ECUACIONES LINEALES

EJERCICIOS RESUELTOS

PENDIENTE DE LA RECTA

La función lineal está dada por la ecuación $y=mx+b$, donde m es la pendiente de la recta y b el intercepto con el eje y.

La pendiente de la recta es calculada a partir de dos puntos: $P(x_0, y_0)$ y $Q(x_1, y_1)$ mediante la ecuación.

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

PENDIENTE DE LA RECTA

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Esto es:

$$m \quad \frac{\textit{cambio vertical (elevación)}}{\textit{cambio horizontal (desplazamiento)}}$$

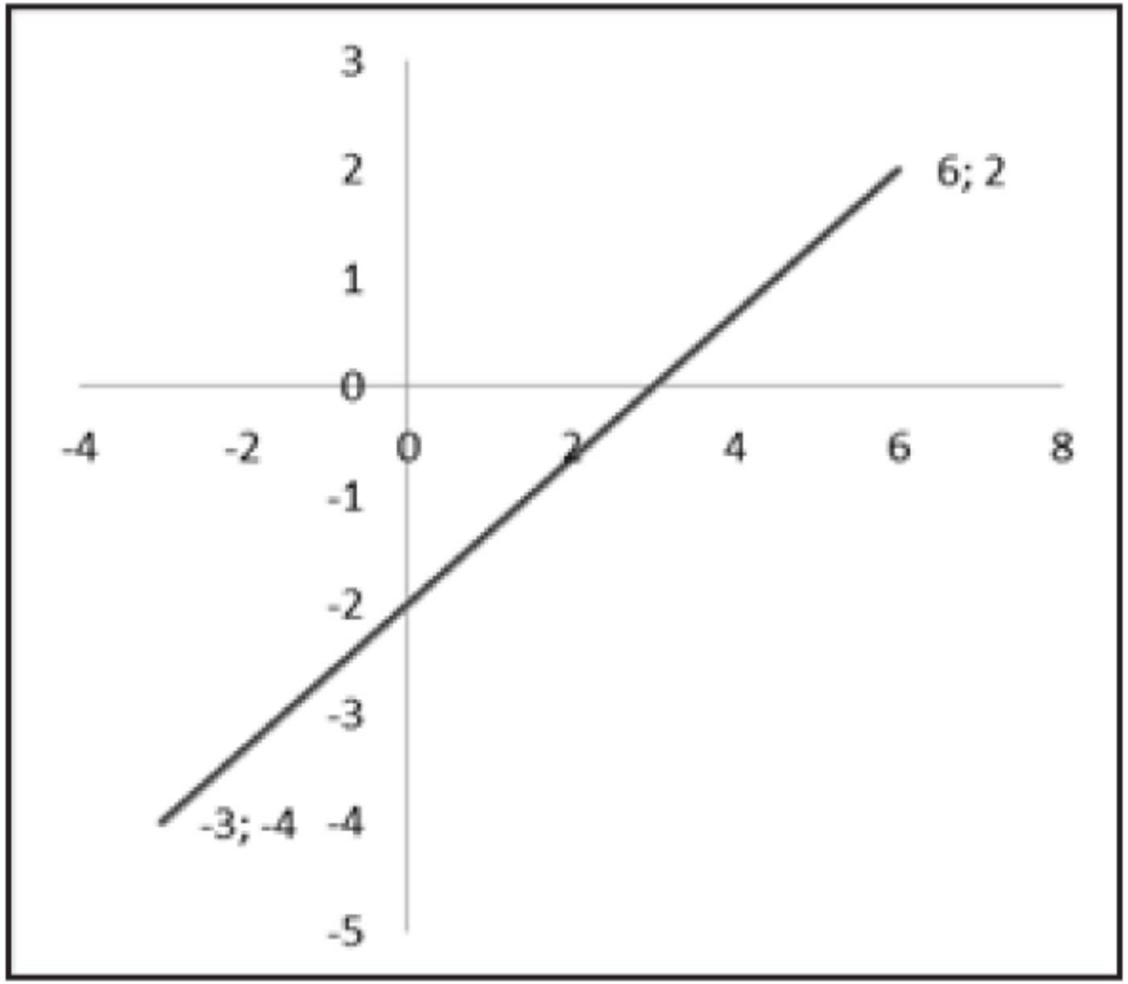
Es el grado (*medida*) de inclinación de una recta, la razón de cambio en y con respecto al cambio en *x*.

PENDIENTE DE LA RECTA

En las gráficas 1 a 4 se puede observar la interpretación geométrica de la pendiente de una recta, a partir de los siguientes casos:

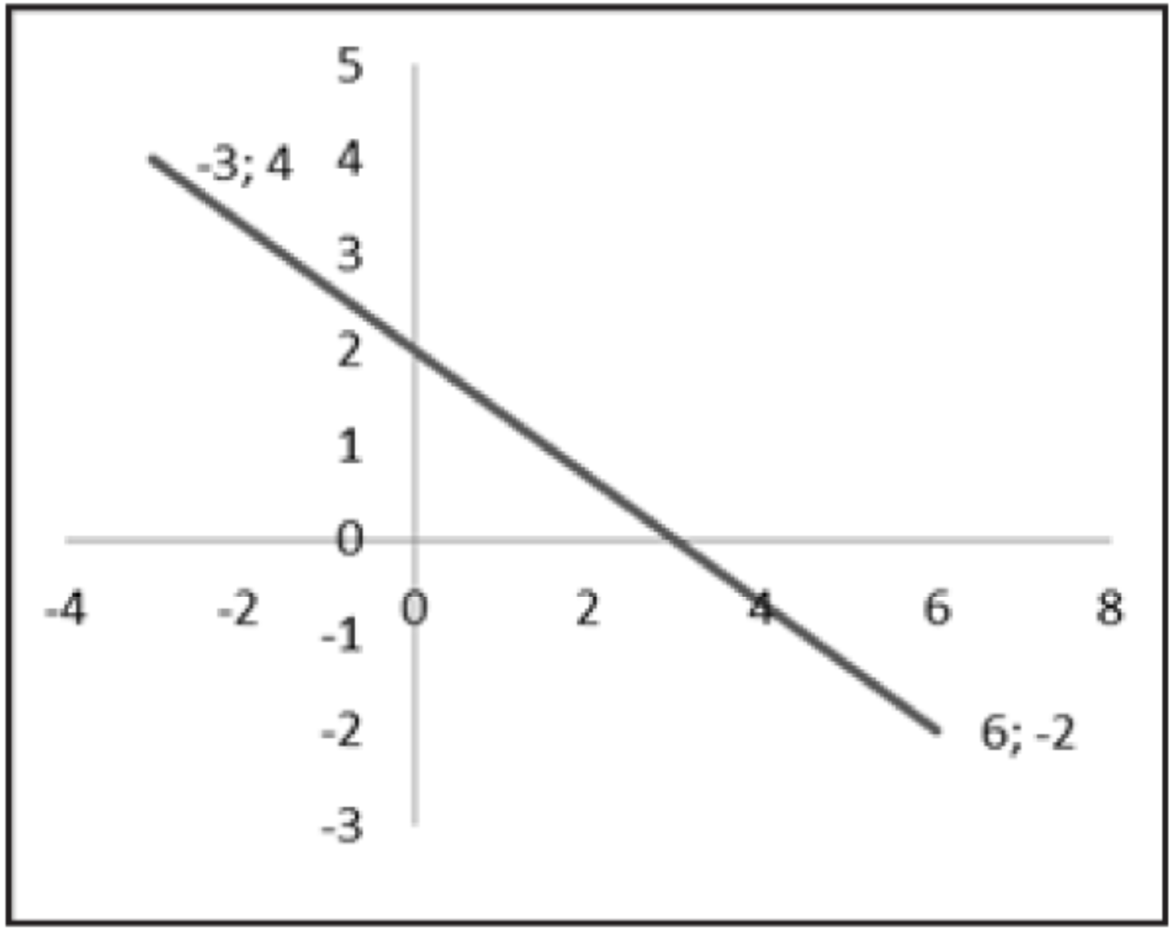
PENDIENTE DE LA RECTA

Gráfica 1. Pendiente positiva – Recta ascendente



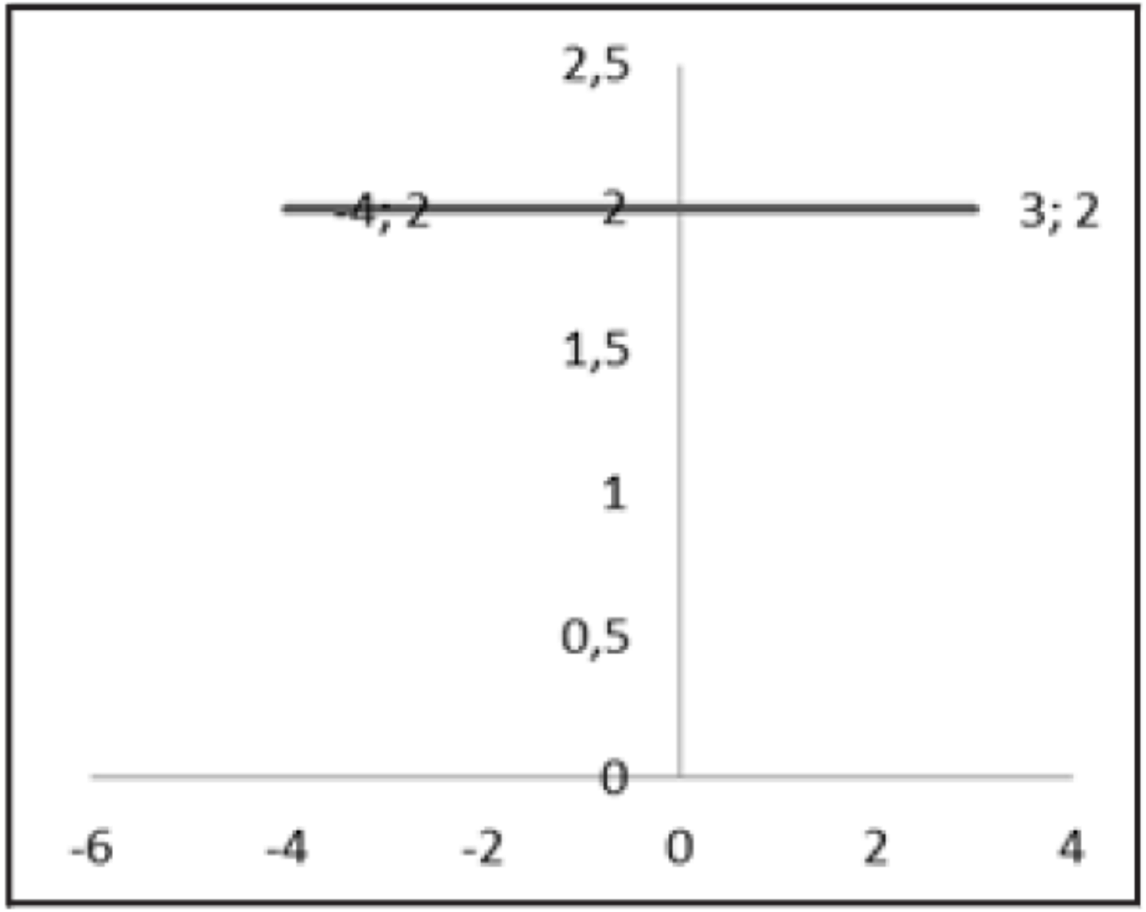
PENDIENTE DE LA RECTA

Gráfica 2. Pendiente negativa–Recta descendente



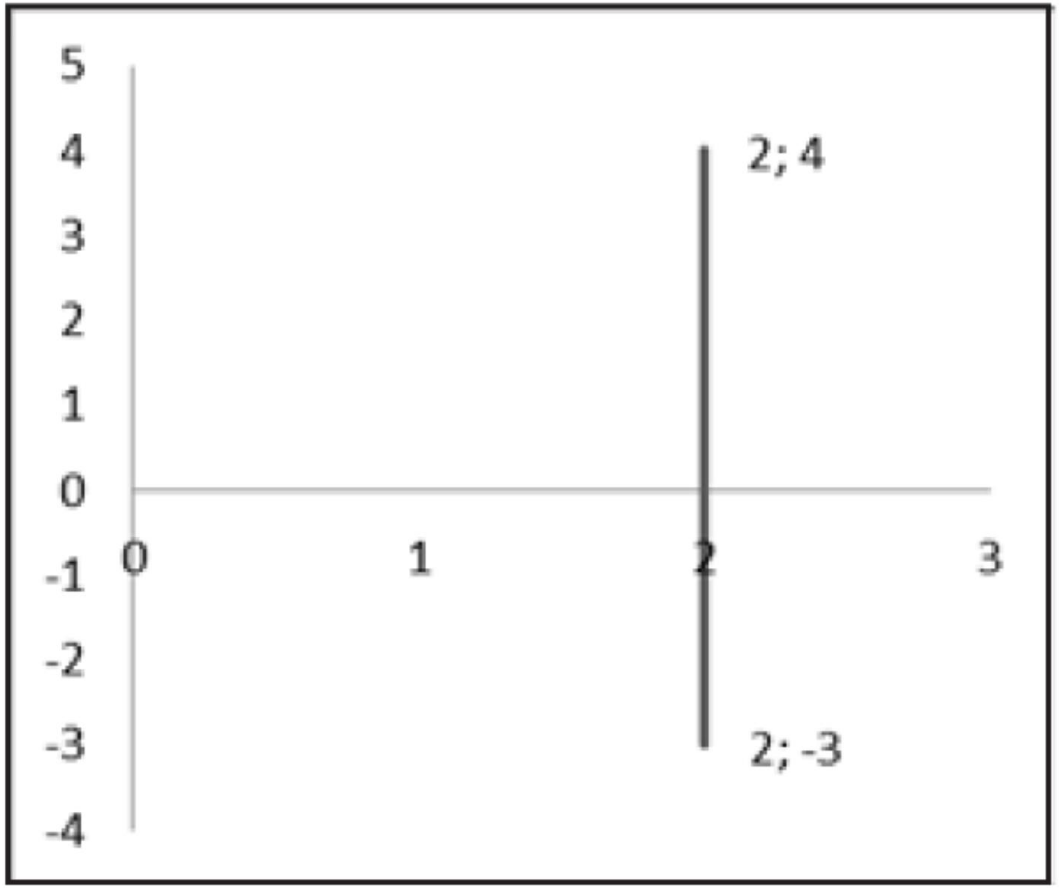
PENDIENTE DE LA RECTA

Gráfica 3. Pendiente igual a cero–Recta horizontal



PENDIENTE DE LA RECTA

Gráfica 4. Pendiente no definida–Recta vertical



PENDIENTE DE LA RECTA

Si las coordenadas x_0 y x_1 son iguales $(x_0 = x_1 = a)$, la pendiente no existe y la línea recta será vertical con ecuación $x = a$. De igual forma, si las coordenadas y_0 y y_1 son iguales $(y_0 = y_1 = b)$, la pendiente es igual a cero y la línea recta será horizontal con ecuación $y = b$.

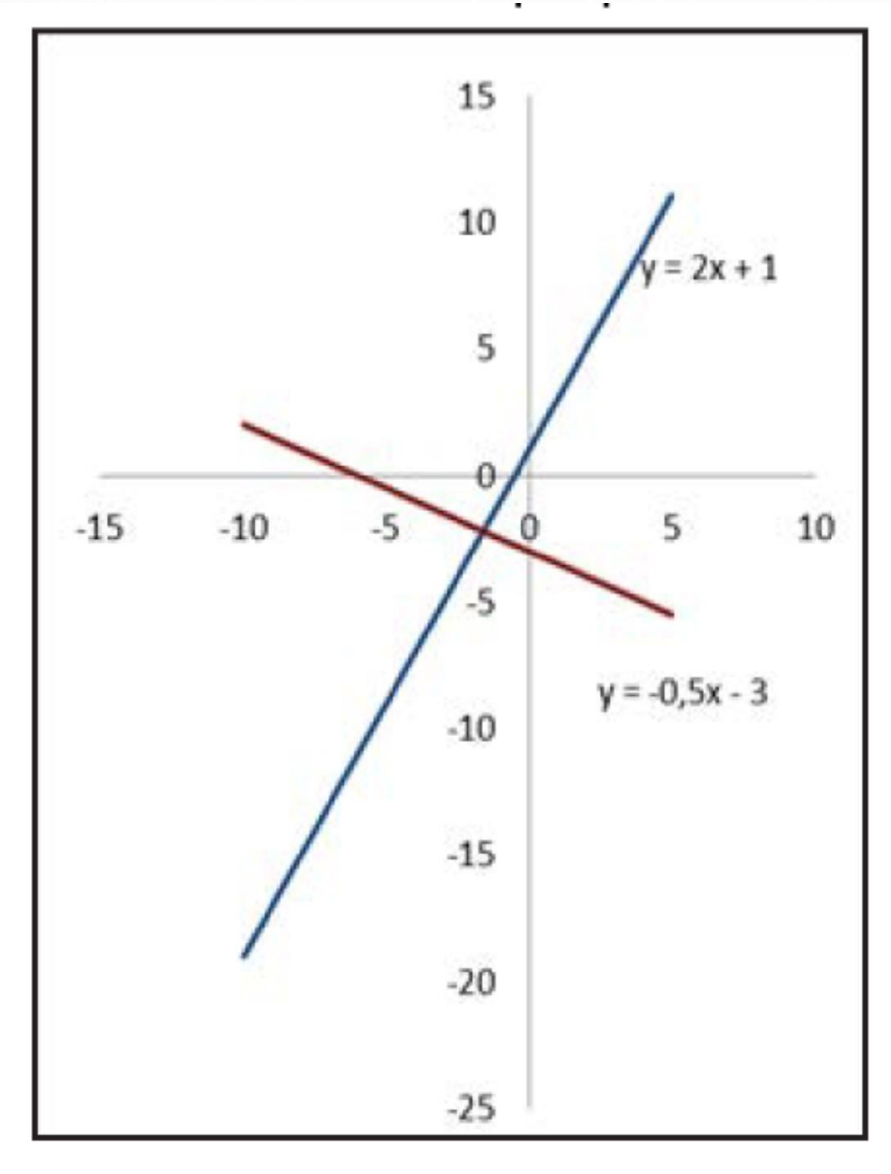
ECUACIÓN DE LA RECTA

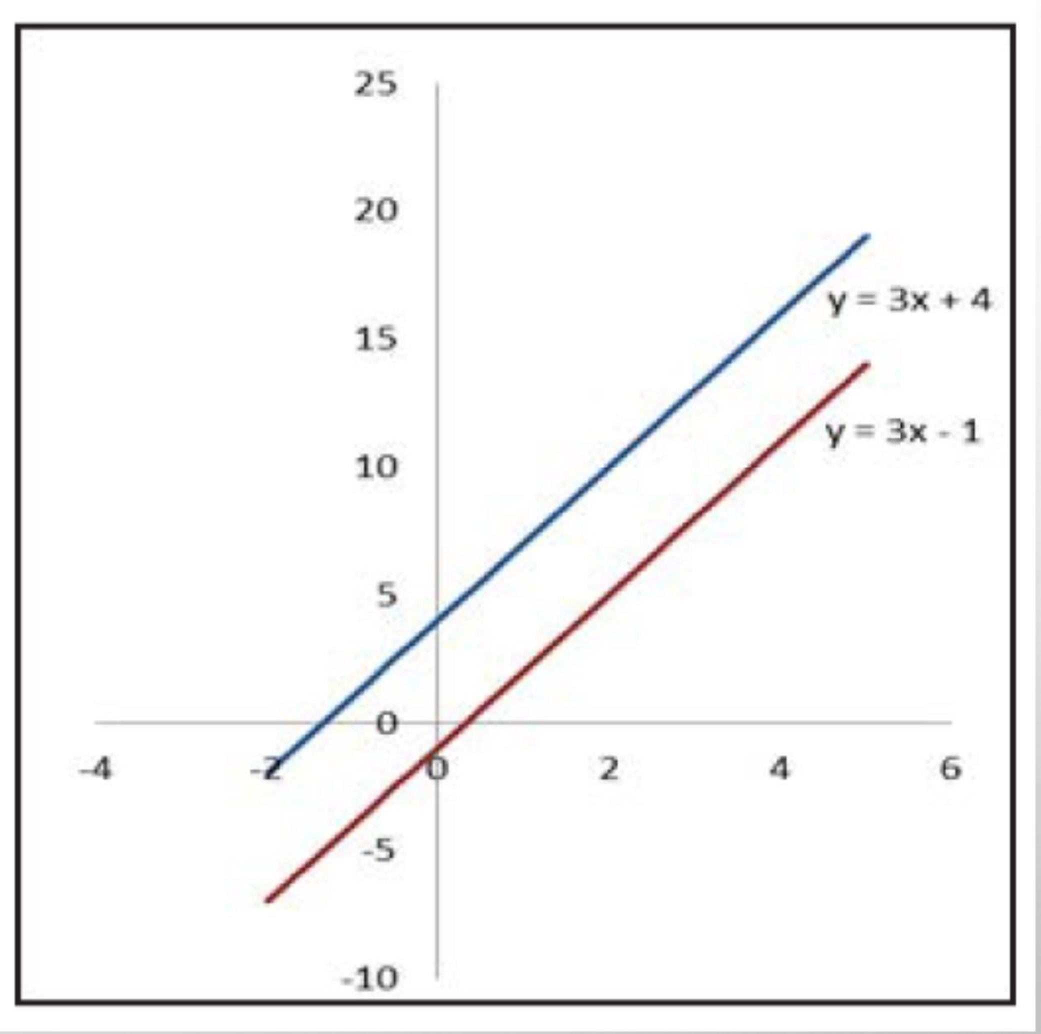
La ecuación de la línea recta se puede construir de dos formas:

a) Conociendo la pendiente m y un punto $P(x_0, y_0)$.

b) A partir de dos puntos, calculando la pendiente m y usando la ecuación $y - y_0 = m(x - x_0)$. En este caso es indiferente usar como punto conocido $P(x_0, y_0)$ ó $Q(x_1, y_1)$.

ECUACIÓN DE LA RECTA





REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Ejemplo 1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(4,1) y Q(7,10).

Inicialmente se calcula la pendiente: $m = \frac{10 - 1}{7 - 4} = 3$ y se toma cualquiera de los puntos conocidos P ó Q, en este caso se toma el punto P(4,1).

Luego, la ecuación de la recta se calcula usando la ecuación $y - y_0 = m(x - x_0)$.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

$$y - 1 = 3(x - 4)$$

$$y - 1 = 3x - 12$$

$$y = 1 + 3x - 12$$

$$y = 3x - 1$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Ejemplo 2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(2,8) y tiene pendiente 6.

En este caso se conoce el punto y la pendiente, por tanto se utiliza la ecuación

$$y - y_0 = m(x - x_0).$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

$$y - 8 = 6(x - 2)$$

$$y - 8 = 6x - 12$$

$$y = 8 + 6x - 12$$

$$y = 6x - 4$$

EJEMPLO RESOLUCIÓN 01

$$\frac{3}{4}x + \frac{5}{6} = 5x - \frac{125}{3}$$

Solución

$$x = 10$$

$$\frac{3}{4}x+\frac{5}{6}=5x-\frac{125}{3}$$

Mover $\frac{5}{6}$ al lado derecho

$$\frac{3}{4}x=5x-\frac{85}{2}$$

Mover $5x$ al lado izquierdo

$$-\frac{17}{4}x=-\frac{85}{2}$$

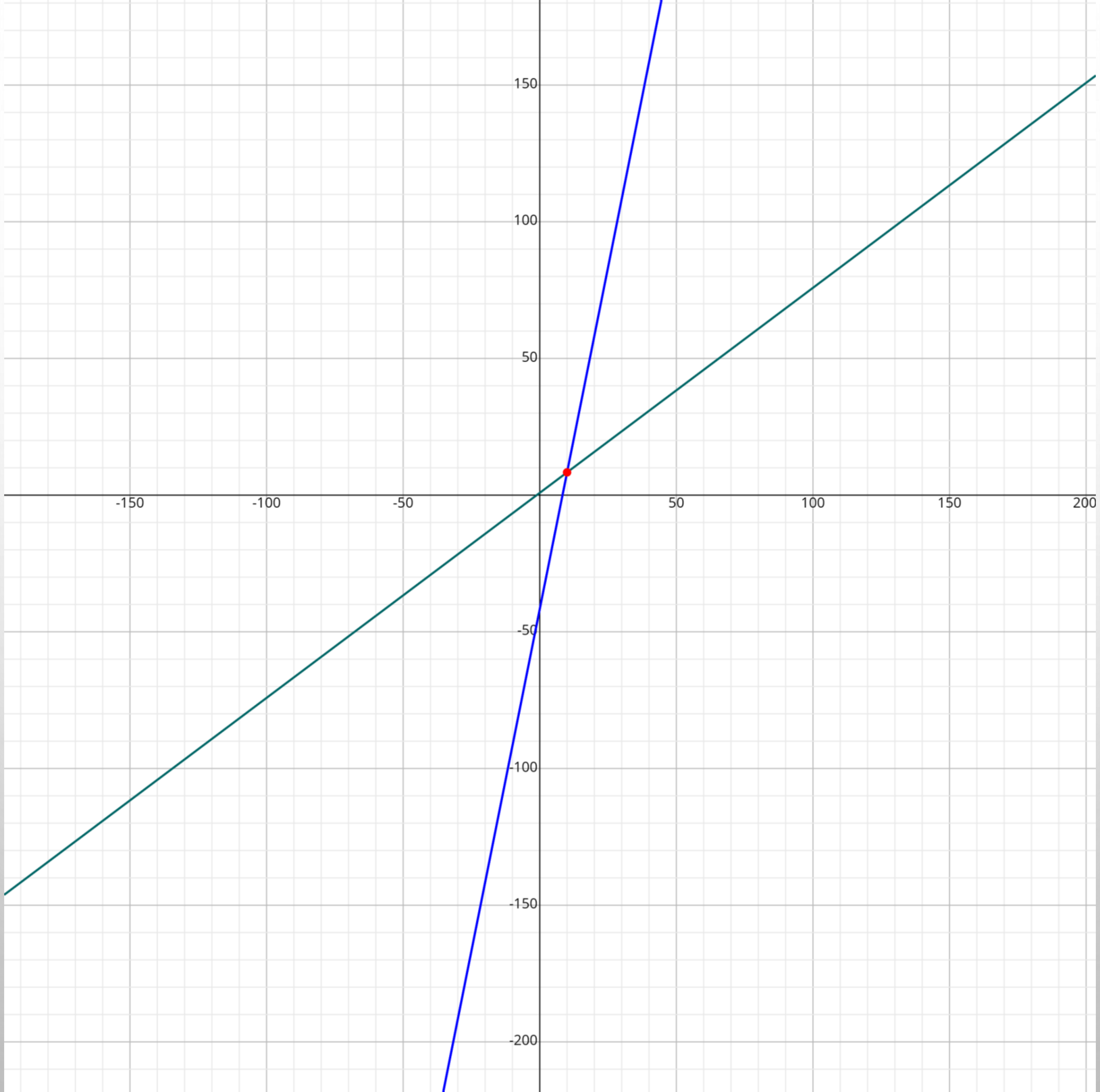
Multiplicar ambos lados por 4

$$-17x = -170$$

Dividir ambos lados entre -17

$$x = 10$$

x	$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{6}$
−2	-0.666667
−1	0.083333
0	0.833333
1	1.583333
2	2.333333



EJEMPLO RESOLUCIÓN 02

$$\sqrt{2}\,x - \sqrt{3} = \sqrt{5}$$

Solución

$$x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}\,x-\sqrt{3}=\sqrt{5}$$

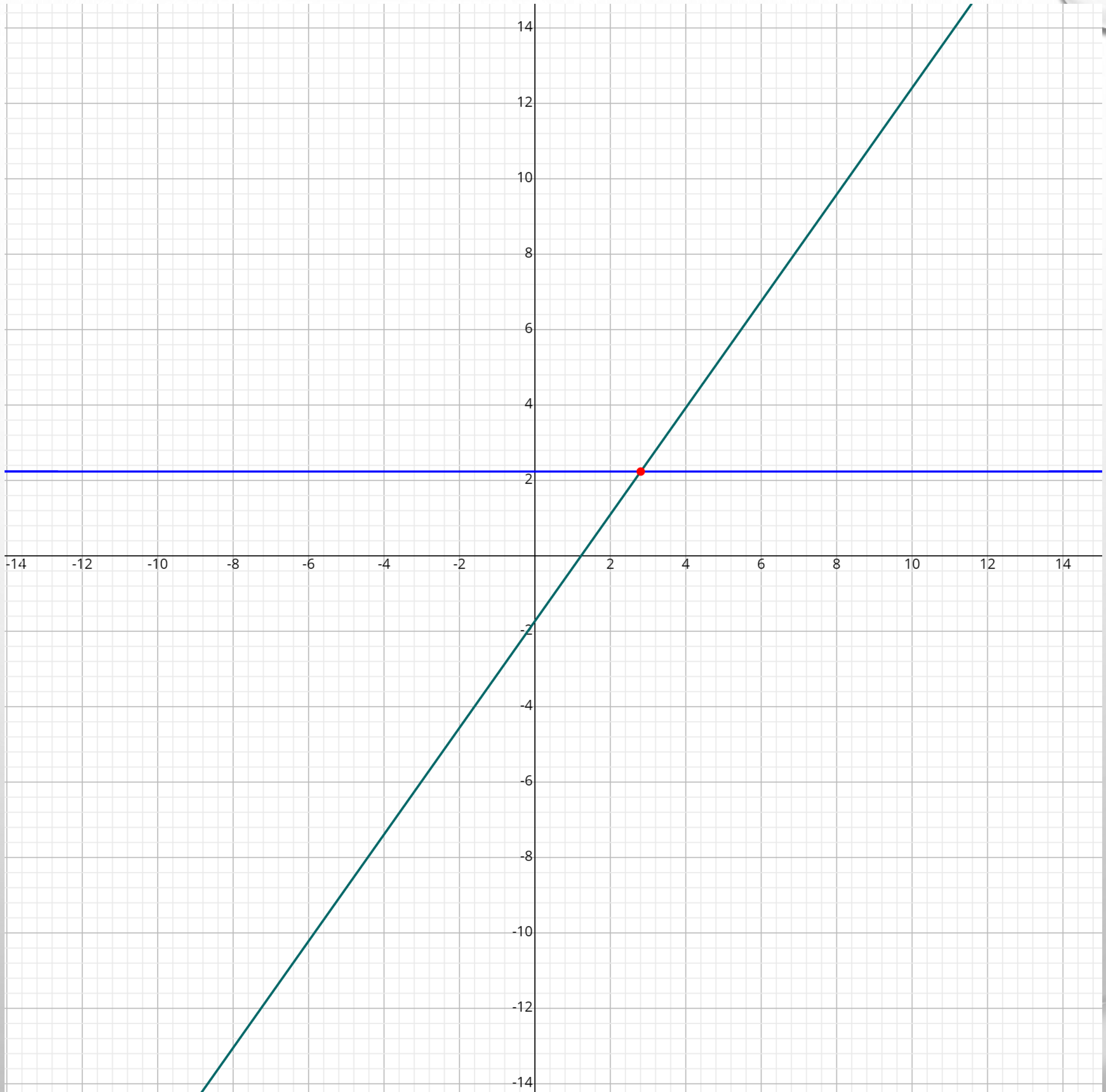
Mover $\sqrt{3}$ al lado derecho

$$\sqrt{2}\,x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$$

Dividir ambos lados entre $\sqrt{2}$

$$x=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

x	$y = \sqrt{2}\,x - \sqrt{3}$
−2	-4.560478
−1	-3.146264
0	-1.732051
1	-0.317837
2	1.096376



EJEMPLO RESOLUCIÓN 03

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 10$$

Solución

$$x = 12$$

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=10$$

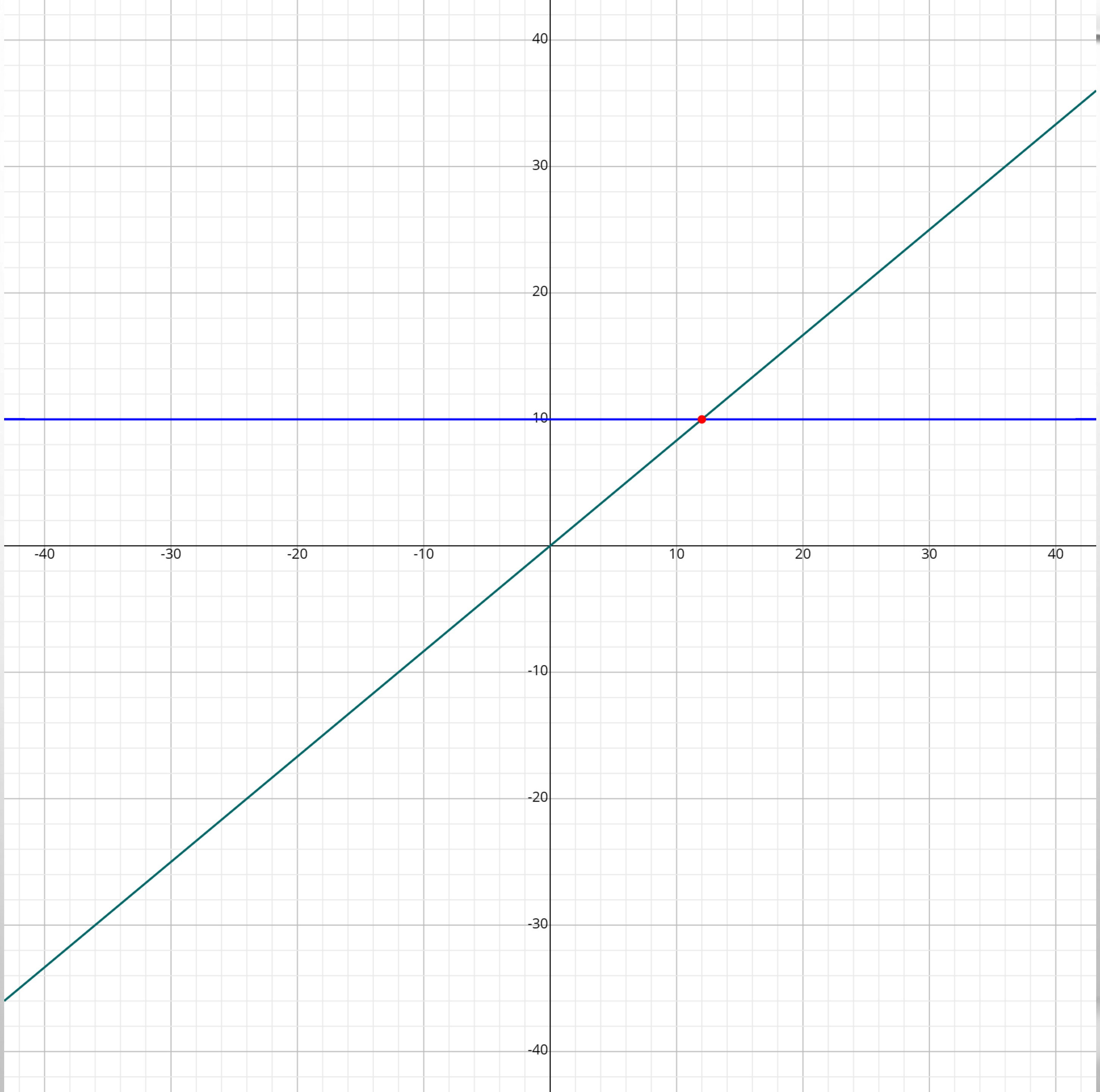
Multiplicar por el mínimo común múltiplo

$$5x=60$$

Dividir ambos lados entre 5

$$x=12$$

x	$y = \frac{x}{3} + \frac{x}{2}$
−2	-1.666667
−1	-0.833333
0	0
1	0.833333
2	1.666667



EJEMPLO RESOLUCIÓN 04

$$\sqrt{4 \cdot\ k^4} - 2k^2 - 5 \cdot\ k = -8 \cdot\ k + \frac{10}{3}$$

Solución

$$k = \frac{10}{9}$$

$$\sqrt{4k^4}-2k^2-5k=-8k+\frac{10}{3}$$

Multiplicar ambos lados por 3

$$\sqrt{4k^4}\cdot 3-2k^2\cdot 3-5k\cdot 3=-8k\cdot 3+\frac{10}{3}\cdot 3$$

Simplificar

$$3\sqrt{4k^4}-6k^2-15k=-24k+10$$

La solución es

$$k=\frac{10}{9}$$