

UNIDAD I.4

PROGRAMACIÓN LINEAL

PROGRAMACIÓN LINEAL

- **Objetivo**
 - Interpretar problemas en sistemas complejos y resolverlos empleando modelos con ecuaciones lineales que permitan encontrar la solución óptima, con la finalidad de hacer más eficiente el recurso disponible en una organización
- Es un método determinista de análisis que permite elegir la mejor alternativa, satisfaciendo varios criterios
- Criterios se dividen en dos categorías: restricciones y objetivo
 - Restricciones: Son las condiciones que debe satisfacer una solución que está bajo consideración
 - Objetivo: Cuando más de una alternativa satisface la restricción, el objetivo se usa para seleccionar entre todas las alternativas factibles

CARACTERÍSTICAS DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

- Es la técnica matemática para determinar la mejor asignación de los recursos limitados de la empresa.
- Se emplean algoritmos matemáticos a partir de ecuaciones lineales
- Ejemplo, un aumento del 10% de mano de obra, causará el mismo porcentaje en el aumento de la producción.
- Los algoritmos matemáticos forman un modelo con variables, restricciones y una función objetivo.
- La función objetivo, representa el objeto del problema; lo que persigue la empresa en términos cuantitativos

EJERCICIO

- Formule un ejercicio en el que exista una relación entre dos o mas variable
- Determine la función objetivo

PASOS PARA DETERMINAR UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Delimitación del problema y objetivo a alcanzar (maximización o minimización)
2. Conocer las variables que presentarán solución al problema
3. Planteamiento de restricciones (limitantes)
4. Todas las variables empleadas deben ser positivas (son situaciones que existen en la realidad)

MODELO ESTANDAR DE PROGRAMACIÓN LINEAL

ES LA IGUALACIÓN DE LAS RESTRICCIONES DEL MODELO PLANTEADO, ASÍ COMO EL AUMENTO DE VARIABLES DE HOLGURA, O BIEN LA RESTA DE VARIABLES DE EXCESO.

OPTIMIZAR (MAXIMIZAR O MINIMIZAR) $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_NX_N$,

SUJETA A LAS RESTRICCIONES:

$$C_{11}X_1 + C_{12}X_2 + \dots + C_{1N}X_N (\geq, \leq, =) C_{N1}$$

$$C_{21}X_1 + C_{22}X_2 + \dots + C_{2N}X_N (\geq, \leq, =) C_{N2}$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_N \geq 0$$

EJEMPLO

Sea:

$$\text{Maximizar } Z = X_1 + 2X_2 + X_3$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 \leq 100$$

$$3X_1 - 4X_2 \geq 80$$

$$5X_2 + X_3 = 70$$

$$2X_1 \leq 7$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

FORMA ESTANDAR

$$\text{Maximizar } Z = X_1 + 2X_2 + X_3$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 + \quad X_4 \quad = 100$$

$$3X_1 - 4X_2 - \quad X_5 \quad = 80$$

$$5X_2 + X_3 \quad = 70$$

$$2X_1 + \quad X_6 \quad = 7$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

Planteamiento del Problema:

Un negocio se dedica a la fabricación de Sillas y Mesas. Fabricar cada uno de estos artículos consume una determinada cantidad de tiempo (horas) de los departamentos de CORTE y ENSAMBLE.

Estos departamentos tienen disponible una limitada cantidad de horas de trabajo: 120 horas para CORTE y 90 para ENSAMBLE.

Cada uno de los productos ofrecen a la empresa la siguiente contribución: USD. 50 para las Mesas y USD. 80 para las Sillas.

La información anterior añadido a los consumos de tiempo de cada producto se resumen en la siguiente tabla:

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

| PROCESO | CONSUMO DE TIEMPO POR UNIDAD DE PRODUCTO (HORAS) | | TIEMPO DISPONIBLE EN CADA DEPARTAMENTO (HORAS) |
|------------------------------------|--|--------------|--|
| | mesas X1 | sillas X2 | |
| CORTE | 1 | 2 | 120 |
| ENSAMBLE | 1 | 1 | 90 |
| CONTRIBUCIÓN UNITARIA POR PRODUCTO | USD. 50 | USD. 80 | |

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

Determine la cantidad a producir de Sillas y Mesas para obtener la Máxima ganancia posible.

Solución:

Identificamos la Función Objetivo (Objetivo del Problema) = Obtener la Máxima ganancia.

Función Objetivo (FO)

$Z = 50x_1 + 80x_2$ (Maximizar la ganancia), Identificamos las Variables (x_1, x_2)

Variables de Decisión:

Q Mesas = x_1

Q Sillas = x_2

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

Definimos las restricciones: Tenemos 2 restricciones:

- a) Recursos Limitados del departamento de CORTE.
- b) Recursos Limitados del departamento de ENSAMBLE.

RESTRICCIONES:

DEPARTAMENTOS:

CONSUMO \leq DISPONIBLE

1) CORTE

$$x_1 + 2x_2 \leq 120$$

2) ENSAMBLE

$$x_1 + x_2 \leq 90$$

A estas inecuaciones se las convierte en ecuaciones.

ESTANDARIZACIÓN DEL MODELO

- Max: $Z = 50x_1 + 80x_2$

$$\text{Max: } Z = 50x_1 + 80x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

- Sujeto a:

Sujeto a:

- 1) $x_1 + 2x_2 \leq 120$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 120$$

- 2) $x_1 + x_2 \leq 90$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 90$$

- $x_1, x_2 \geq 0$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

O sea:

1) $x_1 + 2x_2 = 120$ (Para Graficar)

2) $x_1 + x_2 = 90$ (Para Graficar)

$R_1 = x_1 + 2x_2 = 120$ P1 (0, 60)

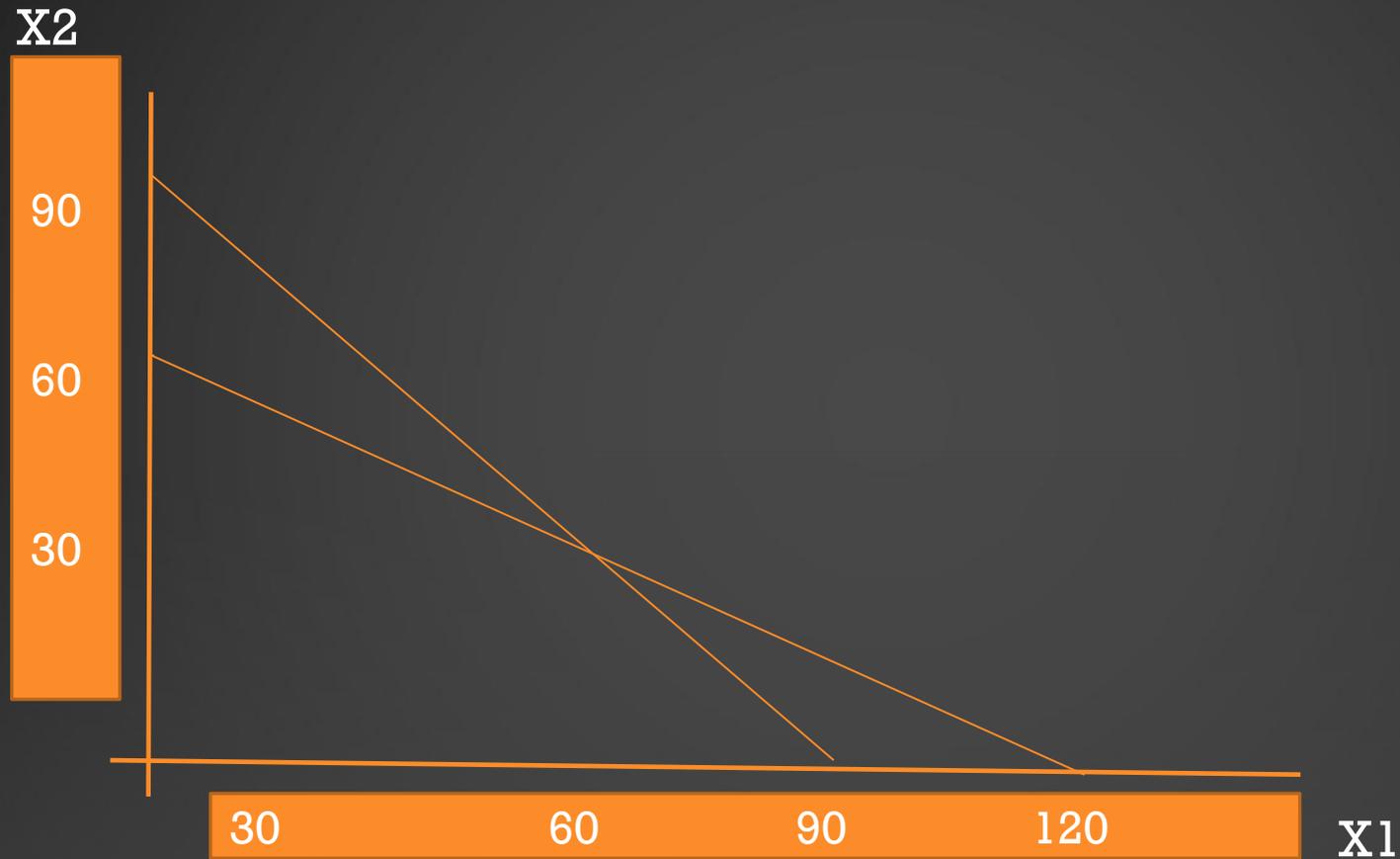
P2 (120, 0)

$R_2 = x_1 + x_2 = 90$ P1 (0, 90)

P2 (90, 0)

Definimos la Región Factible (Debiendo cumplir con todas las restricciones al mismo tiempo).

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE



PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

VALORES DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN : F.O

| VÉRTICES | X1 (mesas) | X2 (sillas) | Z= 50X1 + 80X2 |
|----------|------------|-------------|----------------|
| 1 | 0 | 60 | 4.800 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 90 | 0 | 4.500 |
| 4 | 60 | 30 | 5.400 (VM) |

PROGRAMACIÓN MÉTODO GRÁFICO- BÚSQUEDA DE LA REGIÓN FACTIBLE

RESULTADO:

$$X1 = 60 \text{ (MESAS)}$$

$$X2 = 30 \text{ (SILLAS)}$$

$$Z = 5.400 \text{ (¿ SOBRÓ ALGO?)}$$

COMPROBAMOS:

$$R1 \quad X1 + 2X2 \leq 120 \qquad 120 = 120$$

$$R2 \quad X1 + X2 \leq 90 \qquad 90 = 90$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

EJERCICIO 1.

UNA COMPAÑÍA PRODUCE DOS ARTÍCULOS: IPHONE Y SMART TV. CADA IPHONE LLEVA 4 HORAS DE TRABAJO ELECTRÓNICO Y 2 HORAS DE ENSAMBLADO.

CADA SMART TV REQUIERE DE 3 HORAS DE TRABAJO ELECTRÓNICO Y 1 HORA DE ENSAMBLE.

DURANTE EL PROCESO DE PRODUCCIÓN ESTÁN DISPONIBLES 240 HORAS DE TIEMPO DE ELECTRÓNICA Y 100 HORAS DEL DEPARTAMENTO DE ENSAMBLE.

CADA IPHONE APORTA UNA UTILIDAD DE USD. 7, Y CADA SMART TV PUEDE SER VENDIDA EN USD. 5.

DETERMINE LA CANTIDAD A PRODUCIR DE CADA ARTÍCULO PARA OBTENER LA MÁXIMA GANANCIA.

EJERCICIOS PROPUESTOS

EJERCICIO 2

UNA EMPRESA DE INSTALACIONES DISPONE DE 195 KG DE COBRE, 20 KG DE TITANIO Y 14 KG DE ALUMINIO. PARA FABRICAR 100 MTS DE CABLE DE TIPO A SE NECESITAN 10 KG DE COBRE, 2KG DE TITANIO Y 1 KG DE ALUMINIO, MIENTRAS QUE PARA FABRICAR 100 MTS DE CABLE DE TIPO B SE NECESITAN 15KG DE COBRE, 1KG DE TITANIO Y 1KG DE ALUMINIO. EL BENEFICIO QUE SE OBTIENE POR 100 MTS DE CABLE DE TIPO A ES DE USD. 1500, Y POR 100 MTS DE CABLE DE TIPO B, USD. 1.000.

CALCULE LOS METROS DE CABLE DE CADA TIPO QUE HAY QUE FABRICAR PARA MAXIMIZAR EL BENEFICIO DE LA EMPRESA. OBTENER EL BENEFICIO MÁXIMO.

EJERCICIOS REGIÓN FACTIBLE

<https://www.vadenumeros.es/sociales/problemas-de-programacion-lineal.htm>