Unach
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

CARRERA DE
INGENIERÍA CIVIL

OBRAS HIDRÁULICAS I

CUARTO SEMESTRE

UNIDAD II

Energía Específica

Docente: Jessica Brito Noboa

Período académico: 2023-2S

01 Principio de conservación de energía

02 Energía Específica

03 Regimen Crítico

04 Interpretación de fenómenos locales

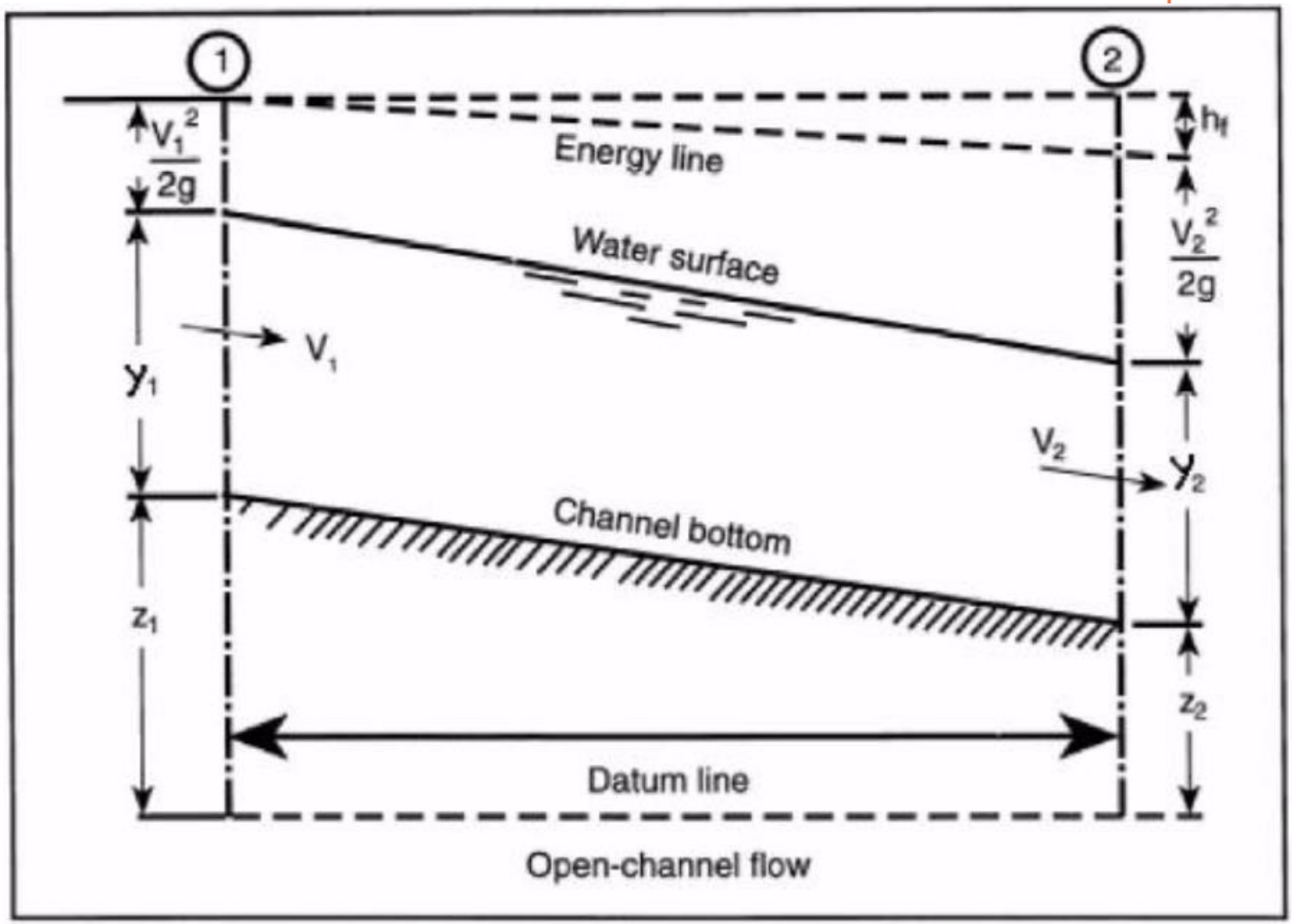
Principio de conservación de energía

PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE ENERGÍA Y EL MOVIMIENTO

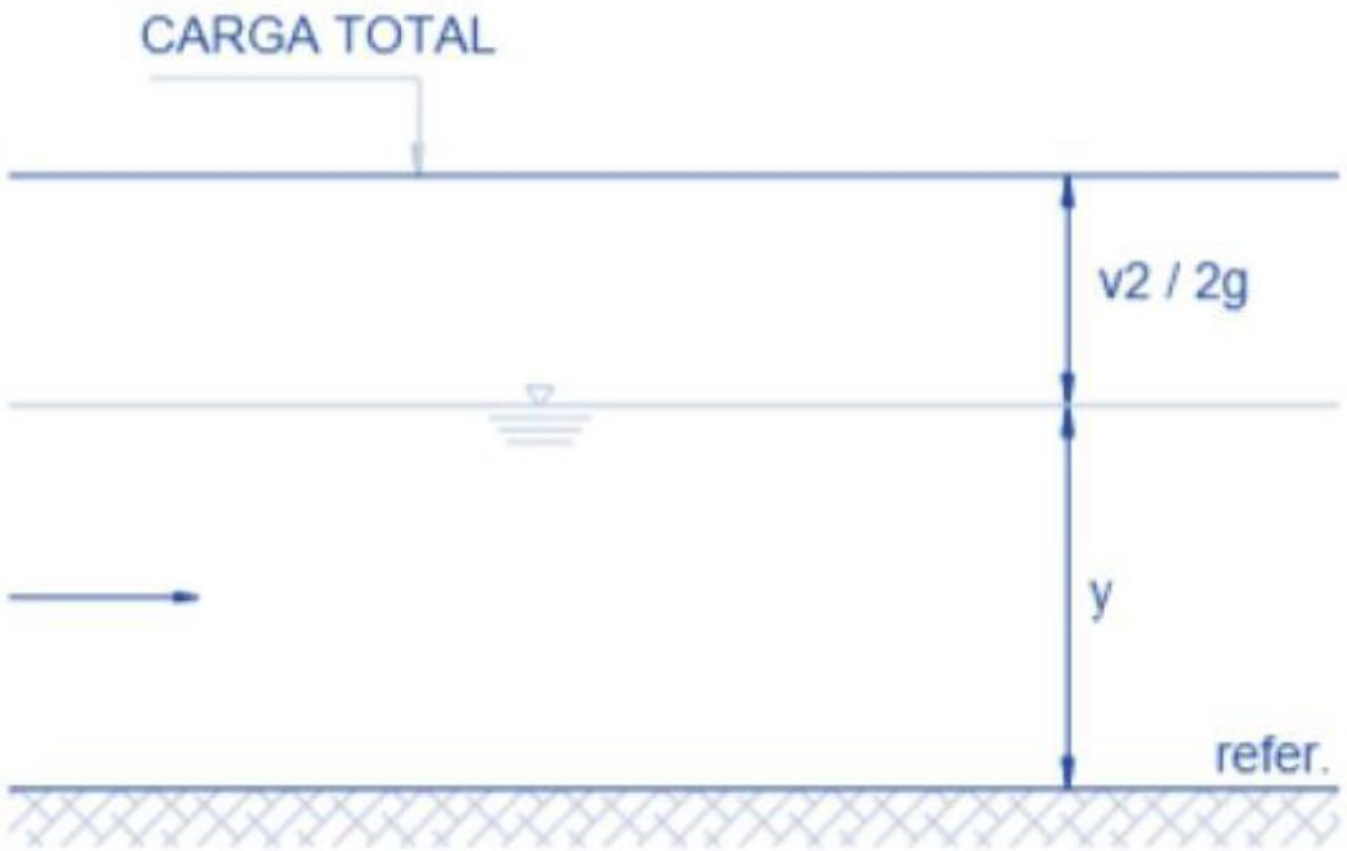
En Hidráulica se debe conocer que:

- La energía total del agua en cualquiera (de sus unidades) de cualquier línea de corriente que pasa a través de un canal se expresa como la altura total que va a ser igual a la suma de la elevación por encima del nivel de referencia, la altura de presión y la altura de velocidad.

Energía del flujo en canales abiertos: La energía total del agua de cualquier línea de corriente que pasa a través de una sección de canal puede expresarse como la altura total de agua, que es igual a la suma de la elevación por encima del nivel de referencia, la altura de presión y la altura de velocidad



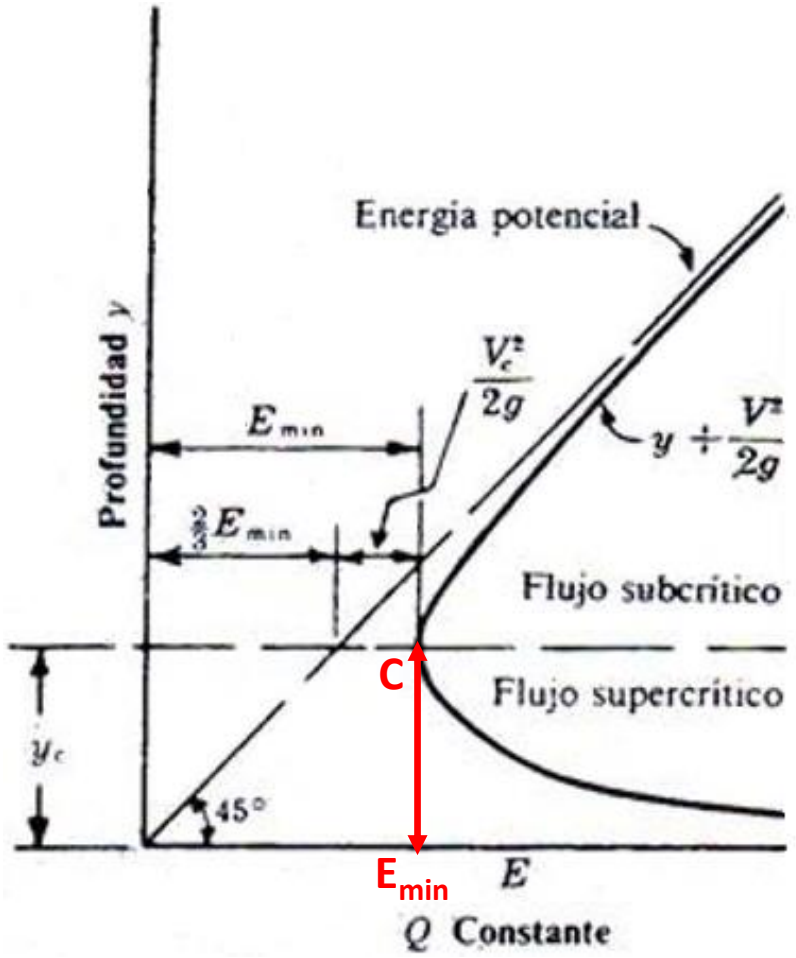
ENERGIA TOTAL



Se denomina Energía Específica de un líquido que fluye en un canal, a la energía total de la unidad de peso de este líquido en relación al lecho del canal, tomado como plano de referencia (Se considera nula la energía de posición, término z de Bernoullí). En estas condiciones, la Energía Específica será la suma de la energía cinética y de la energía estática o de presión, correspondiente al tirante del líquido.

Variación de Energía

Para un caudal constante, se puede trazar la curva de variación de la energía específica, en función del tirante considerado variable.



1. Energía del flujo referida a la solera del canal (z=0)

$$H_0 = y + \frac{v^2}{2g}$$

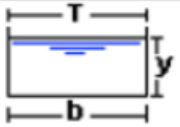
2. Ecuación de continuidad

$$Q = A * v$$

Reemplazamos

$$H_0 = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

3. Para secciones rectangulares

Tipo de sección	Área A (m2)	Perímetro mojado P (m)	Radio hidráulico Rh (m)	Espejo de agua T (m)
 Rectangular	by	b+2y	$\frac{by}{b+2y}$	b

Reemplazamos

$$H_0 = y + \frac{Q^2}{2gb^2y^2}$$

3. Para secciones rectangulares

$$H_0 = y + \frac{Q^2}{2gb^2y^2}$$

4. Caudal específico – Caudal por unidad de ancho

$$q = \frac{Q}{T} \rightarrow q = \frac{Q}{B} \rightarrow q = \frac{Q}{b} \rightarrow q = \left[\frac{m^2}{s}\right]$$

Reemplazamos

$$\boldsymbol{H_0 = y + \frac{q^2}{2gy^2}} \rightarrow (H_0 - y)y^2 = \frac{q^2}{2g} \leftarrow$$ Variación de ***Ho*** con ***y*** para un caudal constante

ENERGIA ESPECÍFICA

La Energía específica en una sección de canal se define como la energía por libra de agua en cualquier sección de un canal medida con respecto al fondo de éste.

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

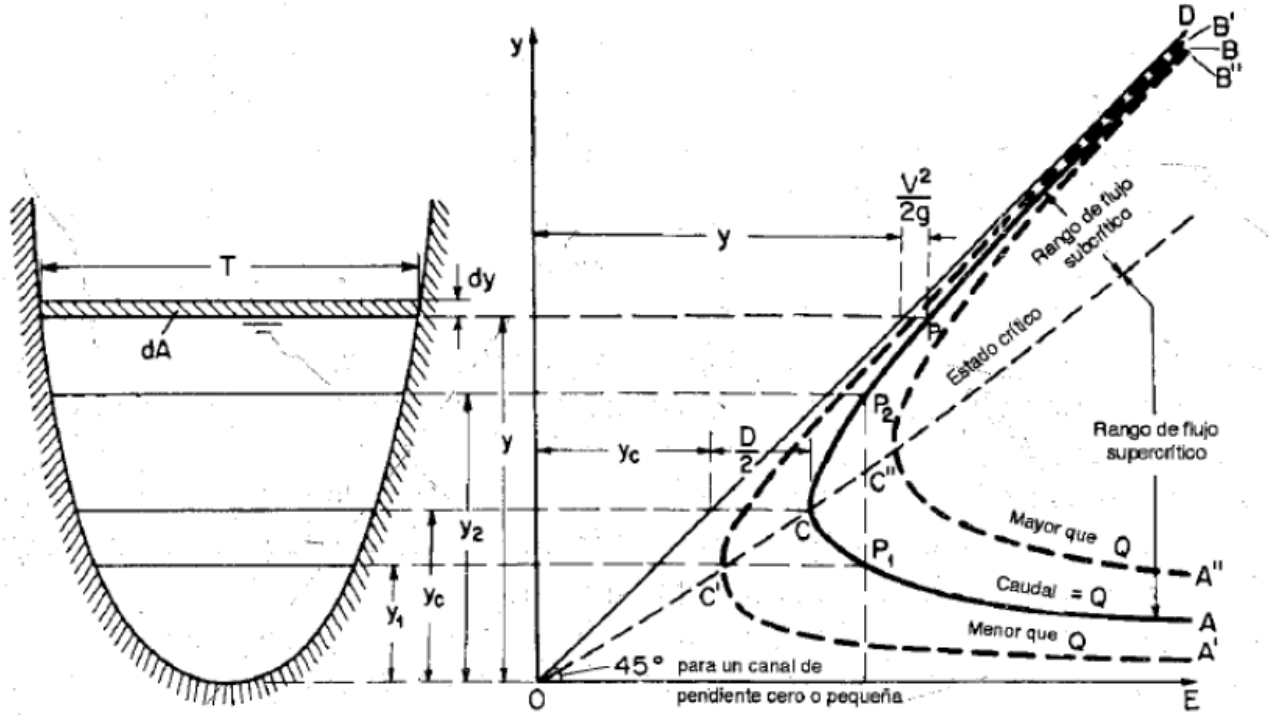
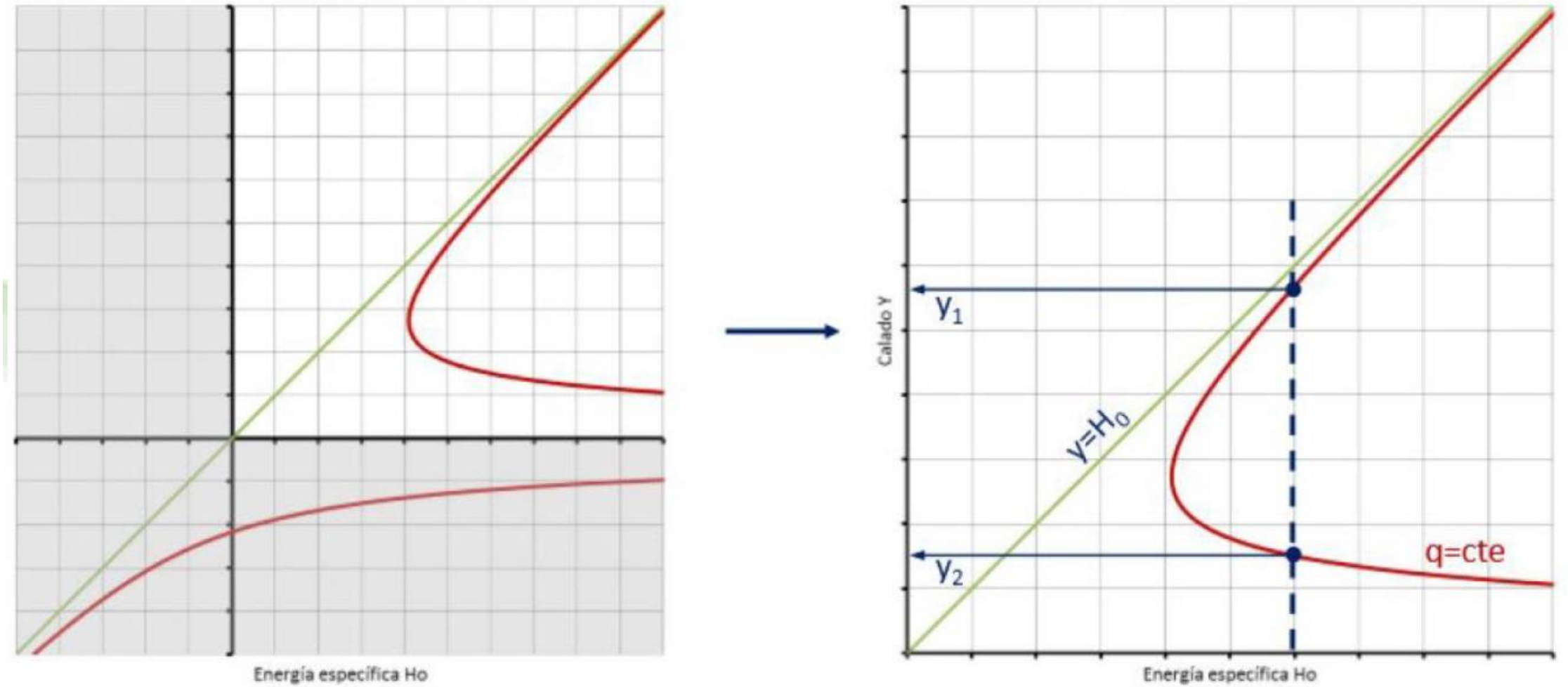


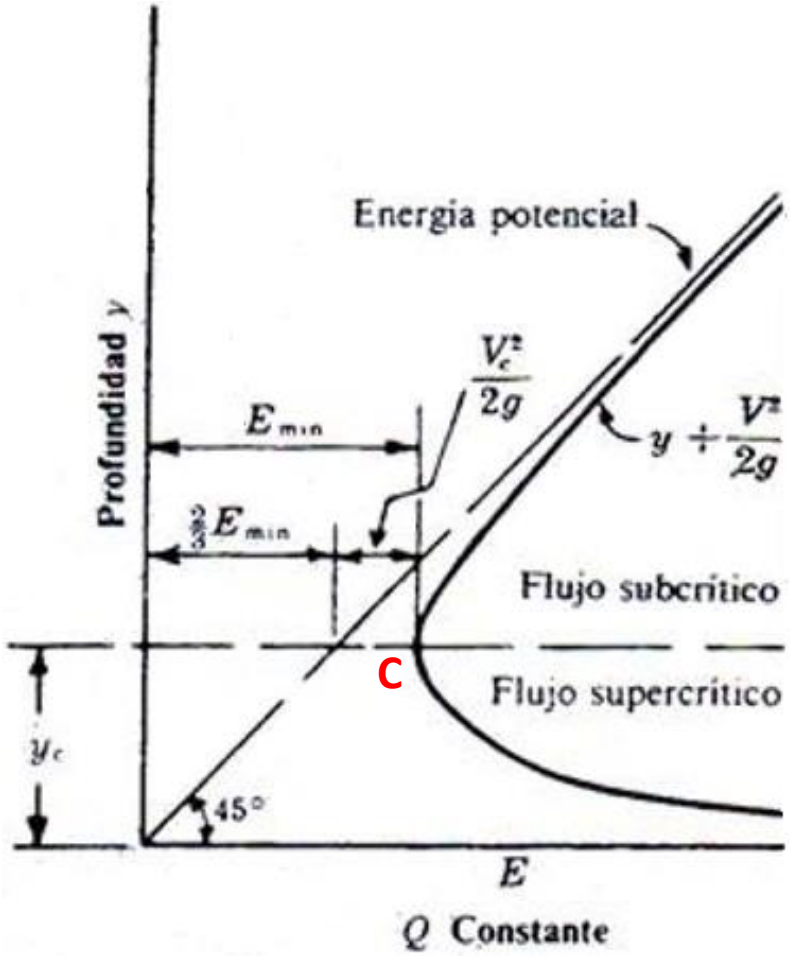
Figura 3-2. Curva de energía específica.


Energía específica Ho
Calado Y
y_1
y_2
$y=H_o$
q=cte
Energía específica Ho

Régimen Crítico

Régimen Crítico.- Es el término que se usa para describir el funcionamiento hidráulico en los canales cuando existe cierta relación entre la energía específica y el gasto (caudal) y entre la energía específica y el calado.

La profundidad correspondiente al punto C se denomina Profundidad (calado o tirante crítico), siendo por lo tanto aquel para el cual el valor ($y + v^2/2g$) es un mínimo.

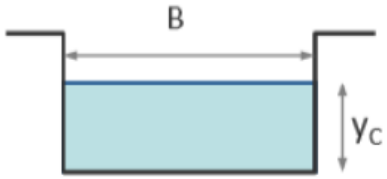

Energia potencial
Profundidad y
$\frac{V_c^2}{2g}$
E_{min}
$\frac{3}{2}E_{min}$
$y + \frac{V^2}{2g}$
Flujo subcritico
C
Flujo supercritico
y_c
45°
E
Q Constante

yc = *Tirante crítico*.- Es el calado que existe cuando la descarga es la máxima para una energía específica determinada. Es el punto mínimo que requiere de energía para que se produzca el flujo.

Caudal Crítico.- Es la descarga máxima para una energía específica determinada.

Velocidad critica.- Es la velocidad media cuando el caudal es el critico

Pendiente critica.- Es el valor particular de la pendiente del fondo del canal para la cual este conduce un caudal Q en régimen uniforme y con energía especifica mínima, o sea, que en todas sus secciones se tiene el tirante crítico



Calado crítico

$$F^2 = \frac{Q^2 B}{g\,A^3} \longrightarrow F^2 = 1 \longrightarrow 1 = \frac{Q^2 B}{g\,(B y_c)^3} \longrightarrow \boxed{y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}}$$

Velocidad crítica

$$F = \frac{v_c}{\sqrt{gD}} \longrightarrow F = 1 \longrightarrow \boxed{v_c = \sqrt{gD}}$$

Energía específica crítica – Ho mínima

$$H_{0c} = y_c + \frac{{v_c}^2}{2g} \longrightarrow H_{0c} = y_c + \frac{\sqrt{gD}^2}{2g} \longrightarrow H_{0c} = y_c + \frac{A}{2b} \longrightarrow \boxed{H_{0c} = \frac{3}{2} y_c}$$

El estado crítico del flujo a través de un canal se caracteriza por las siguientes condiciones importantes:

- La energía específica es mínima para un caudal determinado
- El caudal es máximo para una determinada energía específica
- La fuerza específica es mínima para un caudal determinado
- La altura de velocidades es igual a la mitad de la profundidad hidráulica en un canal de baja pendiente
- El Número de Froud es igual a la Unidad
- La velocidad de flujo en un canal de baja pendiente con distribución uniforme de velocidades es igual a la celeridad de pequeñas ondas gravitacionales en aguas poco profundas causadas por perturbaciones locales

Efecto de la gravedad

- El efecto de la gravedad sobre el estado de flujo se representa por la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas gravitacionales. Esta relación está dada por el **Número de Froude**, definido como:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gD}}$$

- Donde, v es la velocidad de flujo, g es la aceleración de gravedad y D es la profundidad hidráulica.

$$D = \frac{A}{T}$$

- Donde A es el área mojada y T es el ancho superficial.

Clasificación especial: Nº de Froude

- $NF = \frac{Fuerzas\ de\ inercia\ (movimiento)}{Fuerza\ de\ gravedad} = \frac{v_m}{\sqrt{g\ D_h}}$

v_m → Velocidad media

$\sqrt{g\ D_h}$ → Velocidad de onda de gravedad de pequeña amplitud

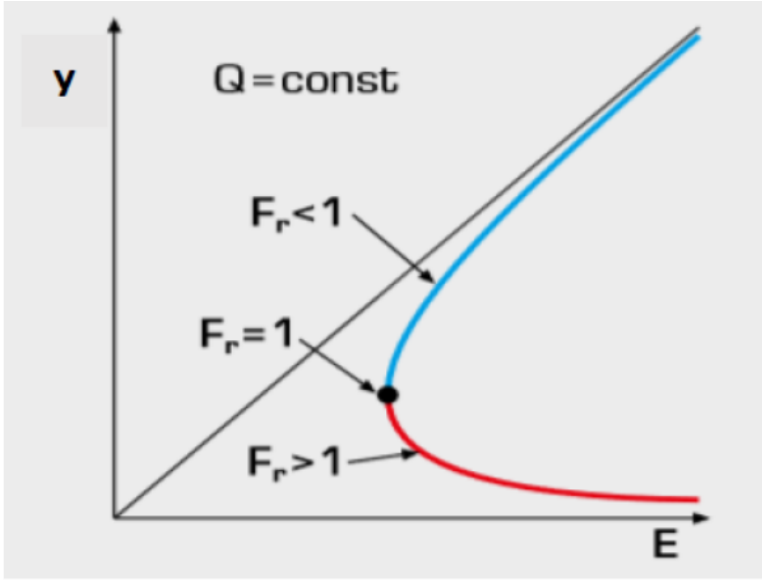
CLASIFICACIÓN DEL FLUJO RESPECTO AL RÉGIMEN DE VELOCIDAD

FLUJO SUPERCRÍTICO: en este estado el papel jugado por las fuerzas inerciales es más pronunciado presenta una velocidad de flujo muy alta, una profundidad de flujo baja y se genera en condiciones de pendiente alta. (Flujo rápido) (F>1)

FLUJO CRÍTICO: régimen de flujo intermedio, se caracteriza por generar alta inestabilidad en el flujo, no es recomendable para el diseño. F=1

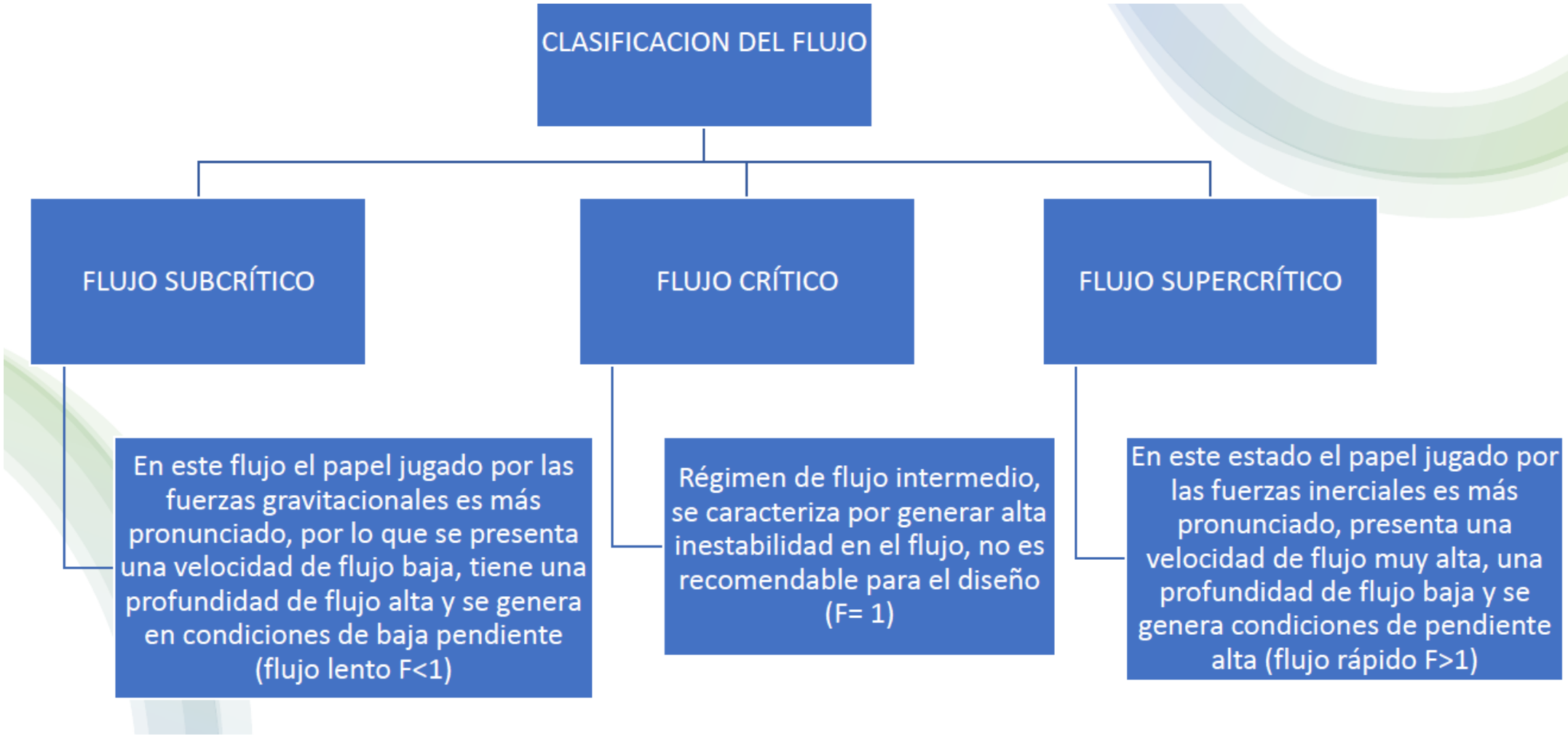
FLUJO SUBCRÍTICO: en este estado el papel jugado por las fuerzas gravitacionales es más pronunciado por lo tanto se presenta una velocidad de flujo baja, tiene una profundidad de flujo alta y se genera en condiciones de baja pendiente. (Flujo lento). F<1

FLUJO SUBCRITICO	FLUJO SUPERCRITICO
$F < 1$	$F > 1$
$y > y_c$	$y < y_c$
$v < v_c$	$v > v_c$
$S < S_c$	$S > S_c$

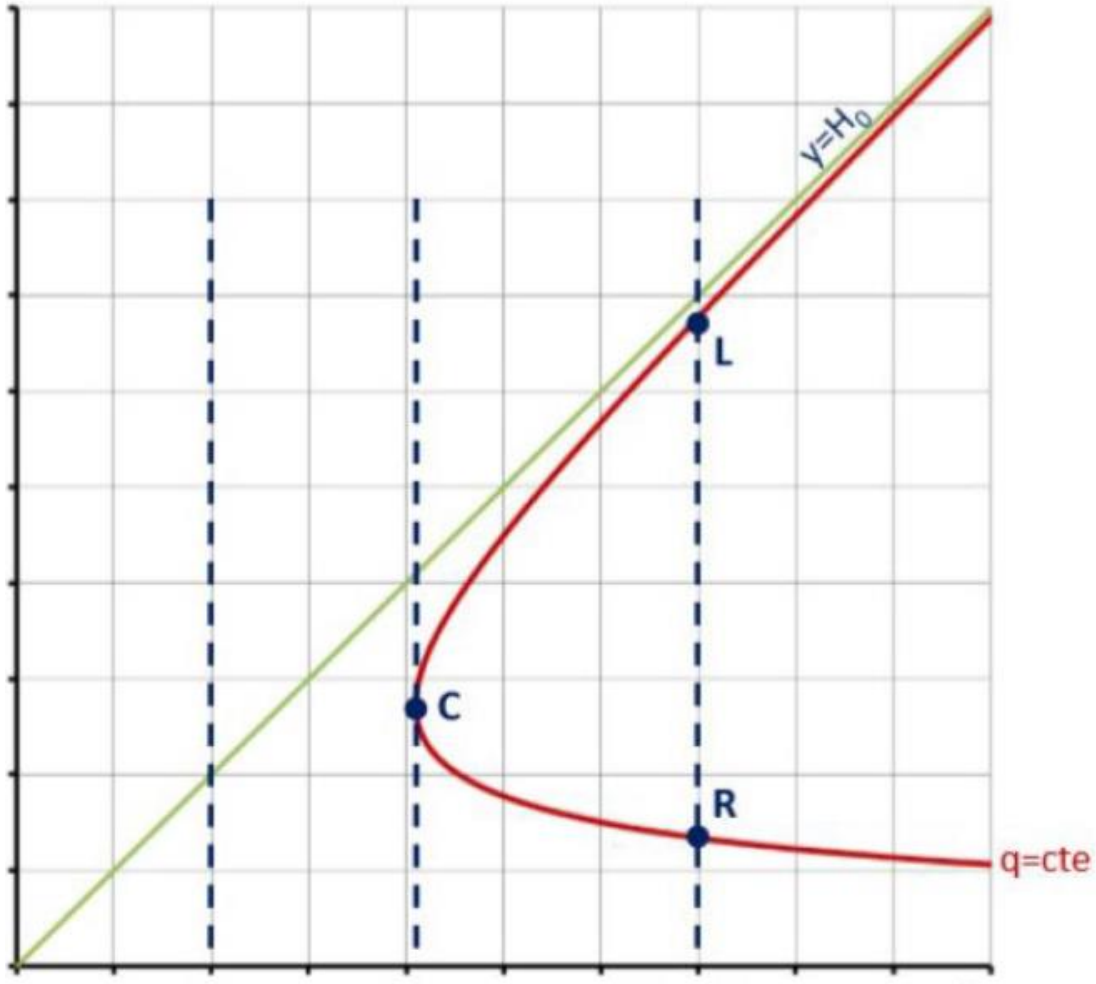


tipos de flujo

RÁPIDO, TORRENCIAL O SUPERCRÍTICO	$F > 1$
CRÍTICO	$F = 1$
LENTO, FLUVIAL O SUBCRÍTICO	$0 < F < 1$

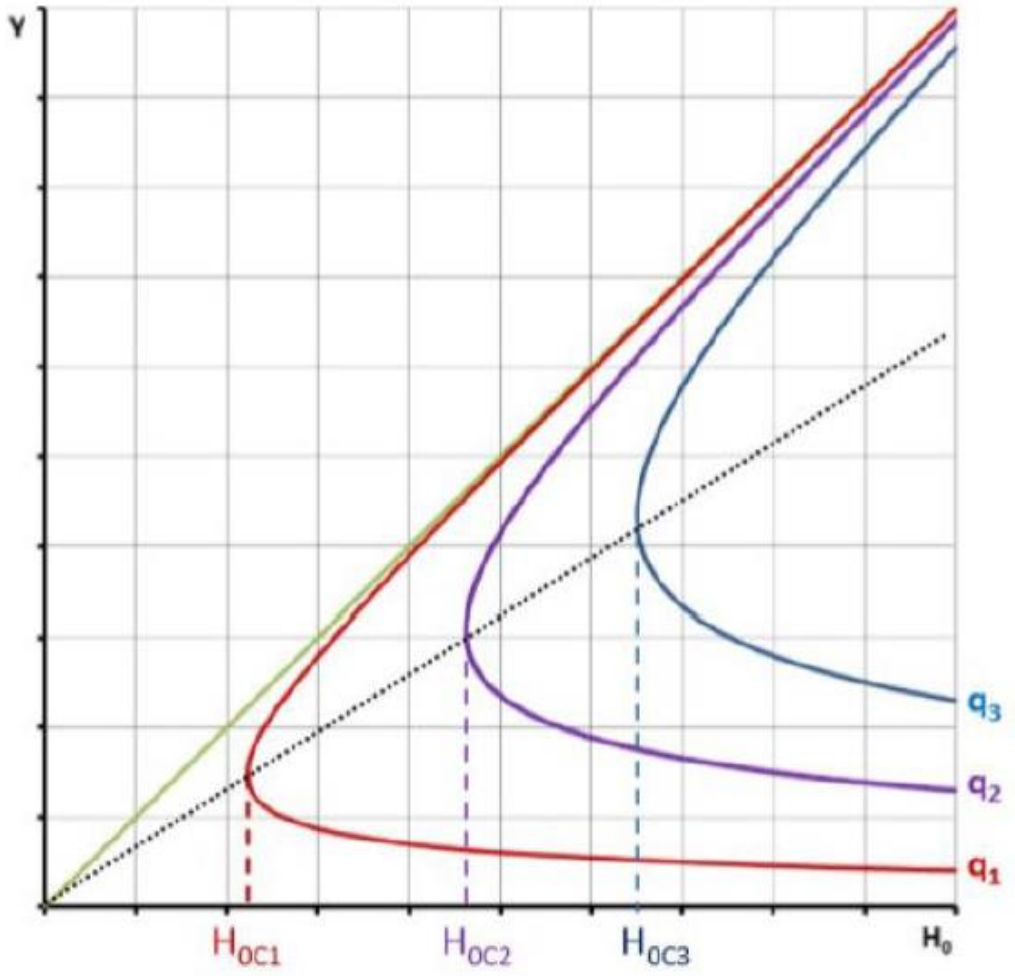

CLASIFICACION DEL FLUJO
FLUJO SUBCRÍTICO
FLUJO CRÍTICO
FLUJO SUPERCRÍTICO
En este flujo el papel jugado por las fuerzas gravitacionales es más pronunciado, por lo que se presenta una velocidad de flujo baja, tiene una profundidad de flujo alta y se genera en condiciones de baja pendiente (flujo lento F<1)
Régimen de flujo intermedio, se caracteriza por generar alta inestabilidad en el flujo, no es recomendable para el diseño (F= 1)
En este estado el papel jugado por las fuerzas inerciales es más pronunciado, presenta una velocidad de flujo muy alta, una profundidad de flujo baja y se genera condiciones de pendiente alta (flujo rápido F>1)

Niveles de H_0 compatibles para el flujo de caudal específico **q**



- ✓ H_{0C} es la mínima energía específica necesaria para que el flujo sea factible.
- ✓ Si $H_0 < H_{0C}$, el flujo es imposible.
- ✓ Si $H_0 > H_{0C}$, el flujo es factible y existen dos calados posibles para esa combinación (q, H_0).

Comportamiento de la curva para **q** variable



El valor mínimo de energía necesario para que un caudal pueda fluir es creciente con el valor del caudal

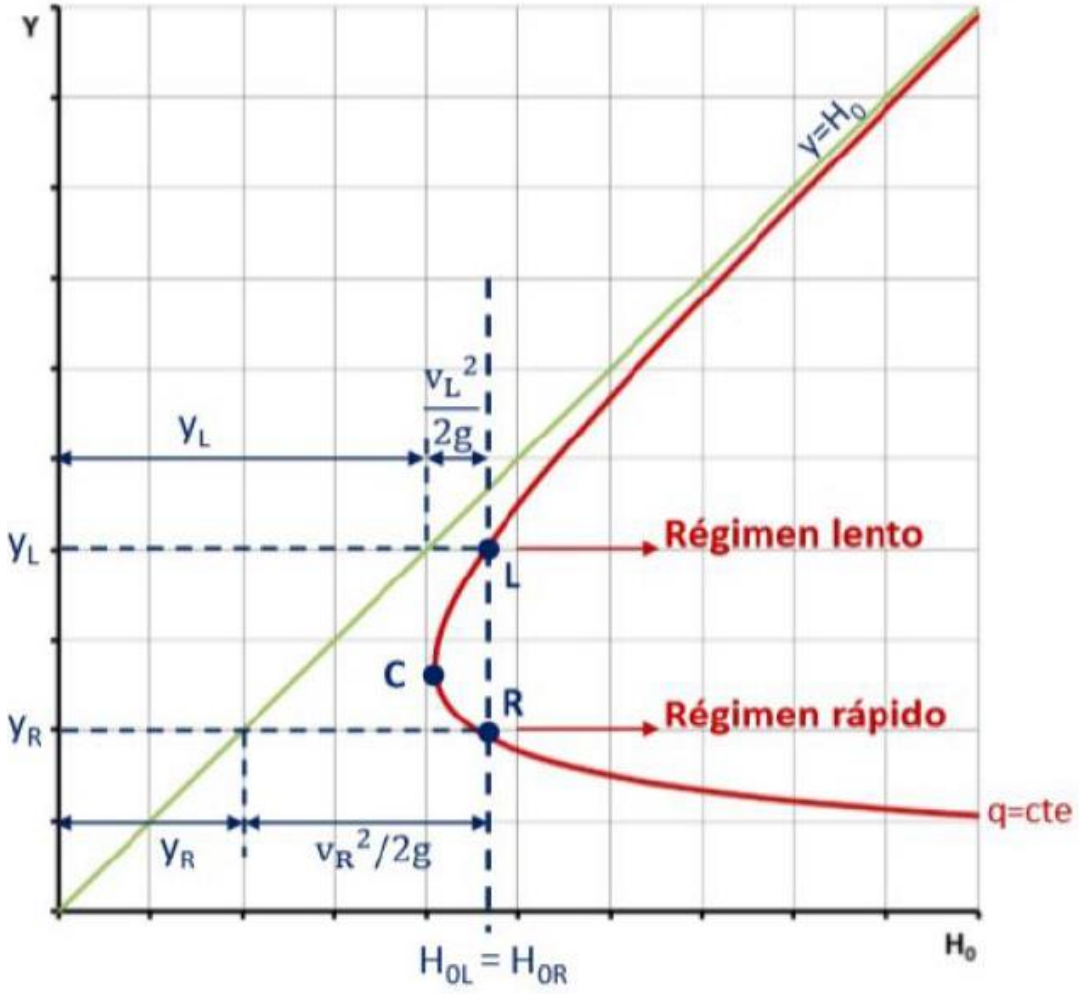
$$H_0 = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

Luego, si **y** es constante:

H_0 crece $\Rightarrow$ **q** crece

$$q_1 < q_2 < q_3$$

Características de las dos soluciones para $H_0 > H_{0c}$



$$\begin{cases} H_{0L} = y_L + \dfrac{v_L^{\,2}}{2g} \\ H_{0R} = y_R + \dfrac{v_R^{\,2}}{2g} \end{cases}$$

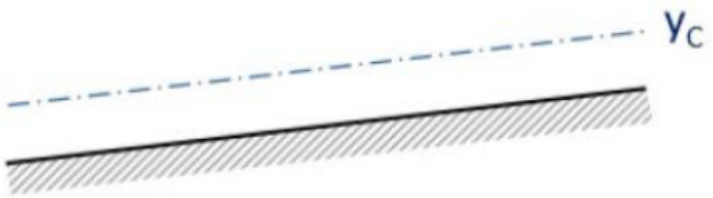
$$\boxed{H_{0L} = H_{0R}}$$

Pero:

$$\begin{cases} y_L > y_R \\ v_L < v_R \end{cases}$$

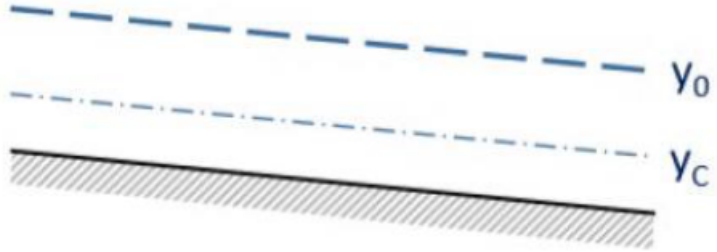
Pendiente hidráulica

Negativa $I_0 < 0$ ADVERSA [$\nexists\ y_0$]



Nula $I_0 = 0$ HORIZONTAL [$\nexists\ y_0$]

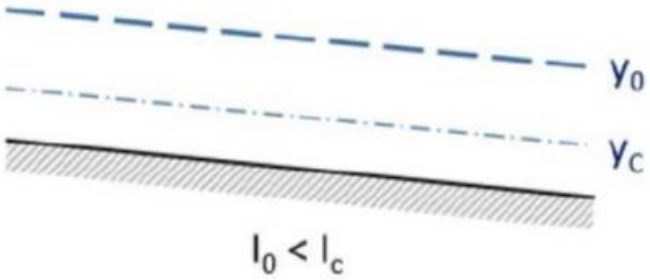
Positiva $I_0 > 0$ DESCENDENTE



Clasificación de tipos de pendiente descendente

$y_0 > y_c$

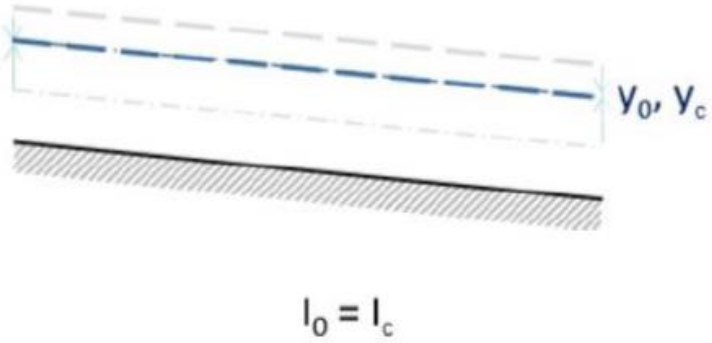
Pendiente
SUAVE



$y_0 = y_c$

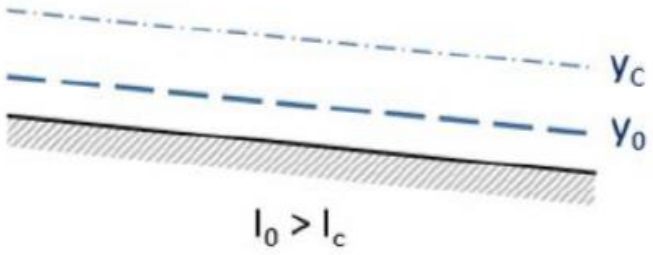
Pendiente
CRÍTICA

$I_0 = I_c$



$y_0 < y_c$

Pendiente
FUERTE



En una **PENDIENTE SUAVE** el **RÉGIMEN UNIFORME** es **LENTO** pero EXISTEN RÉGIMENES RÁPIDOS ASOCIADOS A DICHA PENDIENTE

En una **PENDIENTE FUERTE** el **RÉGIMEN UNIFORME** es **RÁPIDO** pero EXISTEN RÉGIMENES LENTOS ASOCIADOS A DICHA PENDIENTE

CONCEPTOS DE TRAMO INDEFINIDO E HIDRÁULICAMENTE LARGO

Indefinido **si tiene** LONGITUD INFINITA e HIDRÁULICAMENTE LARGO **si tiene** LONGITUD SUFICIENTE **como** PARA **que el** RÉGIMEN UNIFORME **se alcance, en ese sentido, son equivalentes.**

Considerándose el caso de un canal de sección rectangular con 3m de ancho, que conduce 4.5 m^3/s obtenemos los siguientes valores:

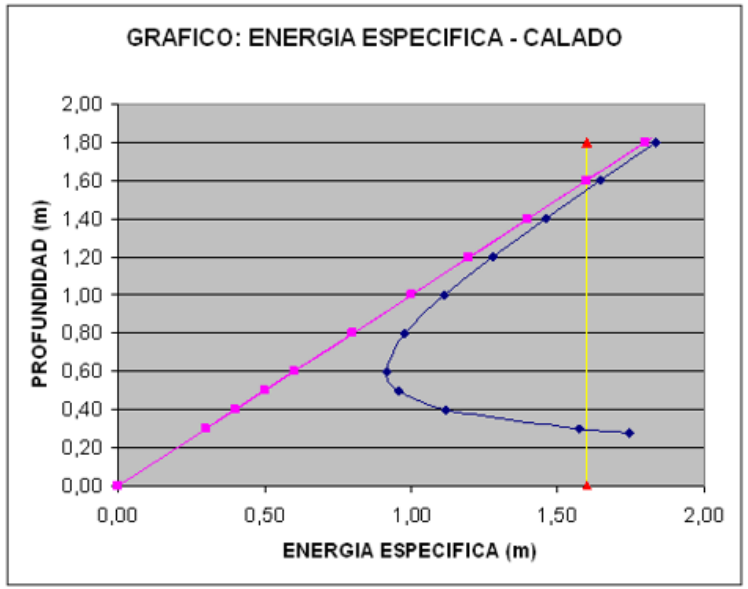
DATOS:

b = 3m Q = 4.5m3/s

A = by = 3y

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4,5}{3y} \qquad v = \frac{1,5}{y}$$

y	v	v2 / 2g	E
0,28	5,36	1,46	1,74
0,30	5,00	1,27	1,57
0,40	3,75	0,72	1,12
0,50	3,00	0,46	0,96
0,60	2,50	0,32	0,92
0,80	1,88	0,18	0,98
1,00	1,50	0,11	1,11
1,20	1,25	0,08	1,28
1,40	1,07	0,06	1,46
1,60	0,94	0,04	1,64
1,80	0,83	0,04	1,84



En el gráfico se puede observar que el valor mínimo de la energía específica ocurre en el punto C, que corresponde a un tirante poco superior a 0.60m. Por debajo o por encima de esta profundidad se eleva el valor de E.

Tirante Crítico en canales recatngulares

Considerando un canal de sección rectangular de pendiente constante y ancho unitario.

El gasto unitario es $q = \frac{Q}{b}$

como Q = A*v; y A = b*y; entonces:

$$q = v * y$$

$$v = \frac{q}{y} \text{ (velocidad)}$$

Reemplazando (v) en la ec de la energía específica tenemos:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$q^2 = 2g(Ey^2 - y^3)$$

(1) $$q = \sqrt{2g(Ey^2 - y^3)}$$

Derivamos con respecto a y (para que sea un mínimo)

$$\frac{dq}{dy} = \frac{\sqrt{2g}}{2}(Ey^2 - y^3)^{-1/2}(2Ey - 3y^2) = 0$$

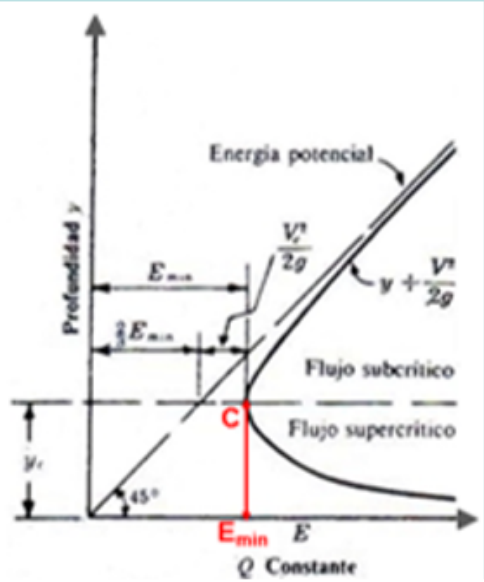
$$2Ey - 3y^2 = 0$$

$$y(2E - 3y) = 0$$

Si y = yc; entonces:

$$y_c = \frac{2}{3}E_{min}$$

$$E_{min} = \frac{3}{2}y_c$$



Tirante Crítico en canales rectangulares

Sustituyendo el valor de $E_{mín}$ en la ecuación (1):

$$q = \sqrt{2g(\frac{3}{2}y_c^3 - y_c^3)}$$

$$q = \sqrt{3gy_c^3 - 2gy_c^3}$$

$$q = \sqrt{gy_c^3} \qquad q^2 = gy_c^3$$

$$y_c^3 = \frac{q^2}{g}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

(Tirante crítico para canales rectangulares)

Como:

$$v = \frac{q}{y_c} \qquad q = \sqrt{gy_c^3}$$

$$v_c = \frac{\sqrt{y_c^3 * g}}{y_c}$$

$$v_c = \sqrt{y_c * g}$$

(Velocidad crítica para canales rectangulares)

Ecuación de condición crítica

Partimos de la ecuación de la energía específica:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad E = y + \frac{Q^2 A^{-2}}{2g}$$

Para hallar la función mínima se deriva y se iguala a cero:

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy}y + \frac{dA}{dy}\frac{Q^2 A^{-2}}{2g}$$

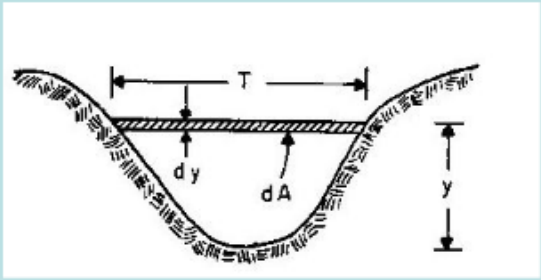
$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2Q^2 A^{-3}}{2g}\frac{dA}{dy}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{A^2 Ag}\frac{dA}{dy} \qquad \text{Como: } v^2 = \frac{Q^2}{A^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{v^2}{Ag}\frac{dA}{dy}$$

$$\frac{dA}{dy} = T$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{v^2 T}{Ag}$$



Como: $D = \frac{A}{T}$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{v^2}{Dg}$$

$$0 = 1 - \frac{v^2}{Dg} \qquad \frac{v^2}{Dg} = 1$$

$$\frac{v^2}{g} = D$$

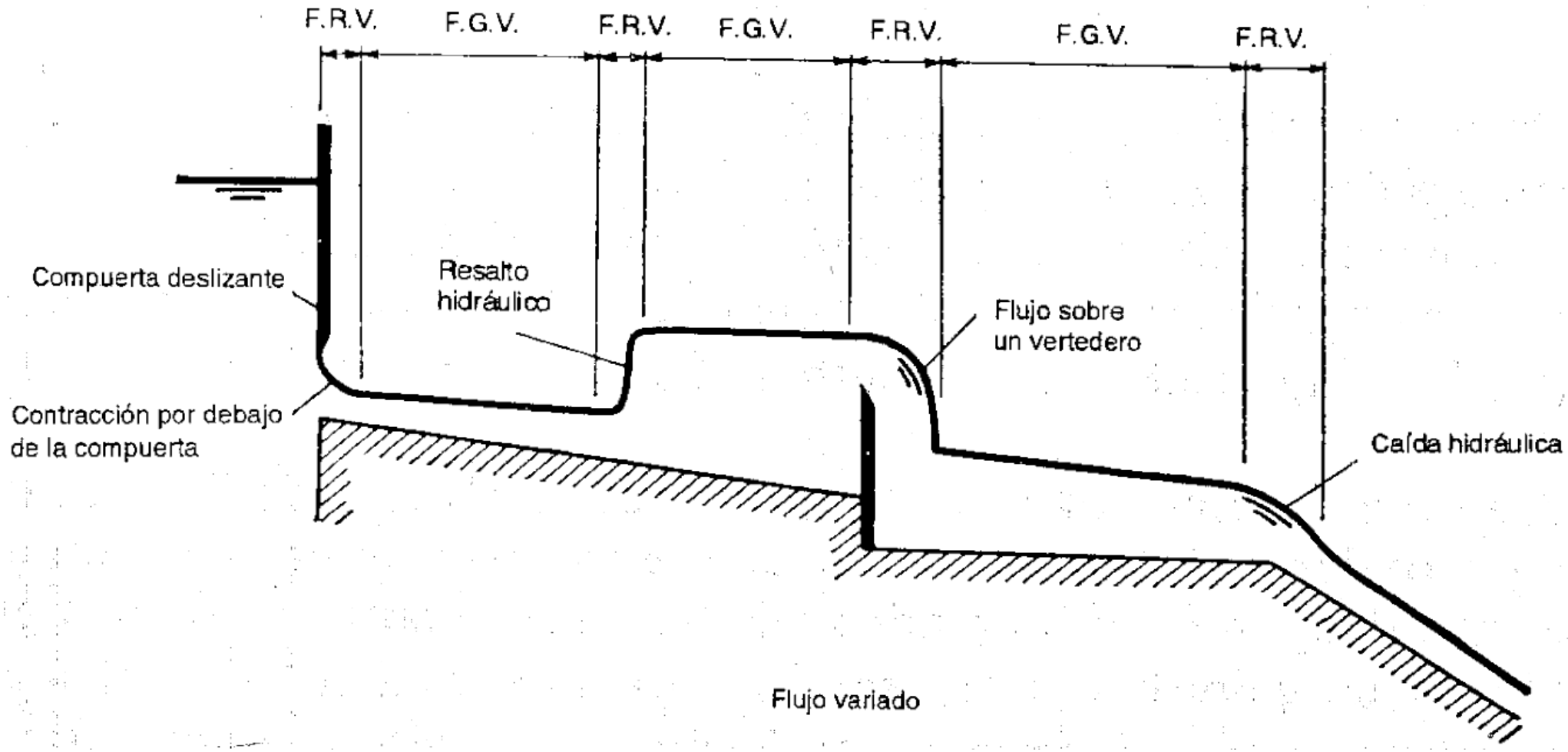
(ECUACIÓN DE CONDICIÓN CRÍTICA)

Interpretación de fenómenos locales

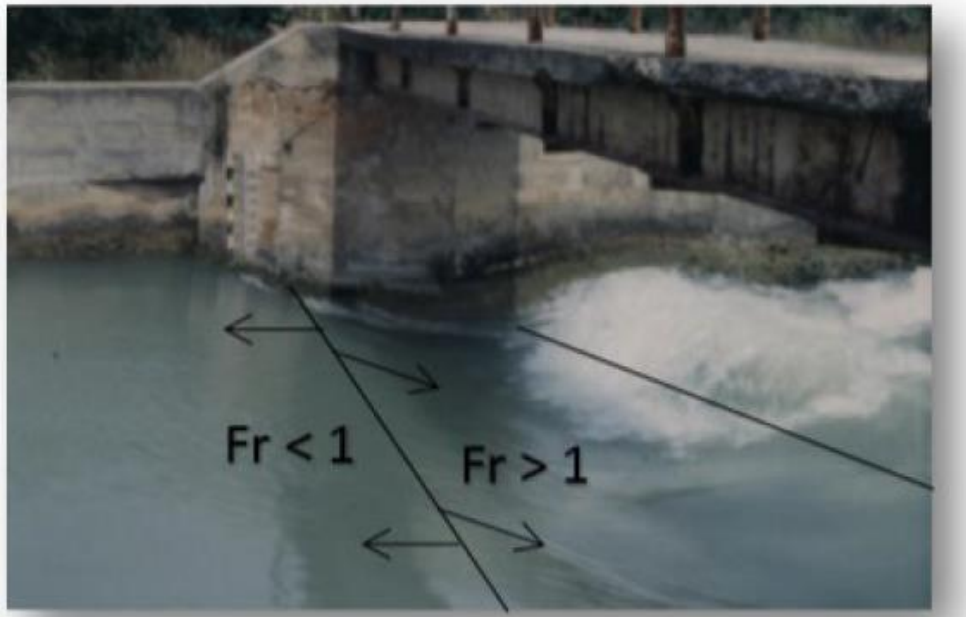
Caída Hidráulica

Fenómenos Locales

Resalto Hidráulico

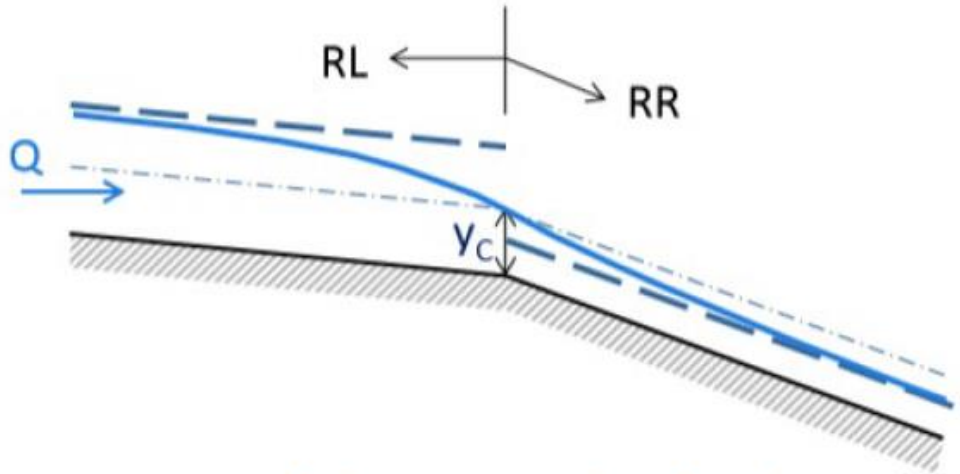

F.R.V.
F.G.V.
F.R.V.
F.G.V.
F.R.V.
F.G.V.
F.R.V.
Compuerta deslizante
Resalto hidráulico
Flujo sobre un vertedero
Contracción por debajo de la compuerta
Caída hidráulica
Flujo variado

Cambios de Régimen de Flujo



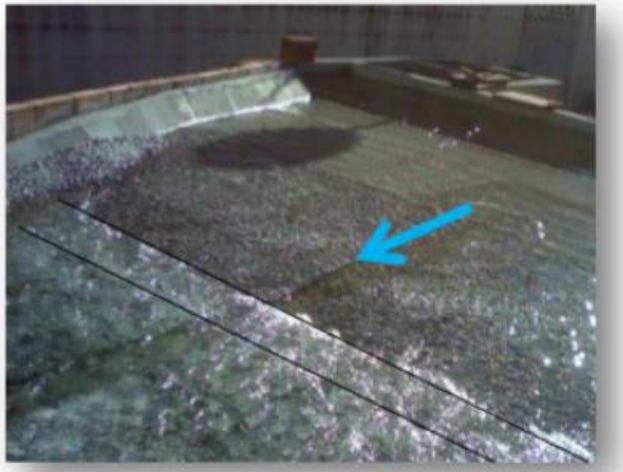
DE Régimen **LENTO A** Régimen **RÁPIDO**

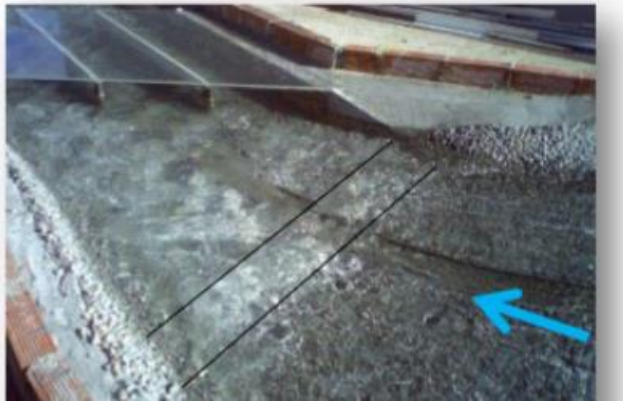
SE PASA POR EL CRÍTICO



Caída Hidráulica

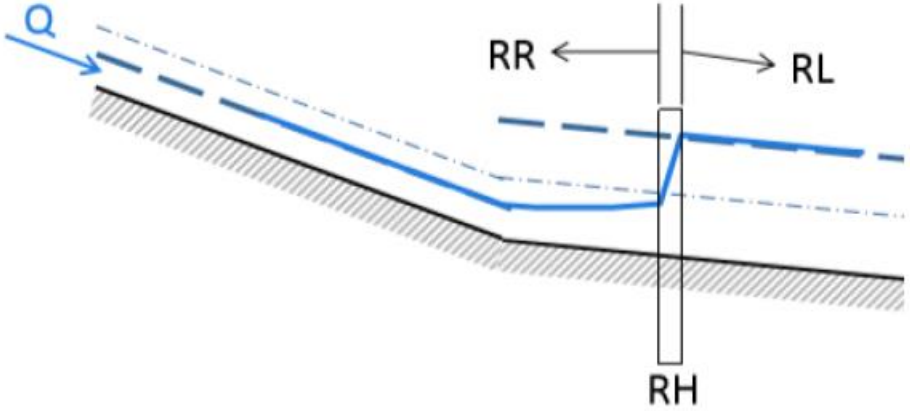
Cambios de Régimen de Flujo





DE Régimen **RÁPIDO A** Régimen **LENTO**

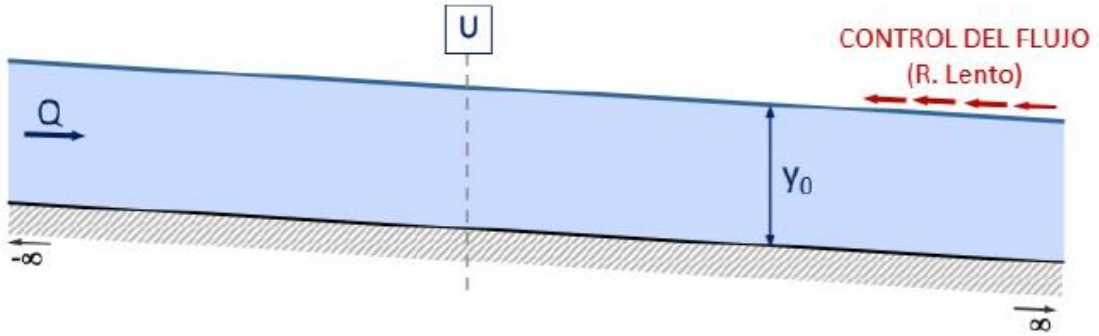
SE TIENE UN RESALTO HIDRÁULICO



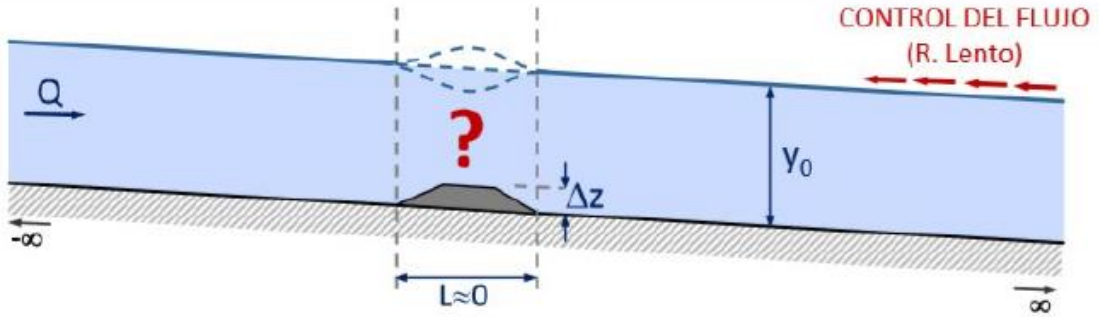
Pequeño umbral en solera con régimen de aproximación lento

Tramo de canal prismático rectangular, indefinido, Q constante, pendiente suave.

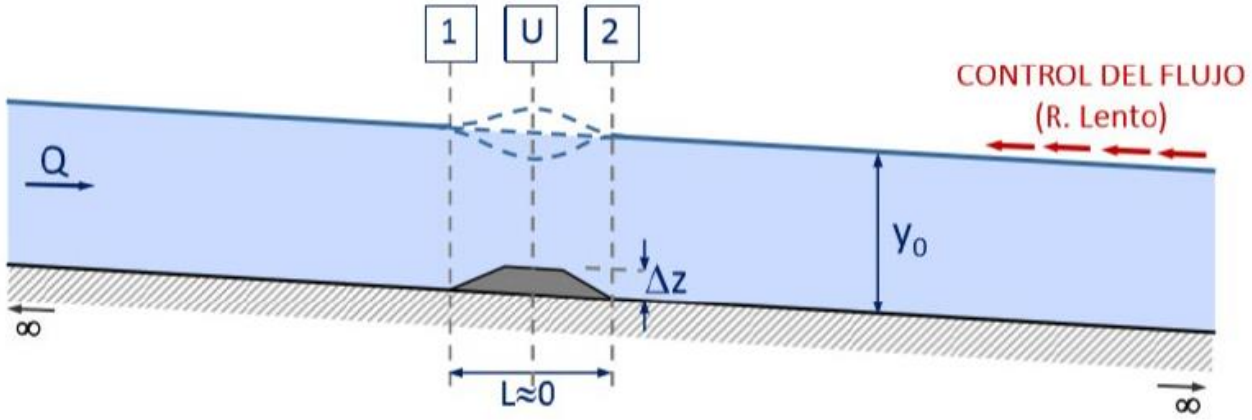
⟶ Régimen uniforme (LENTO)



¿Cómo se modifica la lámina libre si aparece un pequeño escalón en la sección U?



- ✓ Pérdidas de energía localizadas en el umbral despreciables.
- ✓ Conservación de la energía total en el entorno del umbral.



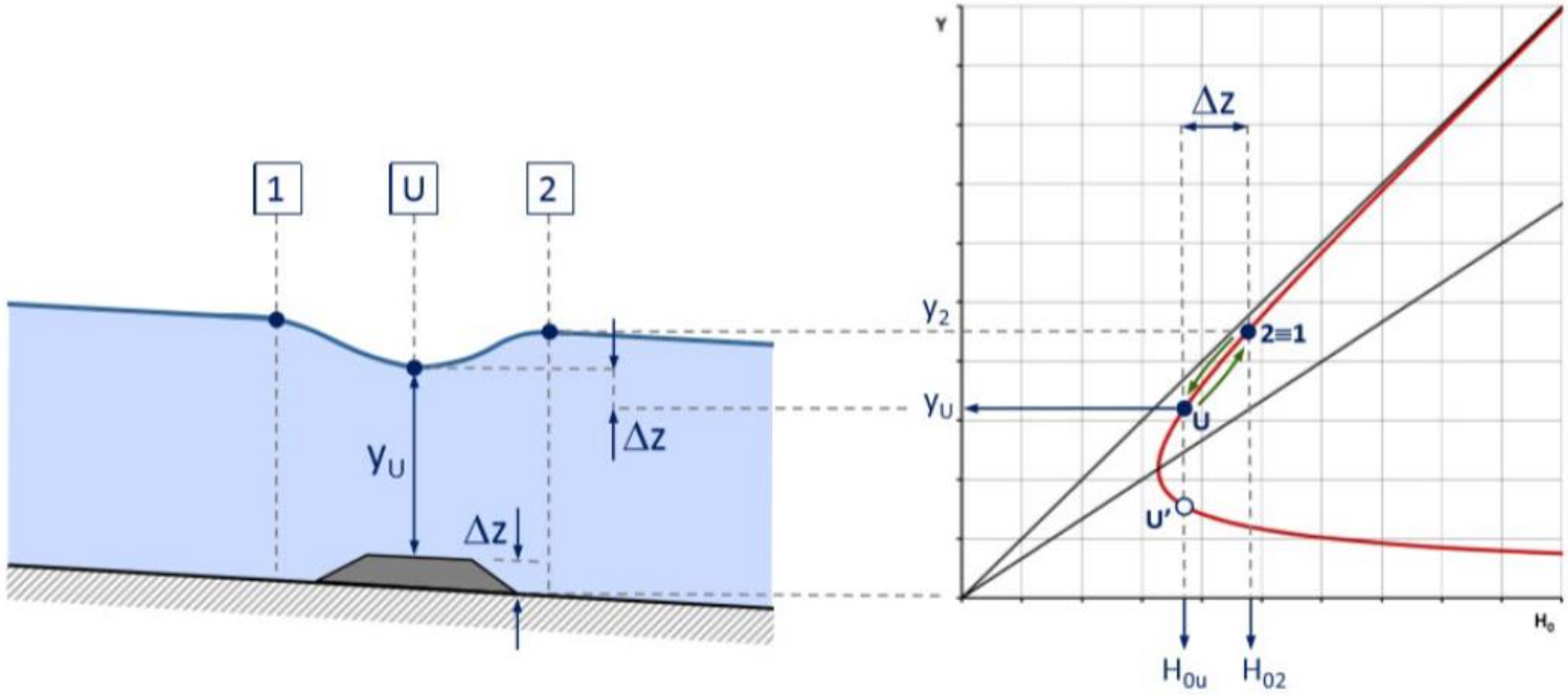
Ecuación de la energía entre las secciones 2 y U:

$$H_2 = H_U \Rightarrow z_{S2} + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} = z_{SU} + y_U + \frac{v_U^2}{2g}$$

$$\Rightarrow z_{S2} + H_{02} = z_{SU} + H_{0U}$$

$$\boxed{\Rightarrow H_{0U} = H_{02} - \Delta z}$$ ¿Tiene solución la ecuación?

Como $H_{01} = H_{02}$ entonces también: $H_{0U} = H_{01} - \Delta z$



Energía de aproximación al escalón: H_{02}

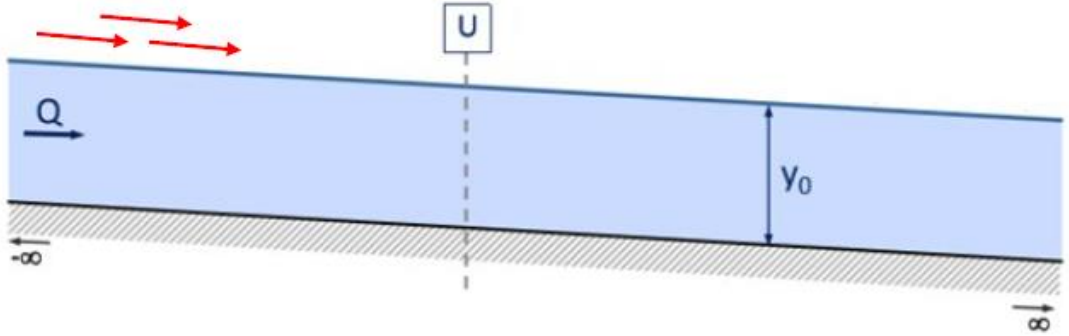
Comprobación: $H_{02} - \Delta z > H_{0c}$ ⟶ ∃ solución: $H_{0U} = H_{02} - \Delta z$

TRANSICIÓN HIDRÁULICA

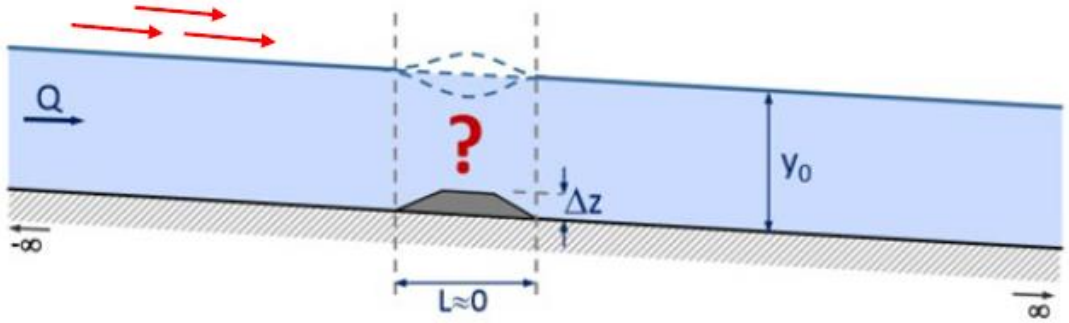
Pequeño umbral en solera con régimen de aproximación rápido

Tramo de canal prismático rectangular, indefinido, Q constante, pendiente suave.

⟶ Régimen uniforme (RÁPIDO)



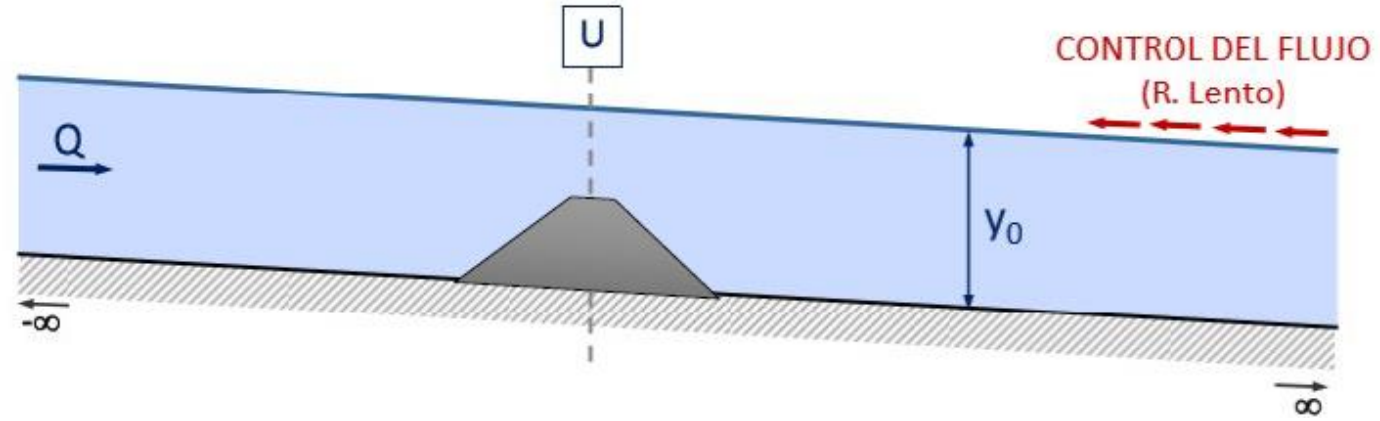
¿Cómo se modifica la lámina libre si aparece un pequeño escalón en la sección U?



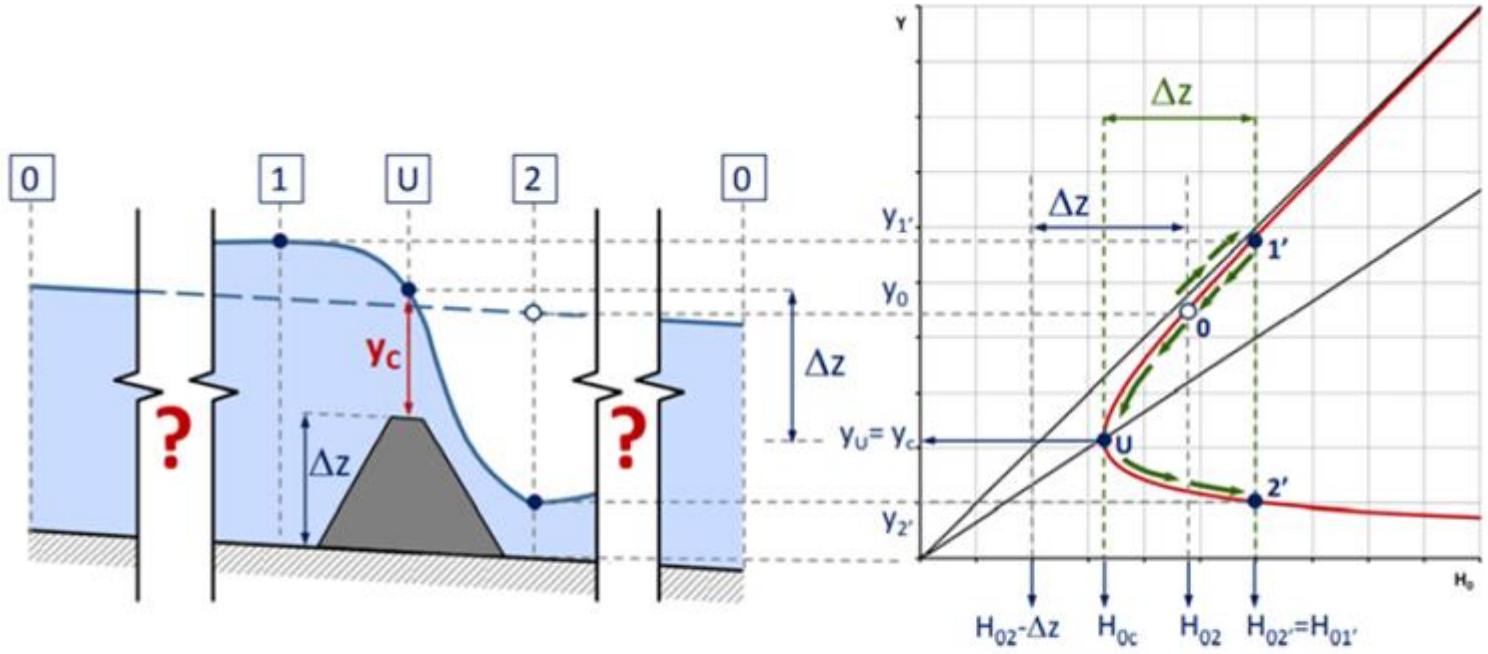
Gran umbral en solera con régimen de aproximación lento

Tramo de canal prismático rectangular, indefinido, Q constante, pendiente suave.

⟶ Régimen uniforme (LENTO)



Gran umbral en solera con régimen de aproximación lento



Calado en 1 y 2: $H_U = H_{1'} = H_{2'}$

$$\begin{cases} H_{01'} = H_{0c} + \Delta z \longrightarrow y_{1'} \text{ (r. lento)} \\ H_{02'} = H_{0c} + \Delta z \longrightarrow y_{2'} \text{ (r. rápido)} \end{cases}$$

Energía de aproximación al escalón: H_{02}

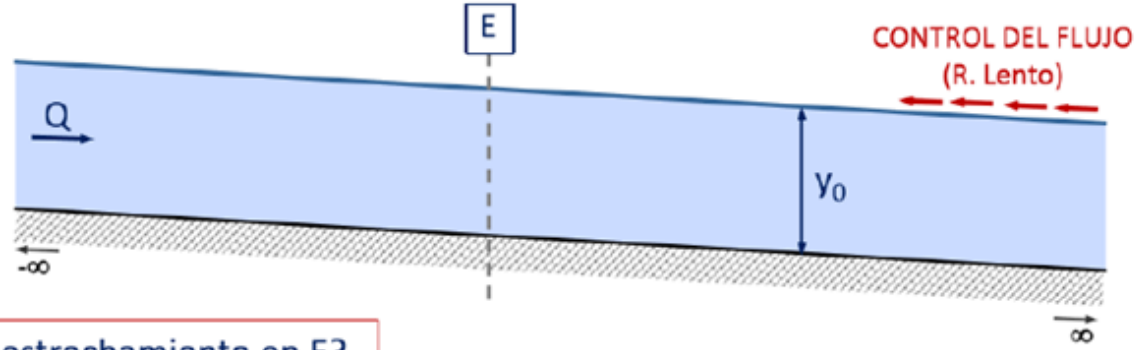
Comprobación: $H_{02} - \Delta z < H_{0c}$ ⟶ ∄ solución: $H_{0U} = H_{0c}$

CONTROL HIDRÁULICO ($y_U = y_c$)

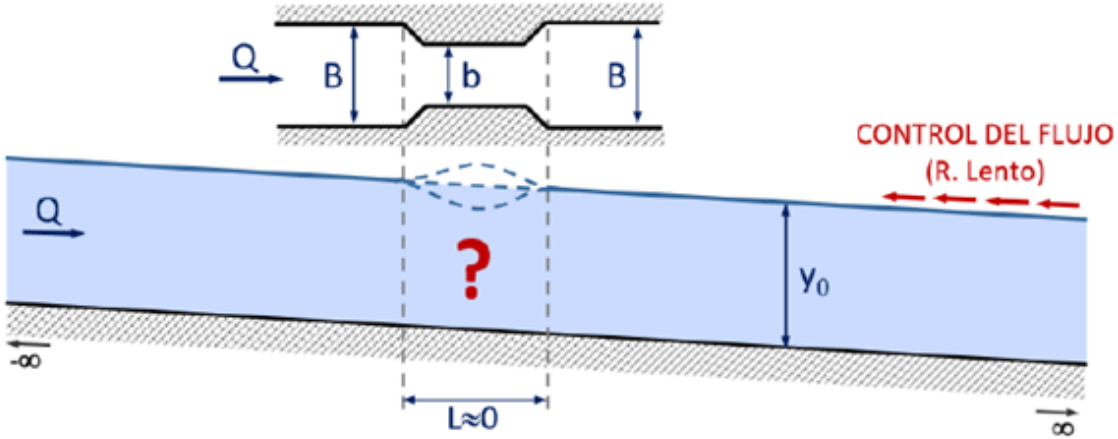
Pequeño estrechamiento con régimen de aproximación lento

Tramo de canal prismático rectangular, indefinido, Q constante, pendiente suave.

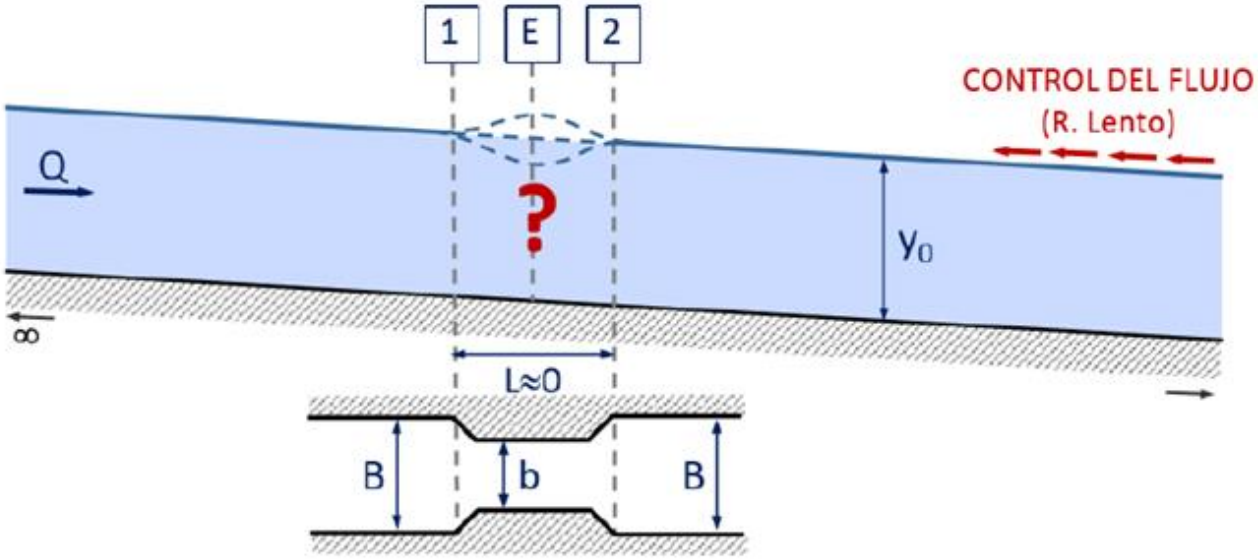
→ Régimen uniforme (LENTO)



¿Cómo se modifica la lámina libre si aparece un pequeño estrechamiento en E?



- ✓ Pérdidas de energía localizadas en el estrechamiento despreciables.
- ✓ Conservación de la energía total en el entorno del estrechamiento



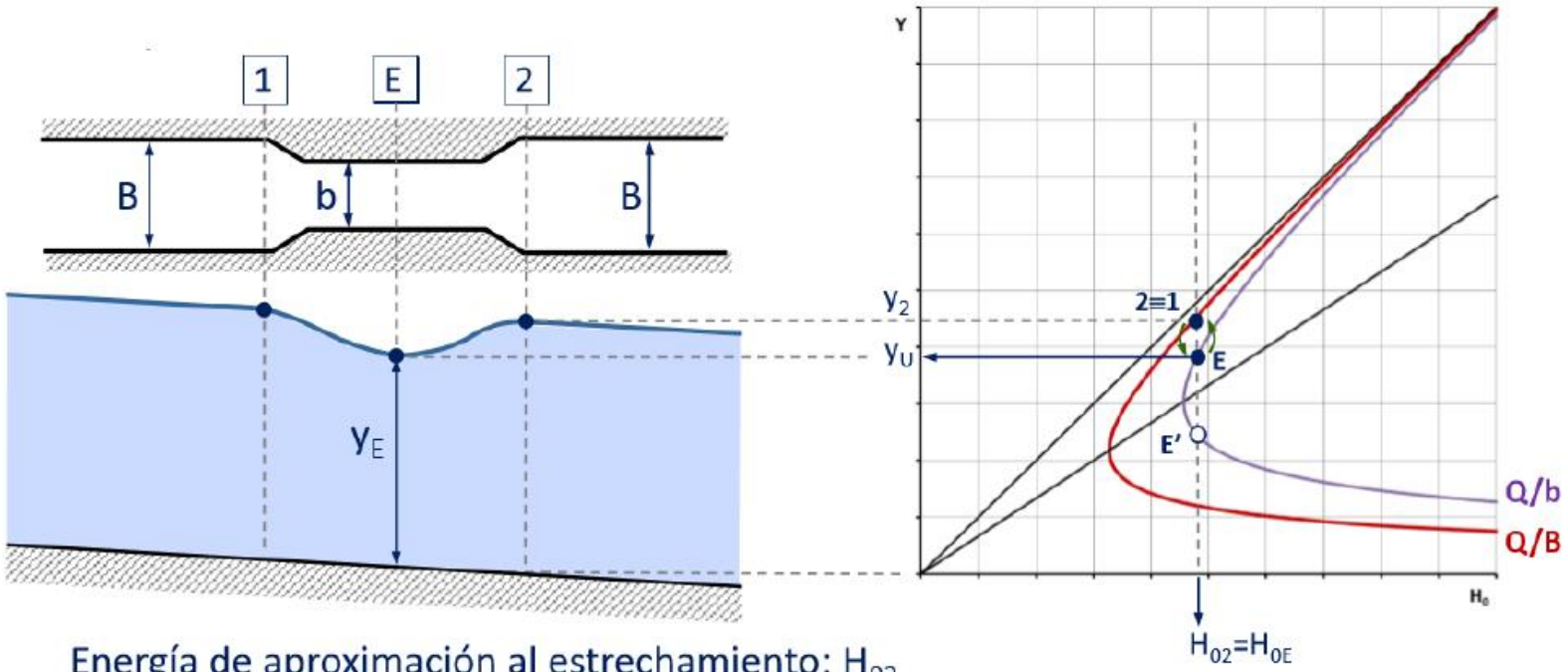
Ecuación de la energía entre las secciones 2 y E:

$$H_2 = H_E \Rightarrow z_{S2} + y_2 + \frac{{v_2}^2}{2g} = z_{SE} + y_E + \frac{{v_E}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow z_{S2} + H_{02} = z_{SE} + H_{0E} \quad \boxed{\Rightarrow H_{0E} = H_{02}}$$

¿Tiene solución la ecuación?

$$[z_{S2} \cong z_{SE}]$$



Energía de aproximación al estrechamiento: H_{02}

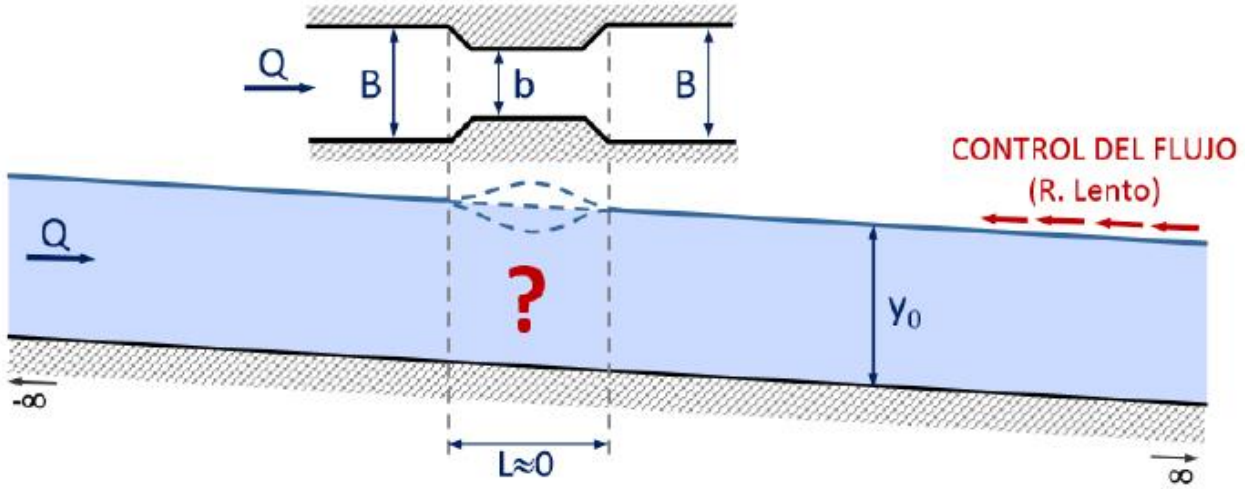
Comprobación: $H_{02} > H_{0c(Q/b)}$ ⟶ ∃ solución: $H_{0E} = H_{02}$

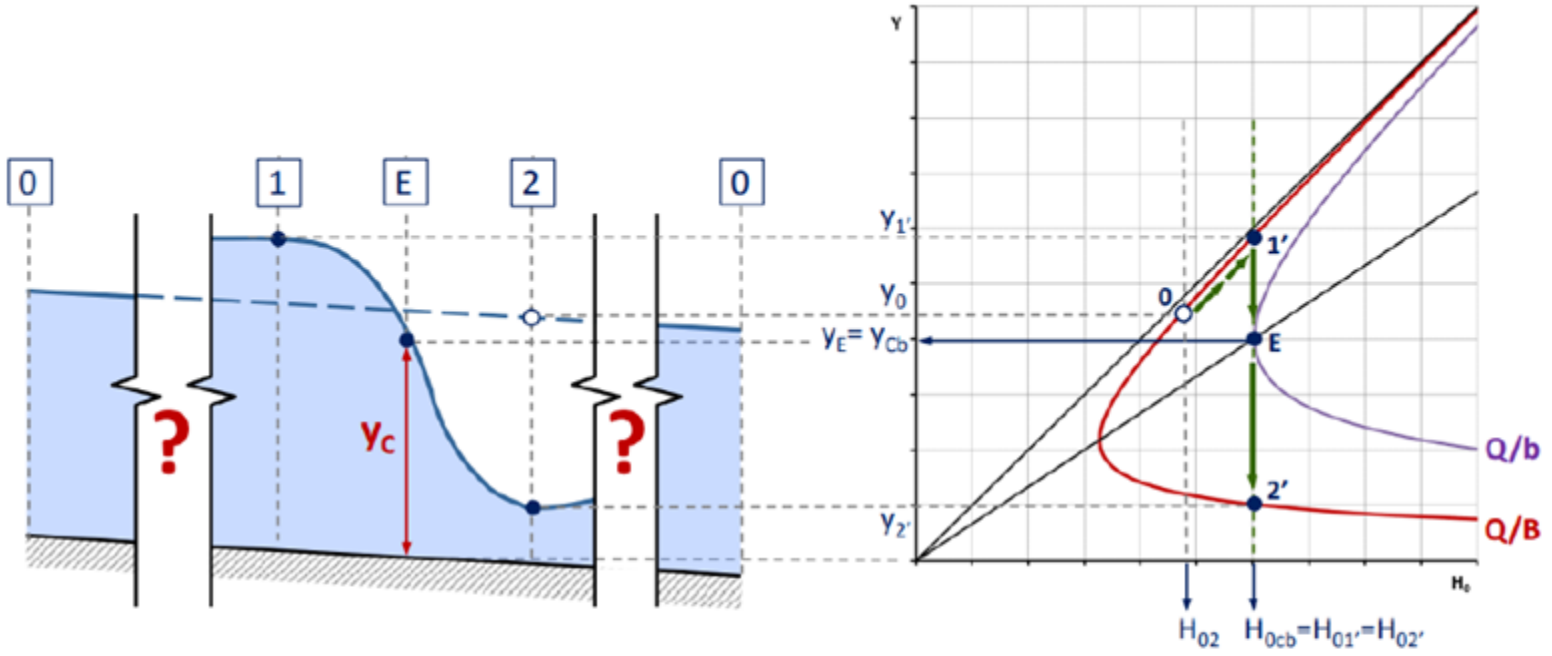
TRANSICIÓN HIDRÁULICA

Calado en U: $H_{0E} = H_{02}$ ⟶ 2 soluciones { y_E (r. lento); ~~$y_{E'}$ (r. rápido)~~ }

Calado en 1: $H_E = H_1 \Rightarrow H_{01} = H_{02} \Rightarrow y_1 = y_2$

Gran estrechamiento con régimen de aproximación lento





Calado en 1 y 2:

$$H_U = H_{1'} = H_{2'}$$

$$\begin{cases} H_{01'} = H_{0cb} \longrightarrow y_{1'} \text{ (r. lento)} \\ H_{02'} = H_{0cb} \longrightarrow y_{2'} \text{ (r. rápido)} \end{cases}$$

Energía de aproximación al estrechamiento: H_{02}

Comprobación: $H_{02} < H_{0c(Q/b)}$ $\longrightarrow$ ♯ solución: $H_{0E} = H_{0cb}$

CONTROL HIDRÁULICO ($y_E = y_{Cb}$)