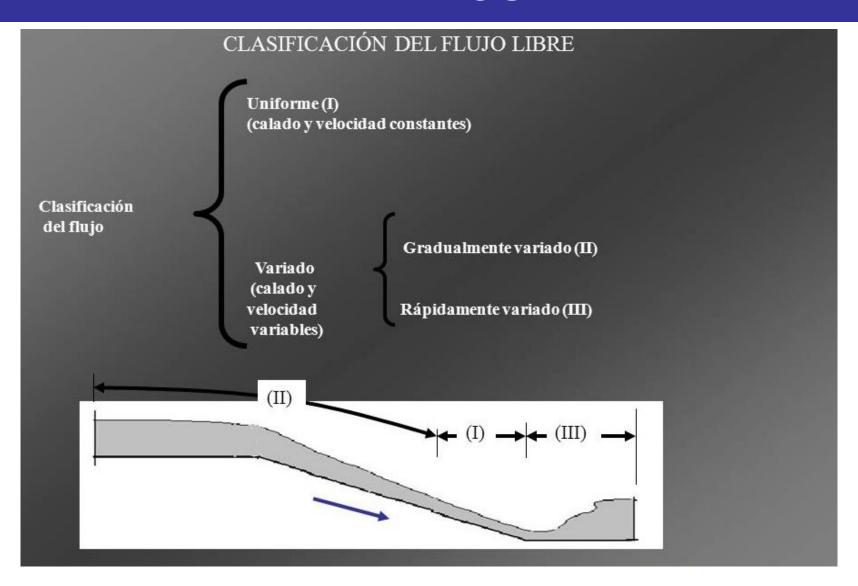
CLASIFICACION DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Flujos en Hidráulica de canales

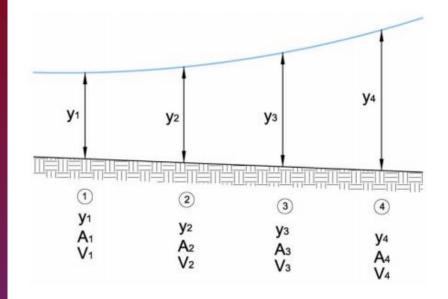


CLASIFICACION DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

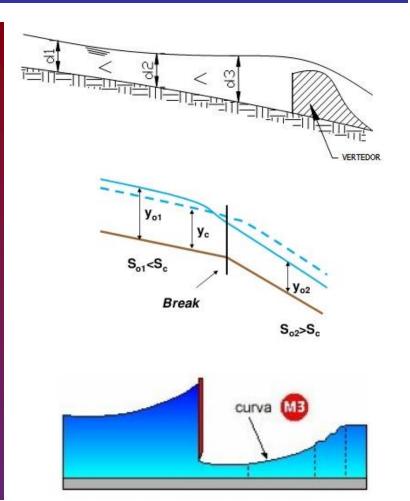


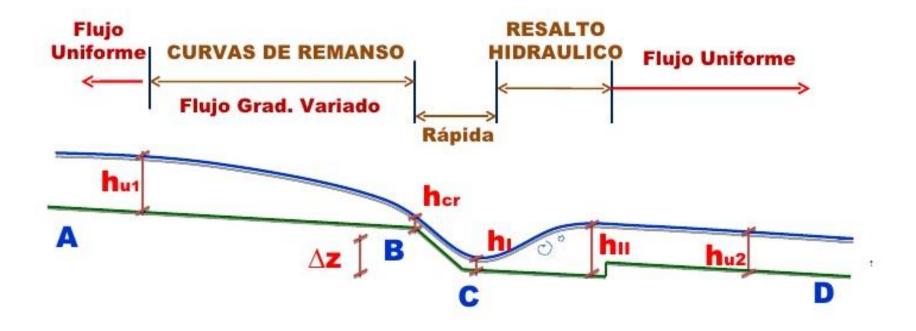
El Flujo gradualmente variado constituye una clase especial del flujo permanente no uniforme y se caracteriza por la variación continua del tirante a lo largo del canal y por ende del área, velocidad, etc.

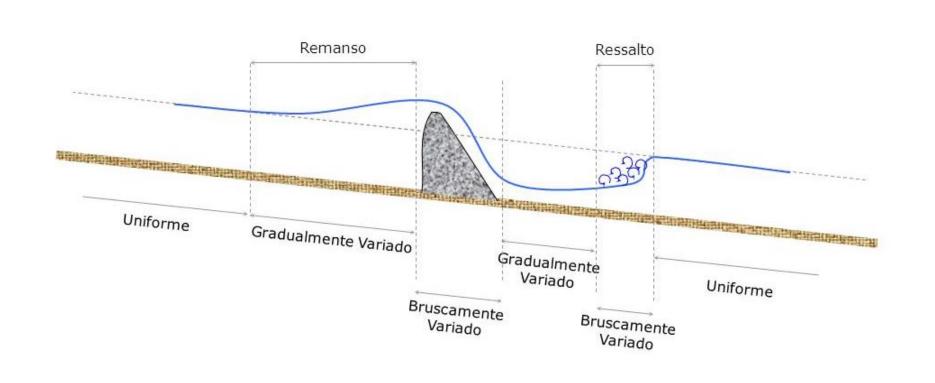
Se puede definir el flujo gradualmente variado como el flujo permanente y no uniforme que sufre variaciones imperceptibles en sus características, en pequeñas distancias, producidas por el rozamiento del fluido con los contornos sólidos que lo encauzan.



Este tipo de flujo se presenta en la llegada o salida de estructuras hidráulicas tales como represas, compuertas, vertederos, etc.; y en general cuando las condiciones geométricas de la sección transversal o del fondo del canal cambian abruptamente; o bien cuando en el recorrido se presenta algún obstáculo haga variar las que condiciones del movimiento.

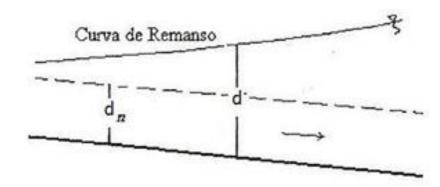


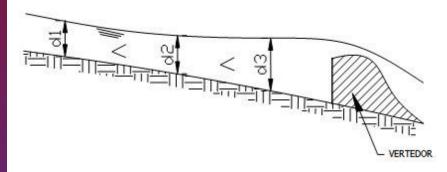




FLUJO VARIADO RETARDADO.

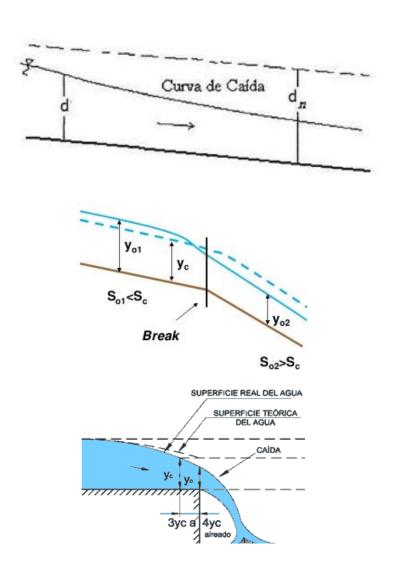
Se presenta cuando velocidad del flujo disminuye, y por ende aumenta el tirante en sentido de la corriente. Algunas causas que retardan el flujo son: disminución brusca de la pendiente del canal; interposición de obstáculos en el lecho del canal como vertederos, presas, compuertas de control.





FLUJO VARIADO ACELERADO.

presenta cuando velocidad flujo del aumenta, y por ende el tirante del agua disminuye en sentido de la corriente, ocurre cuando la pendiente canal aumenta bruscamente o cuando existe una caída vertical.



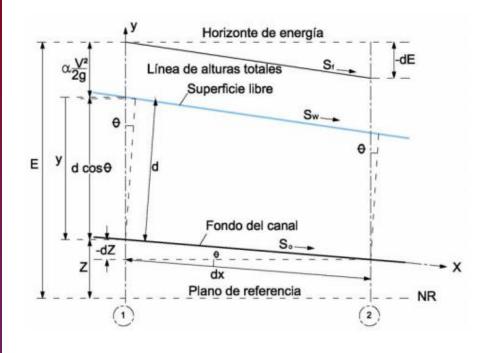
CONSIDERACIONES BASICAS DEL F.G.V.

- 1,- La pendiente del canal es uniforme y pequeña (< 10%).
- 2,- El factor de corrección de presiones Cosθ es igual a la unidad.
- 3,- No ocurre atrapamiento del aire.
- 4,- El canal es prismático, es decir el canal tiene alineamiento y forma constantes.
- 5,- La distribución de la velocidad en la sección del canal es fija. Luego los coeficientes de distribución de velocidades son constantes. (Coriolis α)

CONSIDERACIONES BASICAS DEL F.G.V.

- 6,- La conductividad K y el factor de sección Z son funciones exponenciales de la profundidad de flujo.
- 7,- El coeficiente de rugosidad es independiente de la profundidad de flujo y constante a través del tramo del canal bajo consideración.
- 8,- La pérdida de energía más importante es la fricción. Para el cálculo de la pendiente de la línea de energía en una sección se utilizan las mismas fórmulas del flujo uniforme, utilizando la velocidad media, el radio hidráulico y el coeficiente de rugosidad de la propia sección.

En el tratamiento del flujo gradualmente variado se considera que ocurren cambios pequeños del tirante en la dirección del movimiento, si se compara con la distancia en que se producen. Consideremos un perfil de flujo gradualmente variado en la longitud elemental dx de un canal abierto.



$$E = Z + dCos\theta + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

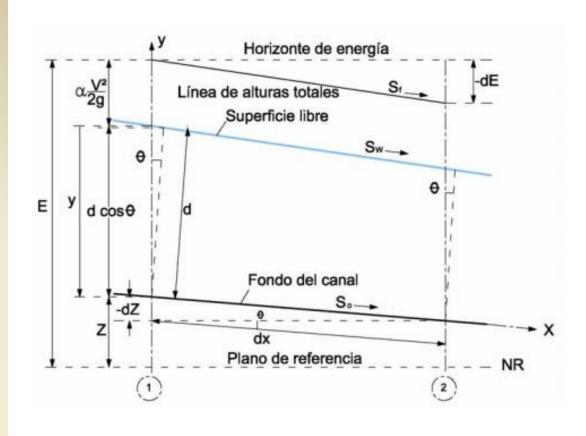
$$\frac{dE}{dx} = \frac{dZ}{dx} + \frac{dd}{dx}Cos\theta + \alpha \frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

$$-\frac{dZ}{dx} = S_0 \qquad \theta \to 0$$

$$-\frac{dE}{dx} = S_E \qquad Cos\theta \to 1 \quad d \cong y$$

$$-S_E = -S_0 + \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right)$$

$$-S_E = -S_0 + \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \frac{dy}{dy}$$

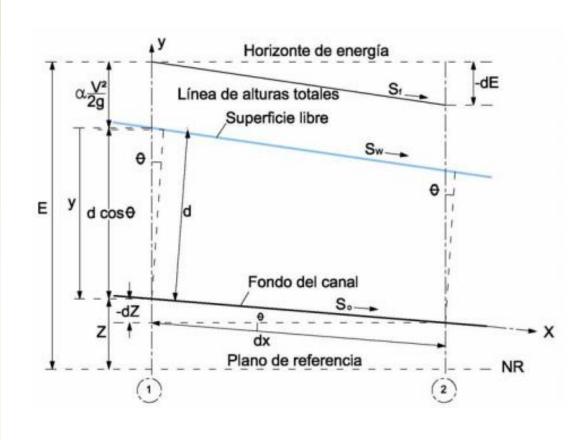


$$-S_E = -S_0 + \frac{dy}{dx} \left[1 + \alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \right]$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_E}{1 + \alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g}\right)}$$
 (V.T. CHOW)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_E}{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}}$$
 (VILLON)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_E}{1 - F^2}$$
 (SOTELO)



$$\frac{dy}{dx} = S_0 \left[\frac{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2} \right]$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{S_0} \left[\frac{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2}{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2} \right]$$

$$Z_{c} = \sqrt[Q]{\sqrt{g/\alpha}}$$

(Factor de sección crítico)

$$Z = \sqrt{A^3/T}$$

(Coeficiente f(y))

$$K_n = \frac{Q}{\sqrt{S_0}}$$

(Conductividad para el Flujo Uniforme con una profundidad yn)

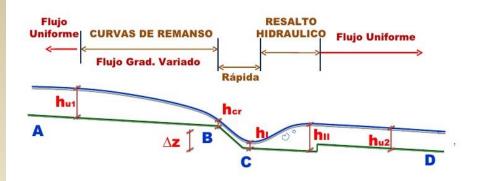
$$K = \frac{AR^{2/3}}{n} \quad (SI)$$

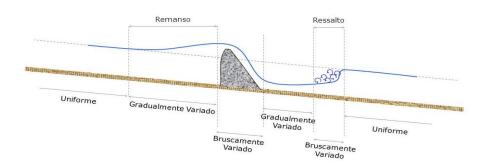
(Conductividad para el Flujo Grad. Variado a una profundidad y)

$$K = \frac{1.49 AR^{2/3}}{1.49 AR^{2/3}}$$
 (INGLES)

CURVAS DE REMANSO

Se conoce como curvas de remanso o hidráulicos, a los perfiles longitudinales que adquiere superficie libre del líquido en un canal cuando se efectúa escurrimiento bajo condiciones de flujo gradualmente variado.





CLASIFICACION Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO

1.- Pendiente Suave

Se dice que la pendiente del fondo del canal es suave cuando, para las condiciones hidráulicas (Q) y características del canal (b, T, n, S₀) dadas, se genera un tirante normal mayor que el crítico.

$$(y_n > y_c \rightarrow Subcritica)$$

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas **M** (del inglés MILD = Suave, Subcrítica)

Saint Vénant: Corrientes naturales de pendiente suave → Ríos

CLASIFICACION Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO

2.- Pendiente Crítica

Es aquella pendiente de fondo con la cual se satisface, para las condiciones dadas que el tirante normal es igual al crítico.

$$(y_n = y_c \rightarrow Crítica)$$

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas **C** (del inglés CRITICAL = Crítica)

CLASIFICACION Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO

3.- Pendiente Fuerte

Es aquella que para las condiciones dadas se produce un tirante normal menor que el crítico.

$$(y_n < y_c \rightarrow Supercrítico)$$

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas **S** (del inglés STEEP = Empinado, abrupto, supercrítica)

Saint Vénant: Corrientes naturales de pendiente fuerte → Torrentes

CLASIFICACION Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO

4.- Pendiente Horizontal

Es aquella en la cual $S_0 = 0$ y como consecuencia el tirante normal se hace infinito.

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas **H** (del inglés HORIZONTAL = Horizontal)

5.- Pendiente Adversa

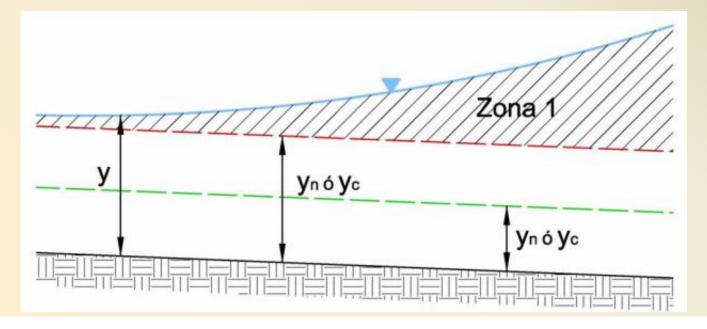
Es aquella en la cual el líquido trabaja en contra de la gravedad ya que el fondo del canal en comparación con un plano horizontal aumenta en el sentido del flujo, es decir la pendiente es negativa.

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas **A** (del inglés ADVERSE = Adversa)

ZONAS DE GENERACION DE LAS CURVAS DE REMANSO

Zona 1

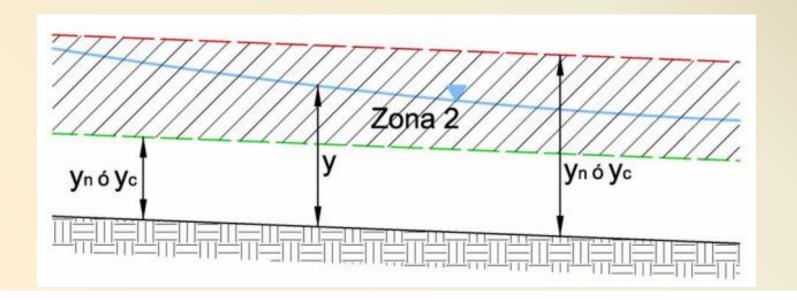
Se dice que la curva de remanso se presenta en la zona 1, cuando el tirante real de escurrimiento posee valores mayores que el normal y el crítico.



ZONAS DE GENERACIÓN DE LAS CURVAS DE REMANSO

Zona 2

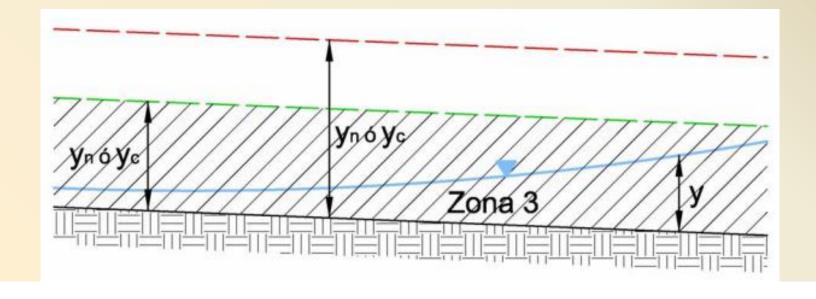
La curva de remanso se localiza en la zona 2 cuando el tirante real del flujo se encuentra comprendido entre el normal y el crítico.



ZONAS DE GENERACION DE LAS CURVAS DE REMANSO

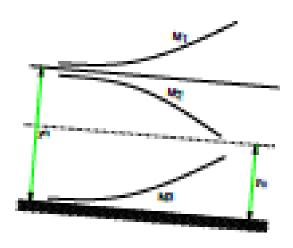
Zona 3

Es aquella que establece la generación del tirante real por debajo de los valores del normal y del crítico.

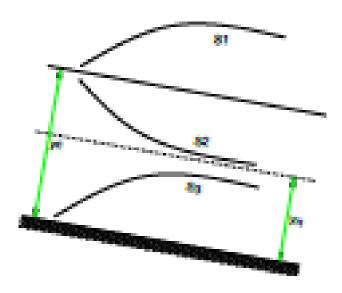


TIPOS DE CURVAS DE REMANSO

Perfil M (SUAVE) (y_n > y_c)



2.- Perfil S (FUERTE) (y_n < y_o)



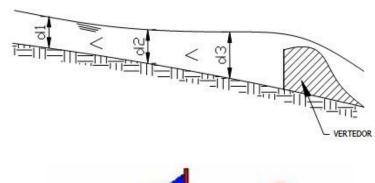
SECCION DE CONTROL

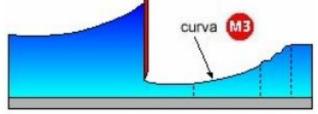
La sección de un canal en la que sea posible establecer una relación definida entre el nivel de la superficie libre del agua y el gasto correspondiente se conoce como sección de control.

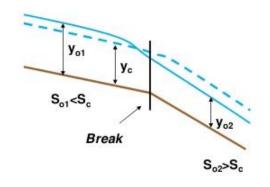
Es aquella sección particular de una canal en la que la profundidad de flujo es conocida o puede ser controlada a un nivel requerido. Este tipo de sección se conoce por dos situaciones: cuando es posible ubicarla físicamente y además en donde el tirante real se puede calcular en función del caudal.

SECCION DE CONTROL

Algunos ejemplos de secciones de control son las presas, vertederos compuertas, así como también la intersección bien definida de la línea del perfil de flujo y la correspondiente al tirante crítico, esto ocurre en el punto de cambio de pendiente de dos tramos el de aguas arriba de pendiente suave y el de aguas debajo de pendiente fuerte.







METODOS PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

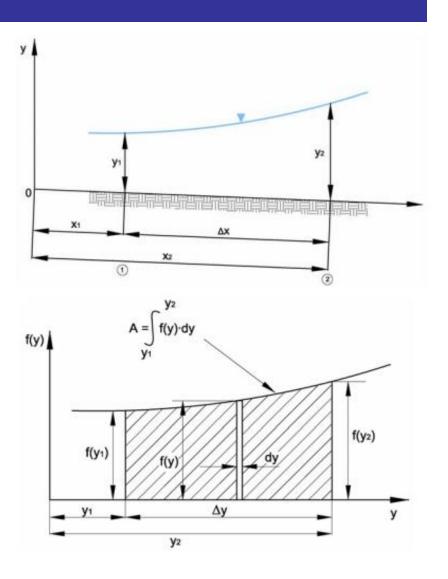
El cálculo de los perfiles de flujo gradualmente variado involucra la solución de la ecuación dinámica, siendo el objetivo principal la determinación de la forma del perfil de flujo. Existen varios procedimientos para el cálculo del flujo gradualmente variado entre los que podemos señalar los siguientes:

METODOS PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

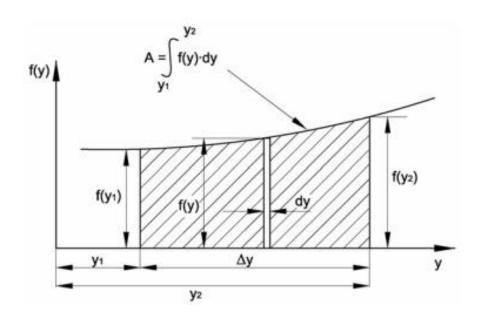
- 1.- Método de Integración Gráfica.
- 2.- Método de Integración Directa (Bakhmeteff).
- 3.- Método de Bresse.
- 4.- Método Numérico (Método de Paso Directo).

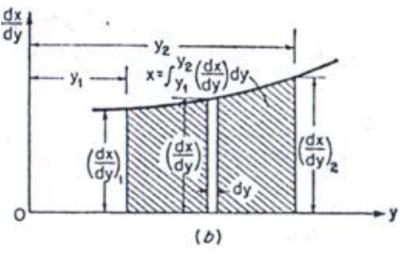
1.- MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA

objetivo Tiene como integrar la ecuación dinámica mediante un procedimiento gráfico; considerando dos secciones del canal localizadas a una distancia x₁ y x₂ desde un origen escogido y con las profundidades y₁ y y₂ respectivamente.



1.- MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA





1.- MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA (PROCEDIMIENTO DE CALCULO)

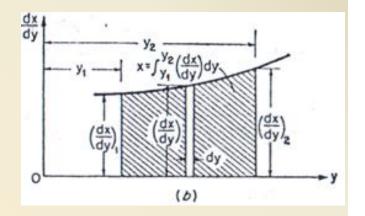
- 1.- Calcular y_n , y_c.
- 2.- Identificar el perfil de flujo.
- 3.- Identificar la sección de control. (Punto de profundidad conocida (fijos)) (Intervalo de valores de y)
- 4.- Asumir un rango de valores de «y»; y calcular dx/dy.

5.- Calcular ΔA.

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{S_0} \left[\frac{1 - \binom{Z_c}{Z}}{1 - \binom{K_n}{K}^2} \right]$$

$$\Delta A = \frac{dx/dy_1 + dx/dy_2}{2} * \Delta y \qquad \Delta A = \frac{dx/dy_1 + dx/dy_2}{2} * (y_2 - y_1)$$

- 6.- Calcular $x = \sum \Delta A$
- 7.- Graficar el perfil (y vs. x)

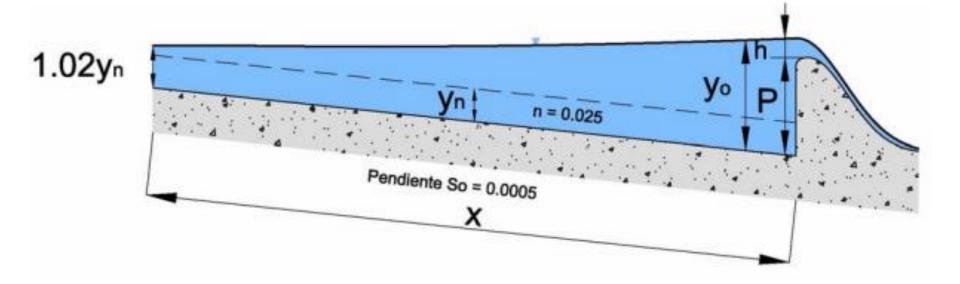


Un canal trapezoidal de ancho de solera 2,5 m, talud z = 1,5, está excavado en tierra (n = 0,025), con una pendiente uniforme de 0,0005 conduce un caudal de 5 m³/s. Con el objetivo de dar carga sobre una serie de compuertas para tomas laterales, se desea utilizar un vertedero de cresta redonda y forma rectangular (coeficiente de descarga C=2) con una longitud de cresta de 7 m. La altura de la cresta al fondo es P = 1,80 m. Calcular el perfil del flujo y la longitud total x del remanso, considerando que termina al alcanzar un tirante 2% mayor que el normal. El coeficiente de energía es $\alpha = 1$.

DATOS:

CANAL: b = 2,50m; z = 1,5; n = 0,025; S = 0,0005; $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$

VERTEDERO: C = 2; L = 7 m; P = 1,80m $(\alpha = 1)$



1.- Cálculo de los tirantes normal y crítico (y_n ; y_c)

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{2/3} * S^{1/2}$$

$$5 = \frac{1}{0,025} (2.5y_n + 1.5y_n^2) \left(\frac{2.5y_n + 1.5y_n^2}{2.5 + 2y_n \sqrt{3.25}}\right)^{2/3} (0.0005)^{1/2}$$

$$5 = \sqrt{\frac{[(2.5y_c + 1.5y_c^2)]^3 * 9.8}{2.5 + 3y_c}}$$

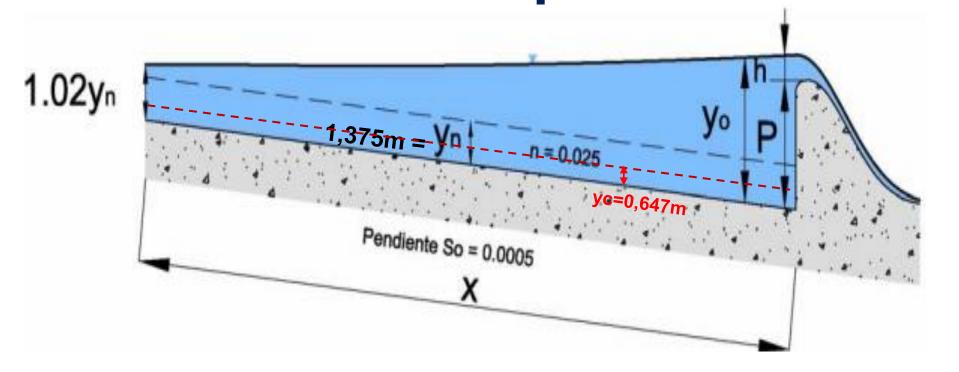
$$y_c = 0.647m$$

$$y_n = 1,375m$$

$$\frac{v^2}{g} = D; \qquad \frac{Q^2}{A^2 g} = \frac{A}{T}; \qquad Q = \sqrt{\frac{A^3 g}{T}}$$

$$5 = \sqrt{\frac{[(2.5y_c + 1.5y_c^2)]^3 * 9.89}{2.5 + 3y_c}}$$

$$y_c = 0.647m$$



2.- Sección de control.

La sección de control en este caso es el vertedero siendo el tirante aguas arriba del mismo.

$$y_0 = P + h$$

$$Q = 2 * L * h^{3/2}$$
 (Vertedero forma práctica)

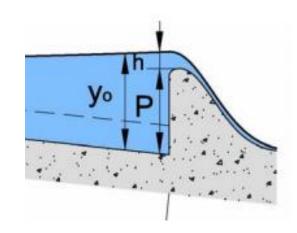
$$h = \left[\frac{Q}{2*L}\right]^{2/3}$$

$$h = \left[\frac{5}{2*7}\right]^{2/3}$$

$$h = 0.50 m$$

$$y_0 = 1,80 + 0,50$$

$$y_0 = 2,30 \ m$$



3.- Perfil de flujo.

$$y_n = 1,375m > y_c = 0,647m$$
(Flujo Subcrítico) / (Pendiente suave)

 \downarrow

CURVA TIPO M

$$y_n = 1,375m$$

$$y_0 = 2,30m$$
 > $y_c = 0,647m$
 \downarrow ZONA 1

Por lo tanto tendremos una

"CURVA M1"

4.- Cálculo del perfil.

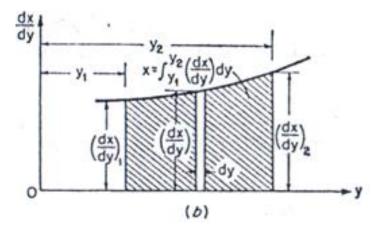
El cálculo se efectúa desde $y_0 = 2,30$ m hacia aguas arriba, hasta un tirante superior en un

2.00

1.80

1.00*	
y = 1,02*y	
y = 1,02*1,375m	
y = 1,40 m	
<u> </u>	
RANGO: [2,30m – 1,40m]	
MANGO. [2,50m – 1,40m]	_

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{S_0} \left[\frac{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2}{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2} \right]$$



Al inicio la disminución del tirante es de 0,104 y a medida que se tengan valores próximos a y_n para mejorar la precisión, la disminución es de 0,05; 0,02 y 0,01m respectivamente. Asumimos un rango de valores y calculamos dx/dy.

CALCULO DE LOS PARÁMETROS CONSTANTES

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{S_0} \left| \frac{1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2}{1 - \left(\frac{K_n}{K} \right)^2} \right|$$

• Factor de Sección Z_c

$$Z_c = \sqrt[Q]{\sqrt{g/\alpha}};$$

$$Z_c = \frac{5}{\sqrt{9,8/1,0}}$$

$$Zc = 1,60$$

• Conductividad normal *K_n*

$$K_n = \frac{Q}{\sqrt{S_0}};$$

$$K_n = 5 / \sqrt{0,0005}$$

$$Kn = 223,61$$

• Cálculo de datos para y = 2,30 m

2)
$$T = b + 2zy = 2.5 + 2 * 1.5 * 2.3$$

$$T = 9,40 \text{ m}$$

3)
$$A = by + zy^2 = 2.5 * 2.3 + 1.5 * 2.3^2$$

$$A = 13,69 \text{ m}^2$$

4)
$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2} = 2.5 + 2 * 2.3\sqrt{2.25}$$

$$P = 10,79 \text{ m}$$

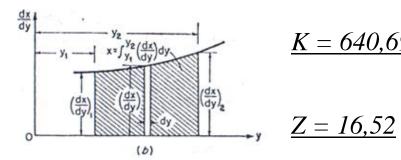
5)
$$R = \frac{A}{P} = \frac{13,69}{2,5+2*2,3*\sqrt{3,25}}$$

$$R = 1,27 m$$

6)
$$R^{2/3} = 1.17$$

	y (1)	T (2)	A (3)	P (4)	R (5)	R ^{2/3} (6)	K (7)	Z (8)	dx/dy (9)	ΔA (10)	X (11)
Γ	2.30	9.40	13.69	10.79	1.27	1.17	640.69	16.52	2256.05		
	2.20	9.10	12.76	10.43	1.22	1.14	581.86	15.11	2320.25	228.81	228.81

7)
$$K = \frac{AR^{2/3}}{n} = \frac{13,69*1,17}{0,025}$$



$$K = 640,69$$

8)
$$Z = \sqrt{A^3/T} = \sqrt{13,69^3/9,4}$$

$$Z = 16,52$$

$$dx/dy = 2256,05$$

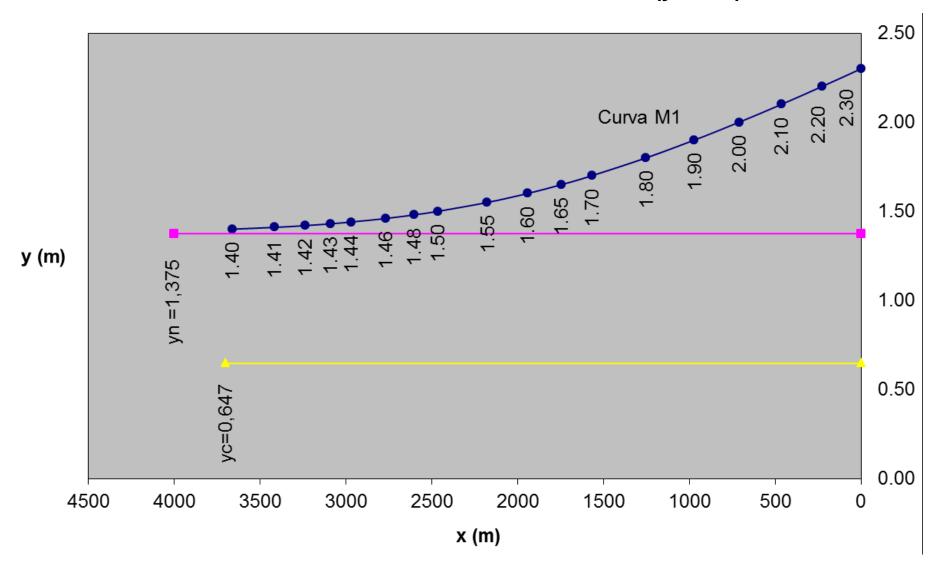
10)
$$\Delta A = \frac{dx/dy_1 + dx/dy_2}{2} * \Delta y = \frac{2256,05 + 2320,25}{2} * (2,3 - 2,2) \quad \underline{\Delta A = 228,81}$$

11)
$$x = \sum \Delta A_{ant} = 0 + 228,70$$
 $\underline{x = 228,81}$ m

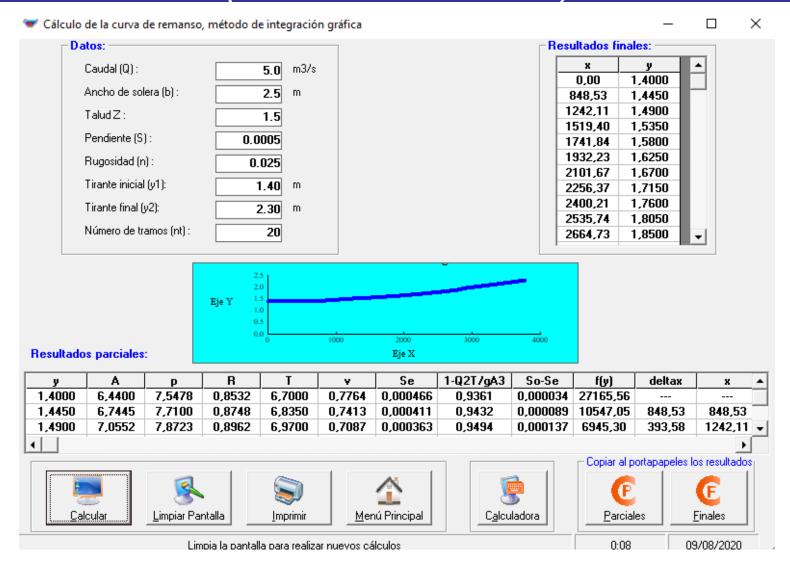
у	Т	Α	Р	R	R ^{2/3}	K	Z	dx/dy	ΔΑ	X
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
2.30	9.40	13.69	10.79	1.27	1.17	640.69	16.52	2256.05		
2.20	9.10	12.76	10.43	1.22	1.14	581.86	15.11	2320.25	228.81	228.81

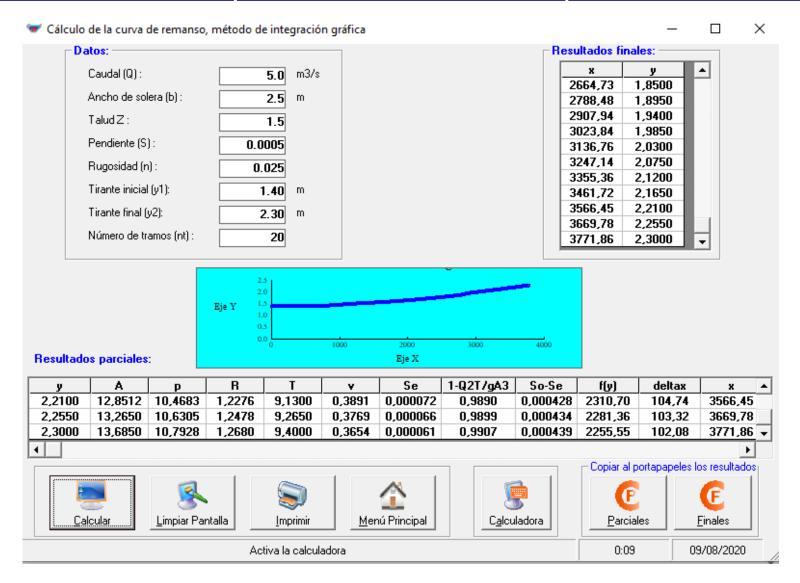
у	T	Α	Р	R	R ^{2/3}	K	Z	dx/dy	ΔΑ	X
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
2.30	9.40	13.69	10.79	1.27	1.17	640.69	16.52	2256.05		
2.20	9.10	12.76	10.43	1.22	1.14	581.86	15.11	2320.25	228.81	228.81
2.10	8.80	11.87	10.07	1.18	1.12	531.78	13.79	2396.88	235.86	464.67
2.00	8.50	11.00	9.71	1.13	1.08	475.20	12.51	2526.78	246.18	710.85
1.90	8.20	10.17	9.35	1.09	1.06	431.21	11.33	2681.08	260.39	971.24
1.80	7.90	9.36	8.99	1.04	1.03	385.63	10.19	2938.82	281.00	1252.24
1.70	7.60	8.59	8.63	1.00	1.00	343.60	9.13	3362.80	315.08	1567.32
1.65	7.45	8.21	8.45	0.97	0.98	321.83	8.62	3733.44	177.41	1744.73
1.60	7.30	7.84	8.27	0.95	0.97	304.19	8.12	4182.39	197.90	1942.63
1.55	7.15	7.48	8.09	0.92	0.95	284.24	7.65	5018.24	230.02	2172.65
1.50	7.00	7.13	7.91	0.90	0.93	265.24	7.20	6572.52	289.77	2462.42
1.48	6.94	6.99	7.84	0.89	0.93	260.03	7.02	7278.59	138.51	2600.93
1.46	6.88	6.85	7.76	0.88	0.92	252.08	6.84	8870.68	161.49	2762.42
1.44	6.82	6.71	7.69	0.87	0.91	244.24	6.66	11647.69	205.18	2967.60
1.43	6.79	6.64	7.66	0.87	0.91	241.70	6.57	13057.20	123.52	3091.12
1.42	6.76	6.57	7.62	0.86	0.90	236.52	6.48	17686.43	153.72	3244.84
1.41	6.73	6.51	7.58	0.86	0.90	234.36	6.40	20918.13	193.02	3437.86
1.40	6.70	6.44	7.55	0.85	0.90	231.84	6.31	26835.20	238.77	3676.63

GRAFICAMOS EL PERFIL DE FLUJO (y vs. x)









2.- METODO NUMERICO

El método numérico es el que tiene aplicaciones más amplias debido a que ha sido adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos. Se caracteriza por dividir el canal en tramos cortos para luego realizar los cálculos paso a paso desde el un extremo del tramo hasta el otro.

Los métodos de integración numérica más utilizados son:

- 1.- Método directo por tramos. (Método de paso directo)
- 2.- Método de tramos fijos.

2.- METODO NUMERICO Método directo por tramos

Este método es simple y aplicable a canales prismáticos. Se utiliza para calcular la distancia Δx del tramo establecido entre dos tirantes conocidos.

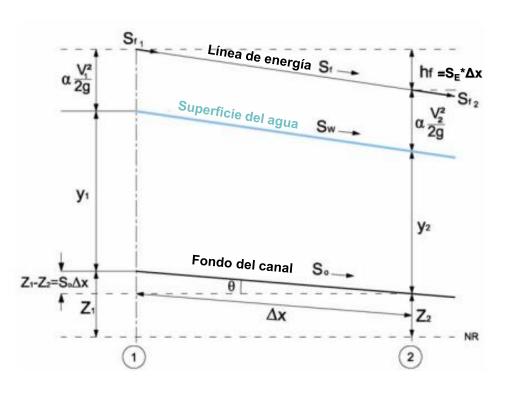
$$(1) - (2)$$

$$S_0 \Delta x + y_1 + \alpha \frac{y_1^2}{2g} = y_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + S_E \Delta x$$

$$S_0 \Delta x + E_1 = E_2 + S_E \Delta x$$

$$S_0 \Delta x - S_E \Delta x = E_2 - E_1$$

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \overline{S}_E}$$



2.- METODO NUMERICO Método directo por tramos

 Δx = Distancia del tramo desde una sección 1 de características conocidas hasta otra en que se produce un tirante y₂.

E₁, E₂ = Energía específica para los tramos 1 y 2

$$E = y + \alpha \frac{v^2}{2g}$$

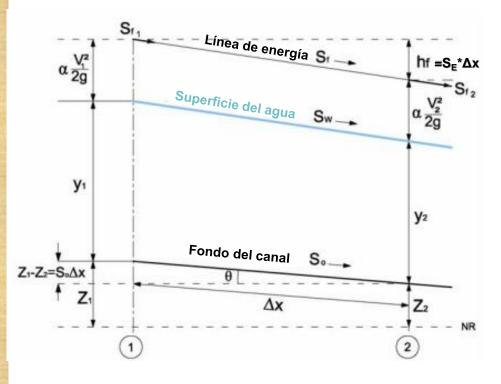
S₀ = Pendiente del fondo del canal.

Ŝ_E = Pendiente promedio de la línea de energía.

$$\bar{S}_E = \frac{S_{E1} + S_{E2}}{2} \qquad S_E = \left(\frac{v^* n}{R^{2/3}}\right)^2$$

$$S_E = \frac{v^2 * n^2}{R^{4/3}} \qquad S_E = \frac{v^2 * n^2}{2 \cdot 22 \cdot R^{4/3}}$$

(SI) 2.22R^{4/3} (INGLÉS)



Método directo por tramos (PROCEDIMIENTO DE CALCULO)

- 1.- Calcular y_n, y_c.
- 2.- Identificar la sección de control.
- 3.- Identificar el perfil de flujo. (Rango de valores de y)
- 4.- Asumir un rango de valores de «y»; luego determinar la Energía Específica y la pendiente de la línea de energía.

$$E = y + \alpha \frac{v^2}{2g} \qquad \overline{S}_E = \frac{S_{E1} + S_{E2}}{2}$$

$$\overline{S}_E = \frac{S_{E1} + S_{E2}}{2}$$

$$S_E = \frac{v^2 * n^2}{R^{4/3}}$$

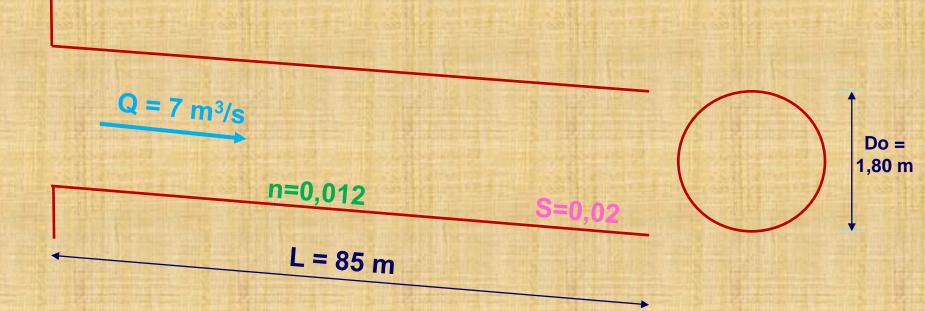
5.- Calcular
$$\Delta x$$
 y $x = \sum \Delta x$.

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \overline{S}_E}$$

6.- Graficar el perfil (y vs. x)

Método directo por tramos (EJERCICIO)

Una tubería de alcantarillado de hormigón armado (n = 0,012) de 1,80 m de diámetro y 85 m de largo está colocada con una pendiente de 0,02 con una salida libre. Calcular el perfil de flujo si la descarga es de 7 m³/s. Considerar el Coeficiente de energía $\alpha = 1$.



2.- Método directo por tramos (EJERCICIO DE CÁLCULO)

1.- Cálculo de los tirantes normal y crítico (y_n; y_c)

$$Q = \frac{1}{n}A * R^{2/3} * S^{1/2}$$

$$A = \frac{1}{8}(\theta - Sen\theta)d_o^2 \qquad R = \frac{1}{4}(1 - \frac{Sen\theta}{\theta})d_o$$

$$7 = \frac{1}{0,012} \left[\frac{1}{8} * (\theta - Sen\theta) 1,80^{2} \right] * \left[\frac{1}{4} * \left(1 - \frac{Sen\theta}{\theta} \right) 1,80 \right]^{2/3} * (0,02)^{1/2}$$

$$\theta = 2,894 \, rad.$$

$$y_n = \frac{d_o}{2} - \frac{d_o}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$y_n = 0.9 - 0.9 * Cos\left(\frac{2,894}{2}\right)$$

$$y_n = 0,79 m.$$

