia de 0,05.
5. La distribución muestral del estadístico z tiene una distribución normal.
6. El valor 1,65 separa las regiones en que se rechaza la hipótesis nula y en la que se acepta.
7. El valor de 1,65 es el valor crítico.

Valor crítico

Punto de división entre la región en que se rechaza la hipótesis nula y aquella en la que se acepta.

5º Paso: Toma de decisión

Procedimiento para tomar la decisión de rechazar o no la H_0.

1. Calcular el estadístico de la prueba y comparándolo con el valor crítico.

5º Paso: Toma de decisión

Procedimiento para tomar la decisión de rechazar o no la H_0.

1. Calcular el estadístico de la prueba y comparándolo con el valor crítico.
2. Determinar dónde se ubica el valor calculado.

5º Paso: Toma de decisión

Procedimiento para tomar la decisión de rechazar o no la H_0.

1. Calcular el estadístico de la prueba y comparándolo con el valor crítico.
2. Determinar dónde se ubica el valor calculado.
3. En función de ello determinar si se rechaza o no, la hipótesis nula.

5º Paso: Toma de decisión

Procedimiento para tomar la decisión de rechazar o no la H_0.

1. Calcular el estadístico de la prueba y comparándolo con el valor crítico.
2. Determinar dónde se ubica el valor calculado.
3. En función de ello determinar si se rechaza o no, la hipótesis nula.

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1
2. Determinación del nivel de significancia α

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1
2. Determinación del nivel de significancia α
3. Selección del estadístico de prueba (más apropiado de acuerdo a la naturaleza de las variables, tipos de estudio, otros)

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1
2. Determinación del nivel de significancia α
3. Selección del estadístico de prueba (más apropiado de acuerdo a la naturaleza de las variables, tipos de estudio, otros)
4. Determinación de la regla de Decisión (Lectura de p_{valor})

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1
2. Determinación del nivel de significancia α
3. Selección del estadístico de prueba (más apropiado de acuerdo a la naturaleza de las variables, tipos de estudio, otros)
4. Determinación de la regla de Decisión (Lectura de p_{valor})
5. Toma de Decisión.

Resumen

Procedimiento:

1. Planteamiento de la H_0 y la hipótesis alternativa H_1
2. Determinación del nivel de significancia α
3. Selección del estadístico de prueba (más apropiado de acuerdo a la naturaleza de las variables, tipos de estudio, otros)
4. Determinación de la regla de Decisión (Lectura de p_{valor})
5. Toma de Decisión.
6. (Opcional) Interpretación

Referencias

- Estadística Aplicada a los Negocios y Economía. Lind Marshal
- Como realizar una tesis o una investigación. Urquizo y Urquizo. Riobamba- Ecuador

Preguntas?

Pruebas de significancia de una y dos colas

No olvidar...

Una empresa esta preocupada porque algunas cajas de su producto excede el peso, que es de 453 gramos.

- $H_0 : \mu \leq 453$
- $H_1 : \mu > 453$

Recuerde!!

- La H_0 tiene siempre el signo igual.
- El signo igual, nunca aparece en la H_1
- La direccionalidad de la cola (prueba) esta dada por el signo que lleva la H_1

Ejemplo

La duración de las llantas normalmente debe ser de 60 000 millas, rechazarán cualquier envío si las pruebas demuestran que la vida útil, es mucho menor.

Por tanto, la prueba se plantea de manera que satisfaga la preocupación de los fabricantes de automóviles respecto de que la vida media de las llantas sea menor que 60 000 millas

Planteamiento de las Hipótesis

- $H_0 : \mu \geq 60000$
- $H_1 : \mu < 60000$ **(Hipótesis con cola izquierda)**

Prueba a cola izquierda

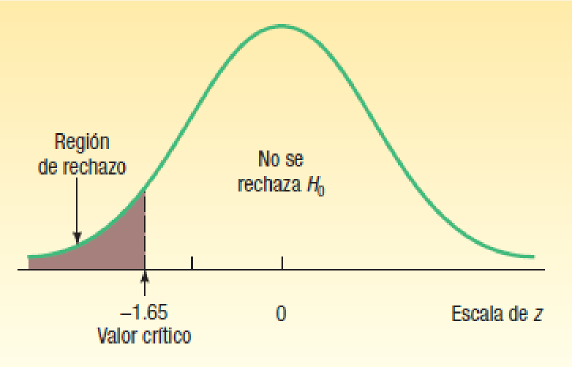


Figura 3: Prueba cola izquierda, $\alpha = 0,05$

Prueba a dos colas

En resumen, una prueba es de una cola cuando la hipótesis alternativa, H_1, indica una dirección, como:

- H_0 : el ingreso medio anual de las corredoras de bolsa **es menor o igual que \$ 65 000** .
- H_1 : el ingreso medio anual de las corredoras de bolsa **es mayor que \$ 65 000** .

Recuerde...

Si no se especifica dirección alguna en la hipótesis alternativa, utilice una prueba de dos colas

- H_0 : el ingreso medio anual de las corredoras de bolsa **ES IGUAL A \$ 65 000** .
- H_1 : el ingreso medio anual de las corredoras de bolsa **NO ES IGUAL A \$ 65 000** anuales.

Región de aceptación y rechazo de una prueba a dos colas

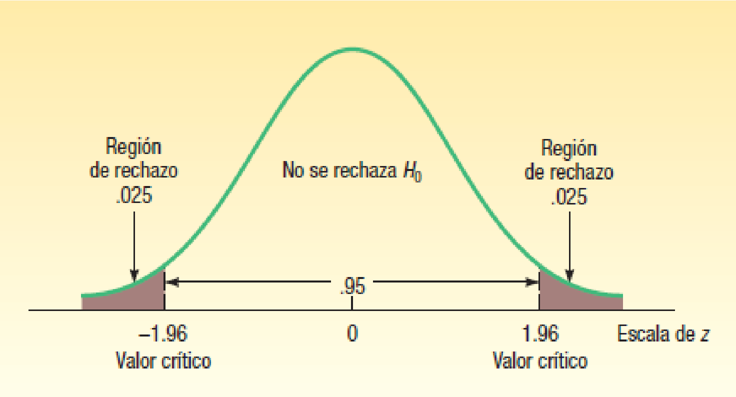


Figura 4: Zona de aceptación y rechazo de una prueba a dos colas, $\alpha = 0,05$

Prueba a dos colas

Observe que:

- Existen dos zonas de rechazo (izquierda y derecha)
- Una zona de aceptación (Zona central)
- La suma de las probabilidades de $\alpha = 0,05$
- Cada Zona de rechazo tiene la misma probabilidad $\dfrac{\alpha}{2} = 0{,}025$
- La suma de las probabilidades es igual a 1,0

- Si se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta H_1 en el caso de las dos colas, el ingreso medio puede ser significativamente mayor que \$65 000 anuales o significativamente inferior que \$65 000 anuales
- Para dar cabida a estas dos posibilidades, el área de 5 % de rechazo se divide con equidad en las dos colas de la distribución muestral (2,5 %) cada una)

Pruebas para la media de una población

Se conoce la desviación estándar poblacional

En Prueba de dos colas no interesa si los resultados de la muestra son más grandes o más pequeños que la media poblacional propuesta.
Lo que interesa es si ésta es diferente del valor propuesto para la media poblacional.

Caso de estudio

JS Company fabrica y arma escritorios y otros muebles para oficina en diferentes plantas. La producción semanal del escritorio **modelo A325** tiene una *distribución normal*, con una **media de 200** y una **desviación estándar de 16**.

Hace poco, se introdujeron nuevos métodos de producción y se contrató a más empleados. Se pretende investigar si hubo algún cambio en la producción semanal del escritorio modelo A325.

En otras palabras, ¿la cantidad media de escritorios producidos en la planta es diferente de 200 escritorios semanales con un nivel de significancia de 0.01?

Aplique el procedimiento de prueba de hipótesis estadística para investigar si cambió el índice de producción de 200 escritorios semanales.

Solución

1º Paso: Planteamiento de Hipótesis

- $H_0 : \mu = 200$
- $H_1 : \mu \neq 200$

Prueba a dos colas: Se requiere saber sólo si es diferente de 200. (No si aumentó o disminuyó la producción)

2º Paso: Nivel de significancia

$\alpha = 0,01$ Error tipo I.(rechazar una hipótesis nula siendo ésta verdadera)

3º Paso: Elección del Estadístico de Prueba

- El estadístico de prueba para una muestra grande es **z-normalizado** o **z**.
- La transformación de los datos de producción en unidades estándares (valores z), permite su utilización
- Es una prueba de medias.
- Los datos con cuantitativos

Solución - Continuación

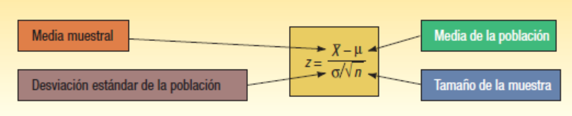


Figura 5: Estadístico Z. Elementos

4º Paso: Regla de Decisión

- Prueba a dos colas. La mitad de 0,01, o 0,005, se localiza en cada cola
- El área en la que **no se rechaza** H_0, localizada entre las dos colas, es 0,99
- En la tabla B1. Se localiza 0,4950 en el cuerpo de la tabla. El valor más cercano a 0,4950 es 0,4951
- Enseguida se lee el valor crítico en el renglón y columna correspondientes a 0,4951. éste es de 2,58.

Gráfico Paso 4º

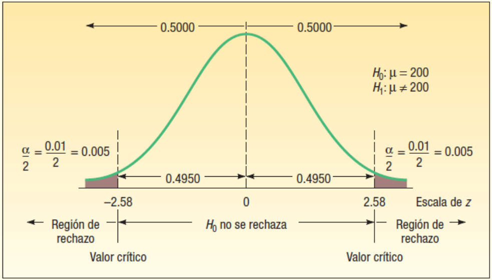


Figura 6: Regla de decisión para el nivel de significancia, $\alpha = 0{,}01$

Regla de Decisión

Rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis de investigación (que indica que la media de la población no es 200) si el valor **z calculado** no se encuentra entre $-2{,}58$ y $+2{,}58$.

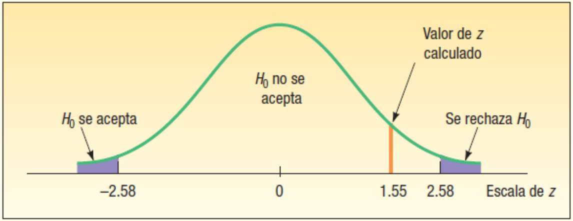
La hipótesis nula no se rechaza si z se ubica entre $-2{,}58$ y $+2{,}58$.

5º Paso Toma de decisión

- Se toma una muestra
- Se obtiene Z_c
- Se aplica la *Regla de Decisión*, y se llega a la decisión de rechazar o no H_0

$$Z_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{203{,}5 - 200}{\frac{16}{\sqrt{50}}} = 1{,}55$$

- $Z_c = 1{,}55$ No cae dentro de la región de rechazo.
- H_0 no se rechaza.



6º Paso. Opcional

Conclusión:

1. La media de la población no es distinta de 200.
2. La evidencia de la muestra no indica que la tasa de producción en la planta haya cambiado de 200 semanales.
3. La diferencia de 3.5 unidades entre la producción semanal histórica y la de la muestra razonablemente puede atribuirse al error de muestreo.

Algunas consideraciones

- ¿Se demostró que el ritmo de montaje aún es de 200 a la semana? **No!!**
- Lo que se hizo, técnicamente, fue **no desaprobar la hipótesis nula**. No refutar la hipótesis de que la media poblacional es de 200, *no es lo mismo que probar que necesariamente es verdadera*.
- **La interpretación correcta consiste en que no se probó la falsedad de la hipótesis nula**.

Error Frecuente:

En este caso se eligió el nivel de significancia de 0.01 antes de establecer la regla de decisión y tomar una muestra de la población. Ésta es la estrategia adecuada. El investigador debe establecer el nivel de significancia, pero debe determinarlo antes de reunir la evidencia de la muestra y no realizar cambios con base en la evidencia de la muestra.

¿Cómo se relaciona la Prueba de Hipótesis con los intervalos de confianza?

- Al realizar la prueba de hipótesis en la producción de escritorios, se cambiaron las unidades de escritorios a la semana a un valor z.
- Después se comparó el valor calculado del estadístico de la prueba (1,55) con el de los valores críticos ($-2{,}58$ y $2{,}58$).
- Z_c esta en la región de **No rechazo de H_0**. Se concluye que la media poblacional razonablemente puede ser 200.
- Al hallar el IC, tenemos $197{,}66 \leftrightarrow 209{,}34$
- El valor de 200, se encuentra dentro del IC.

Criterio de rechazo

H_0 se rechaza si el intervalo de confianza no incluye el valor hipotético. Si el intervalo de confianza incluye el valor hipotético, **no se rechaza H_0**

- La región de **no rechazo** para una prueba de hipótesis **equivale** al valor de población propuesto en el **intervalo de confianza**

Prueba a una cola

Respecto del problema anterior: **¿Puede concluir, debido al mejoramiento de los métodos de producción, que la cantidad media de escritorios armados en las pasadas 50 semanas fue superior a 200?**

- Antes se deseaba conocer si había una diferencia en la cantidad media armada. Ahora se desea saber s**i hubo un incremento.**
- Plantemiento de Hipótesis

	Antes	Ahora
H_0 :	$\mu = 200$	$\mu \leq 200$
H_1 :	$\mu \neq 200$	$\mu > 200$

- Los valores críticos para una prueba de una cola son diferentes que los de una prueba de dos colas en el mismo nivel de significancia
- En una prueba de una cola, **toda la región de rechazo se coloca en una cola.**

- En el caso de la prueba de una cola, el valor crítico es de 2,33, que se calcula:
  - al restar 0,01 de 0,5000
  - determinar el valor Z_t correspondiente a 0.4900.

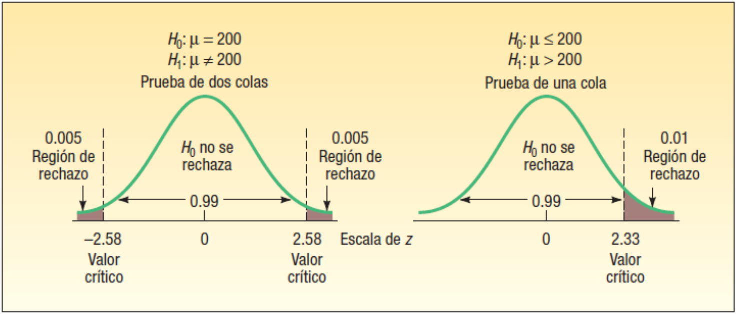


Figura 8: Regiones de rechazo para las pruebas de una y dos colas; $\alpha = 0.01$

El valor de P

Consideraciones..

- Al probar un hipótesis se compara entre el V_c y el V_t
- Hoy gracias al poder computacional, se da información relacionado con **seguridad** del *rechazo* o la *aceptación*.
- Responde a: **¿Cuánta confianza hay en el rechazo de la H_0?**
- Este enfoque indica la probabilidad **(en el supuesto de que la hipótesis nula sea verdadera)** de obtener un valor del estadístico de la prueba por lo menos tan extremo como el valor real obtenido.
- Compara el p_{valor} con el nivel de significancia α.
    - Si $p_{valor} < \alpha$ se **rechaza** H_0
    - Si $p_{valor} \geq \alpha$ se **No se rechaza** H_0

Valor P o p_{valor}

Probabilidad de observar un valor muestral tan extremo o más que el valor observado, sin la H_0 es verdadera.

Importante!!

- A más de facilitar la toma de decisión, se puede observar la fuerza de la decisión. Un p_{valor} muy pequeño (0,0001) indica poca probabilidad de que H_0 sea verdadera.
- Un valor $p_{valor} = 0{,}2033$ indica que H_0 no se rechaza y que existe poca probabilidad de que sea falsa.

Cálculo de P valor

- Recuerde el problema de los escritorios, H_0 no se rechazó.
- No se rechazó la hipótesis nula, pues el valor z de 1.55 cayó en la región comprendida entre -2.58 y 2.58
- No rechazar la hipótesis nula si el valor calculado de z caía en esta región.
- La probabilidad de hallar un valor Z de 1.55 o más es de $0{,}0606 = 0{,}5000 - 0{,}4394$
- En otras palabras, la probabilidad de obtener una $\overline{X}$ mayor de 203,5 si $\alpha = 200$ es de 0,0606.
- Para calcular el valor p, es necesario concentrarse en la región menor que -1.55, así como en los valores superiores a 1.55 (Zonas de rechazo)
- El *valor p* de dos colas es de 0,1212, que se calcula así: $2 \cdot (0{,}0606)$.
- $p_{valor} > \alpha$ por lo tanto **NO SE RECHAZA** H_0.
- Se aplica el mismo criterio para prueba a una cola.

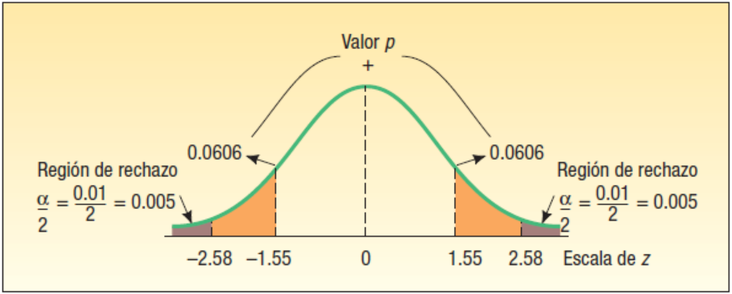


Figura 9: Cálculo del valor de p

Interpretación del valor de p

Interpretación de p valor

INTERPRETACIÓN DE LA IMPORTANCIA DE LA EVIDENCIA EN CONTRA DE H_0 Si el valor p:

- 0,10, hay cierta evidencia de que H_0 no es verdadera.
- 0,05, hay evidencia fuerte de que H_0 no es verdadera.
- 0,01, hay evidencia muy fuerte de que H_0 no es verdadera.
- 0,001, hay evidencia extremadamente fuerte de que H_0 no es verdadera.

Actividades de aprendizaje

- Ejercicios del 1 - 8 páginas 344-345
- Texto Guía.

Prueba Z en ...

Código en Rstudio

contenidos...

Excel

Example

Observe el siguiente ejemplo: `https://n9.cl/fur3z`

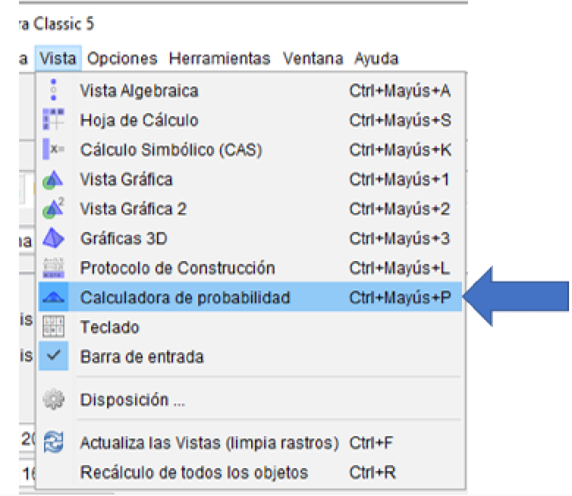


Figura 10: Prueba z en Geogebra

Geogebra

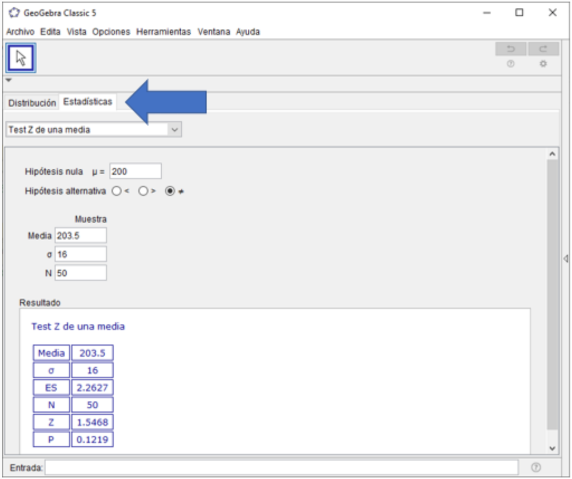


Figura 11: Prueba z en Geogebra

Example

Observe el siguiente ejemplo:

`https://www.geogebra.org/m/mvpzpgw7`

Código en Python

contenidos...

Prueba para μ con σ desconocida

Overview

- Hasta ahora, hemos tenido como dato σ, lo que casi nunca ocurre en la realidad.
- σ debe basarse en estudios previos, o calcularse a partir de la muestra s.
- Se emplea la s para estimar σ
- Para determinar el valor estadístico de prueba utilizaremos la distribución t modificada de la siguiente manera:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

  - Grados de libertad: $n - 1$
  - Media de la muestra: $\overline{X}$
  - Media poblacional hipotética: μ
  - Desviación estándar de la muestra: s
  - Numero de observaciones de la muestra: n

No olvidar!!

Características de la distribución t

- Es contínua
- Tiene forma de campana y es simétrica
- Es una familia de distribuciones, cambia de acuerdo a los grados de libertad
- Conforme aumenta *gl* se aproxima a la distribución normal
- La Distribución t es plana, o más dispersa que la normal

Ejemplo

El departamento de quejas de McFarland Insurance Company informa que el costo medio para tramitar una queja es de $60. Una comparación industrial mostró que esta cantidad es mayor que en las demás compañías de seguros, así que la compañía tomó medidas para reducir gastos. Para evaluar el efecto de las medidas de reducción de gastos, el supervisor del departamento de quejas seleccionó una muestra aleatoria de 26 quejas atendidas el mes pasado. La información de la muestra aparece a continuación.

45 49 62 40 43 61 48 53 67 63 78 64 48 54 51 56 63 69 58 51 58 59 56 57 38 76

¿Es razonable concluir que el costo medio de atención de una queja ahora es menor que $60 con un nivel de significancia de 0,01?

Paso 1: Planteamiento de Hipótesis

- La hipótesis nula consiste en que la media poblacional es de por lo menos \$60.
- La hipótesis alternativa consiste en que la media poblacional es menor que \$60.
  - $H_0 : \mu \geq \$60$
  - $H_1 : \mu < \$60$
- La prueba es de una cola, pues desea determinar si hubo una reducción en el costo. La desigualdad en la hipótesis alternativa señala la región de rechazo en la cola izquierda de la distribución.

Paso 2: Nivel de Significancia

Nivel de significancia: $0{,}01 = 1\,\%$

Paso 3: Elección del estadístico de Prueba

- Es razonable pensar que los datos tienen una distribución normal (se deduce a partir del histograma de los datos)
- No se conoce σ, por lo que utilizará s

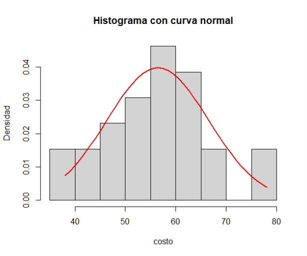


Figura 12: Histograma con curva normal

- $n < 30$ datos
- $\therefore$ Utilizaremos t

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Código R

```
rm(list = ls())

costo<-c(45, 49, 62, 40, 43, 61,
         48, 53, 67, 63, 78, 64,
         48, 54, 51, 56, 63, 69,
         58, 51, 58, 59, 56, 57,
         38, 76)

barplot(table(costo))
par(mfrow=c(1,1))

hist(costo, prob = TRUE,
     main = "Histograma con curva normal", ylab = "Densidad")
x <- seq(min(costo), max(costo), length = 40)
f <- dnorm(x, mean = mean(costo), sd = sd(costo))
lines(x, f, col = "red", lwd = 2)
```

Figura 13: Código Figura 12

Paso 4: Regla de Decisión

- $gl = (n - 1) = 26 - 1 = 25$
- $t_t = 2{,}485$
- Prueba a una cola.
  Cola izquierda.
  Por lo tanto Valor crítico es negativo.

Regla de decisión

Rechazar H_0 si $t_c < t_t = -2{,}485$

Paso 4: Regla de Decisión

	Intervalos de confianza					
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%
	Nivel de significancia para una prueba de una cola, α					
gl	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005
	Nivel de significancia para una prueba de dos colas, α					
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	$\boxed{2.485}$	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646

Figura 14: Obtención del valor de t teórico

Toma de Decisión

- Hallamos el valor de t_c

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{56{,}42 - 60}{\frac{10{,}04}{\sqrt{26}}} = 1{,}818$$

-

Decisión

Dado que $t_c = -1{,}818 > t_t = -2{,}485$ H_0 no se rechaza con un nivel de significancia de 0,01. La diferencia entre la $\overline{X}$ y μ puede deberse al error del muestreo.

Decisión

Dado que $t_c = -1{,}818 > t_t = -2{,}485$ **No existe evidencia estadística suficiente para rechazar** H_0 con un nivel de significancia de 0,01.

Tomas de Decisión. Gráfica

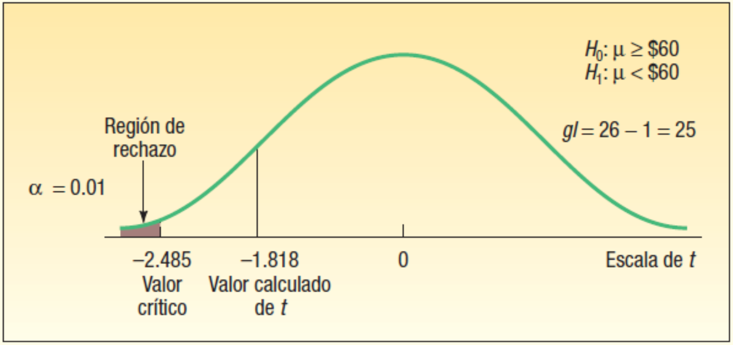


Figura 15: Región de rechazo de t, para $\alpha = 0{,}01$

Ejemplo 2

La longitud media de una pequeña barra de contrapeso es de 43 milímetros. Al supervisor de producción le preocupa que hayan cambiado los ajustes de la máquina de producción de barras.

Solicita una investigación al departamento de ingeniería. Ingeniería selecciona una muestra aleatoria de 12 barras y las mide.

Los resultados aparecen enseguida, expresados en milímetros.

42 39 42 45 43 40 39 41 40 42 43 42

¿Es razonable concluir que cambió la longitud media de las barras? Utilice el nivel de significancia 0,02

Prueba de Hipótesis

1º Paso
- $H_0 : \mu = 43$
- $H_1 : \mu \neq 43$

2º Paso $\alpha = 0{,}02$

3º Paso $T - student$ (Aquí se deben realizar las pruebas de normalidad)

4º Paso
- $t_t = 2{,}718$ con $gl = 11$ y $\alpha = 0{,}02$
- Regla de Decisión: **Rechace** H_0 **si** $t_c > t_t$ **o** $t_c < t_t$

5º Paso
- $$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{41{,}5 - 43}{\frac{1{,}784}{\sqrt{12}}} = -2{,}913$$
- $p_v = 0{,}014$

Decisión

$\therefore$ Dado que $t_c = -2{,}913 < t_t = -2{,}718$ **Se rechaza** H_0 y se acepta H_1, es decir, la μ no es de 43 mm.

¿cómo concluiría utilizando el valor de p?

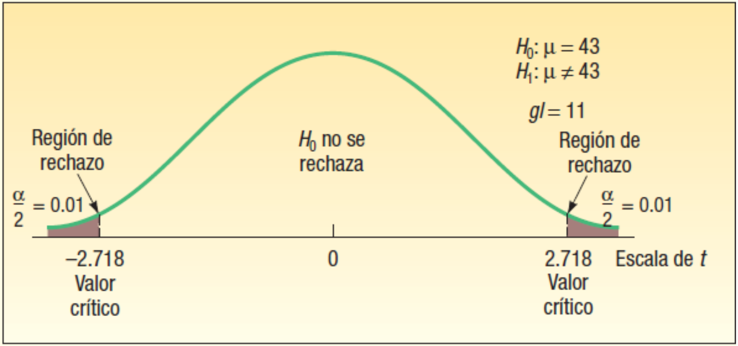


Figura 16: Regiones de rechazo, prueba de dos colas, distribución t de Student, $\alpha = 0{,}02$

Actividades de aprendizaje

Ejercicios del 9 al 14
Pág 349 - 350
Texto Guía

Actividades de aprendizaje

Ejercicios del 15 al 20
Pág 353 - 354
Texto Guía

Pruebas relacionadas con proporciones

Overview

- **Proporción** es la razón (cociente) entre el número de éxitos (X) y el número de observaciones (n).
- Proporción muestral
$$p = \frac{X}{n}$$
- Se elige una muestra aleatoria de la población
- Deben cumplir los Supuestos binomiales
  - Los datos son producto del conteo.
  - Los resultados de los experimentos son categorías mutuamente excluyentes (éxito / fracaso)
  - La probabilidad de éxito es la misma para cada prueba
  - Las pruebas son independientes. Los resultados de las pruebas de una, no influye en el resultado de las pruebas de otra.
  - Solo aplica si $n \cdot \pi$ y $n \cdot (1 - \pi)$ deben ser de al menos 5.

Ejemplo

Para que sea electo un candidato a gobernador, es necesario que gane por lo menos 80 % de los votos en la sección norte del estado.

El gobernador en turno está interesado en evaluar sus posibilidades de volver al cargo y hace planes para llevar a cabo una encuesta de 2 000 votantes registrados en la sección norte del estado.

Aplique el procedimiento para probar hipótesis y evalúe las posibilidades del gobernador de que se reelija.

Condiciones Binomiales

- Solo hay dos posibles resultados (favor/contra)
- Probabilidad de éxito es la misma. (0.80)
- Las pruebas son independientes.(La probabilidad de un votante, no afecta la del otro)
- Los datos son resultados de conteos.
- Se puede utilizar la aproximación de la distribución binomial $n \cdot \pi$ y $n \cdot (1 - \pi)$ exceden a 5.
  - $n = 2000$ y $\pi = 0{,}80$ (80 % de los votos que son necesarios)
  - $n \cdot \pi = 2000 * 0{,}8 = 1600$
  - $n \cdot (1 - \pi) = 2000(1 - 0{,}8) = 400$
  - $\therefore$ los dos valores son mayores que 5

Procedimiento de Prueba de Hipótesis

1º Paso
- $H_0 : \pi \geq 0{,}80$
- $H_1 : \pi < 0{,}80$

2º Paso $\alpha = 0{,}05$ Error de tipo I

3º Paso Z de proporciones

$$z = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n}}}$$

4º Paso $z_t = -1{,}65$ Cola izquierda. Se rechaza H_0 si:
- $Z_c < Z_t$, ó;
- $p_{valor} < \alpha$

5º Paso
- Un sondeo indica que de 2000 electores 1550, votarían a favor ($p = 0{,}775 = 1550/2000$). ¿Se debe esta diferencia al error de la muestra?
-
$$z_c = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi \cdot (1 - \pi)}{n}}} = \frac{0{,}775 - 0{,}8}{\sqrt{\frac{0{,}8 \cdot (1 - 0{,}8)}{2000}}} = -2{,}80$$

5º Paso Cont..

- $\therefore$ Dado que $Z_c = -2{,}80 < Z_t = -1{,}65$ Se rechaza H_0 y se acepta la H_1
- La diferencia de 2,5 % resulta se significativa y quizá no se debe a la variación muestral, es decir, la evidencia apoya la reelección del gobernador.
- $\therefore$Dado que $p_{valor} = 0{,}0026(0{,}5 - 0{,}4974) < \alpha = 0{,}05$ se rechaza H_0 y se acepta la H_1.

Gráfica

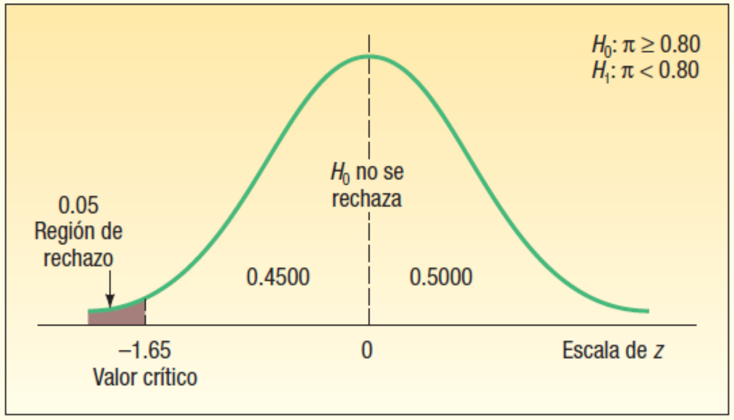


Figura 17: Región de rechazo para el nivel de significancia de 0.05, prueba de una cola

Actividades de aprendizaje

Ejercicios del 21 al 26
Pág 356
Texto Guía

Ejercicios del capítulo 10. Múltiplos de 3
Pág 356
Texto Guía