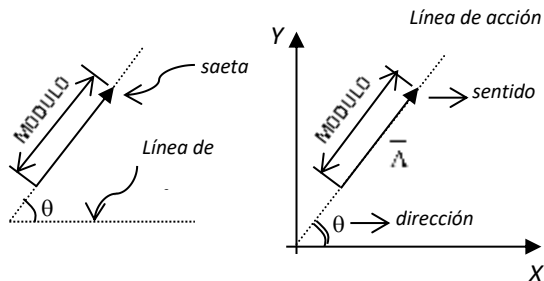


VECTORES

Es la representación de algunos fenómenos físicos empleando modelos vectoriales.

VECTOR

Modelo matemático que gráficamente se representa por un segmento de recta orientado. La física lo utiliza para representar a las magnitudes vectoriales.



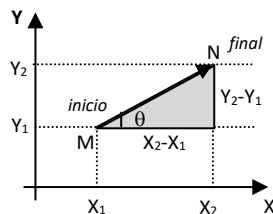
ELEMENTOS BASICOS - NOTACIONES	
I. MODULO	I. $\vec{A}$: Vector "A"
II. DIRECCIÓN	II. $ \vec{A} = A = A$ $\underbrace{\hspace{10em}}$ Modulo del vector
III. SENTIDO	III. θ dirección del vector

REPRESENTACION CARTESIANA DE UN VECTOR

- Sean los puntos :

$$M = (x_1; y_1) \quad \wedge \quad N = (x_2; y_2)$$

- Ahora para obtener el vector MN, ubicaremos los puntos "M" y "N" en el plano cartesiano, para luego unirlos (como se muestra en la figura):



NOTACION Y DEFINICION

I. $MN = N - M = (x_2; y_2) - (x_1; y_1)$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
Vector MN

- II. Por el teorema de Pitágoras.

$$|MN|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$|MN| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
Modulo o longitud del Vector MN

- III. Considerando :

$$\text{tg} \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \theta = \text{Arctg} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

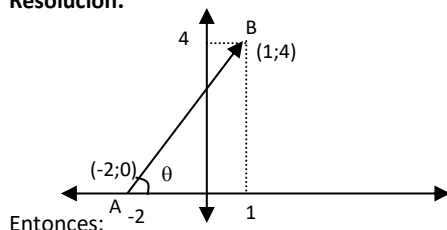
$\underbrace{\hspace{10em}}$
Dirección del Vector MN

EJEMPLO

Calcular el vector, su módulo, la dirección del vector AB, si:

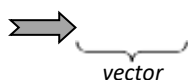
$$A = (-2; 0) \quad \wedge \quad B = (1; 4)$$

Resolución:



Entonces:

$$AB = B - A = (1;4) - (-2;0) = (3,4)$$



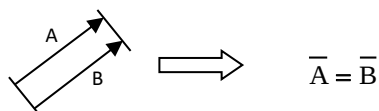
$$AB = (3;4)$$

Ahora: $|\overline{AB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (módulo)

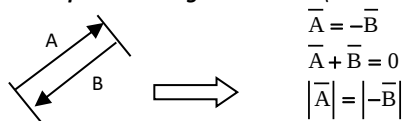
Finalmente: $Tg\theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$
dirección

PROPIEDADES

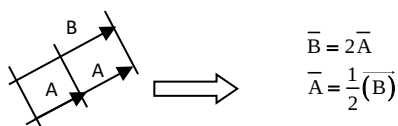
1. **Vectores iguales:** igual modulo igual dirección.



2. **Vectores opuestos de igual modulo:** (vector negativo o antiparalelo)



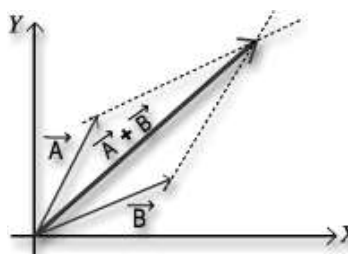
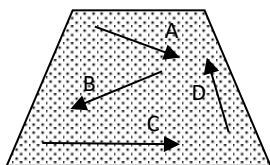
3. **Relación entre 2 vectores paralelos.**



En general: Si $A \parallel B \Rightarrow A = nB$, donde "n" es un número real.

4. **Vectores coplanares:**

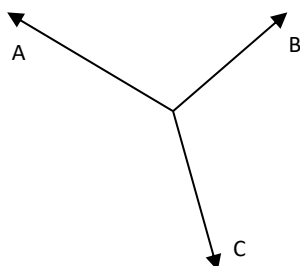
Son aquellos que se encuentran en un mismo plano



5. **Vectores concurrentes:**

Se caracterizan porque sus rectas de acción se cortan en un mismo

punto.



SUMA DE VECTORES

Con los vectores podemos realizar una serie de operaciones. Una de ellas es la suma. Podemos realizar la suma de vectores desde dos puntos de vista: matemática y gráfica

SUMA DE VECTORES MATEMÁTICA

Para realizar la suma matemática de vectores, lo único que tenemos que hacer es sumar las respectivas componentes de los vectores sumandos, obteniendo así, el vector suma. Veamos un ejemplo:

$$(3, 2, -5) + (2, 1, 3) = (3+2, 2+1, -5+3) = (5, 3, -2)$$

SUMA GRÁFICA de VECTORES

Para realizar la suma gráfica de dos vectores, utilizamos el "método del paralelogramo". Para ello, trazamos en el extremo del vector A, una paralela al vector B y viceversa. Ambas paralelas y los dos vectores, determinan un paralelogramo. La diagonal del paralelogramo, que contiene al punto origen de ambos vectores, determina el vector SUMA. Puedes ver un ejemplo en el gráfico que va a continuación:

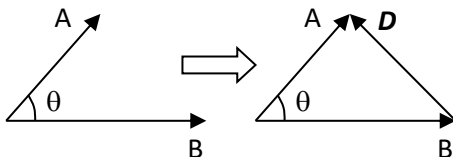
Formula del paralelogramo

$$S^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

Donde el ángulo θ es el menor ángulo comprendido entre los vectores A y B.

SUSTRACCION DE VECTORES

Solo se pueden restar de dos en dos y de forma práctica usaremos el método grafico del triángulo, que consiste en colocar los vectores de modo que ambos tengan el mismo punto de origen, de modo que el vector diferencia es aquel que complete la figura formando de esa manera un triángulo.

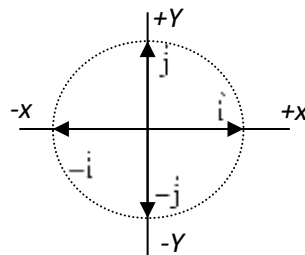
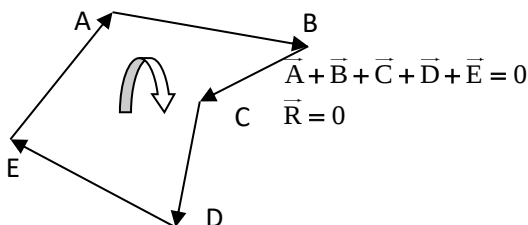


Al igual que en el caso de la adición utilizaremos la ley del paralelogramo de la siguiente manera:

$$S^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$$

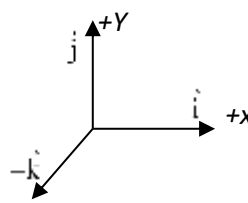
POLIGONO CERRADO

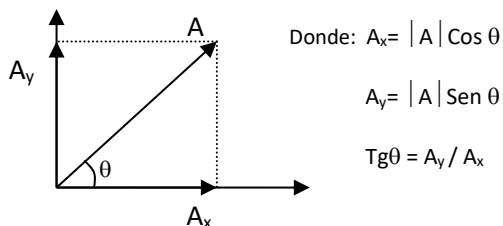
Si el polígono vectorial resultara cerrado por los mismos vectores, se tendrá que la resultante de los mismos será nula:



COMPONENTES RECTANGULARES

Todo vector tiene dos componentes en los ejes rectangulares cartesianos, uno en el eje X y otro en el eje Y, de la siguiente manera:



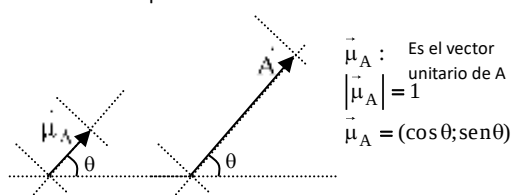


Como nota práctica podemos considerar que siempre la componente que estará junto al ángulo director será el **coseno** de dicho ángulo, siendo la otra componente el **seno**.

También debemos considerar que la dirección de dicho vector estará dado por el ángulo que forma con el eje "X", pudiéndose hallar con el **arcotangente** de dicho ángulo o simplemente analizando la tangente del ángulo que casi siempre es un **triángulo notable**.

VECTORES UNITARIOS

Son utilizados para indicar la dirección de un vector. Su módulo es la unidad.



En general:

- $\vec{\mu}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$; o también $\vec{A} = \vec{\mu}_A |\vec{A}|$
- Donde: $\vec{\mu}_A$: vector unitario paralelo al vector A o vector unitario de A.

VECTORES UNITARIOS CARTESIANOS

$$\vec{i} = (1, 0)$$

$$\vec{j} = (0, 1)$$

$$-\vec{i} = (-1, 0)$$

$$-\vec{j} = (0, -1)$$

$$\vec{i} = (1, 0, 0) \xrightarrow{y} -\vec{i} = (-1, 0, 0)$$

$$\vec{j} = (0, 1, 0) \xrightarrow{y} -\vec{j} = (0, -1, 0)$$

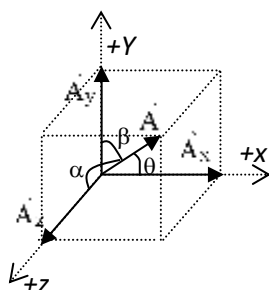
$$\vec{k} = (0, 0, 1) \xrightarrow{y} -\vec{k} = (0, 0, -1)$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{A} = (A_x; A_y; A_z)$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$



Además se cumple que:

$$A_x = A \cdot \cos \alpha$$

$$A_y = A \cdot \cos \beta$$

$$A_z = A \cdot \cos \theta$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \theta = 1$$

