

OBRAS HIDRÁULICAS I

CUARTO SEMESTRE

UNIDAD I

Flujo Uniforme en canales

Docente: Jessica Brito Noboa

Período académico: 2023-2S



01

Ecuaciones del movimiento uniforme

02

Problemas de cálculo de flujo uniforme

03

Secciones de máxima eficiencia hidráulica

04

Conductos circulares libres parcialmente llenos

04

Diseño de canales no revestidos

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

Uno de los factores que intervienen en el costo de construcción de un canal es el volumen por excavar y éste a su vez depende de la sección transversal. Mediante ecuaciones se puede plantear y resolver el problema de encontrar la **menor excavación** para conducir un caudal dado, conocida la pendiente.

La forma que conviene dar a una sección de magnitud dada, para que escurra el **mayor caudal posible**, es lo que se ha denominado “**sección de máxima eficiencia hidráulica**” ó **sección hidráulica óptima**.

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

Sección hidráulica óptima se denomina a la sección transversal (A) de un canal que tiene la capacidad máxima de escurrimiento o caudal.

Sección óptima $\rightarrow R_{m\acute{a}x}$ y $P_{m\acute{i}n}$. ($Q_{m\acute{a}x}$; $< excavaci\acute{o}n$)

La sección hidráulica más eficiente es aquella que tiene la máxima capacidad para un área dada y un perímetro mojado mínimo.

El diseño de canales revestidos desde el punto de vista de la ingeniería hidráulica es un proceso sencillo para la cual deberá aplicarse la condición de máxima eficiencia hidráulica que consiste en encontrar los **valores óptimos de la solera y el tirante de agua en el canal.**

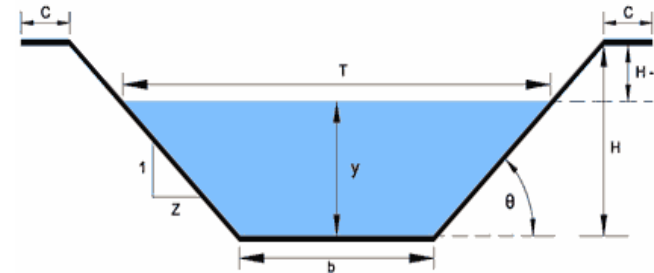
SECCION TRAPEZOIDAL

Analicemos una sección trapezoidal por ser más general

$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2} \quad (1)$$

$$A = (b + zy)y \quad (2)$$

donde $b = \frac{A}{y} - zy \quad (3)$



Reemplazando en el valor de b (3) en P (1) tenemos:

$$P = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{1+z^2}$$

; agrupamos y

$$P = \frac{A}{y} + y(2\sqrt{1+z^2} - z)$$

Derivando por “y”, considerando A y z constantes tenemos:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{A}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

$$(4) \quad dP/dy = 0 \text{ (mínimo)}$$

Reemplazando A (2) tenemos:

$$0 = -\frac{(b+zy)y}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z$$

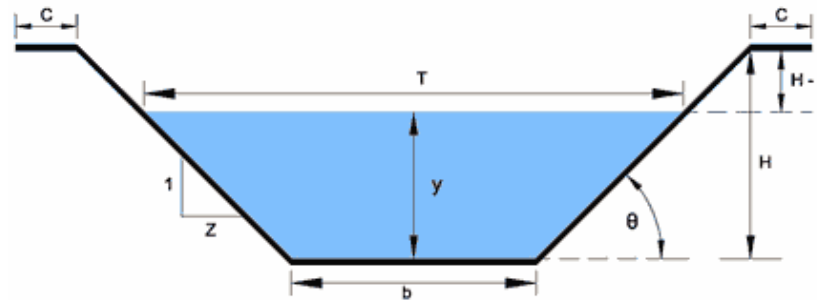
Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

$$0 = \frac{b}{y} - z + 2\sqrt{1+z^2} - z$$

Despejamos b/y , agrupamos z

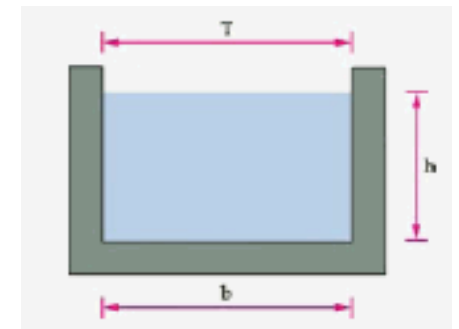
$$\frac{b}{y} = 2(\sqrt{1+z^2} - z)$$

(relación hidráulica óptima de un canal trapezoidal)



Para un canal rectangular el talud $z = 0$; y obtenemos que

$$b/y = 2 \rightarrow \quad b = 2y$$



RADIO HIDRÁULICO ÓPTIMO (CANAL TRAPEZOIDAL)

$$R_{op} = \frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}$$

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z) \quad \text{Reemplazamos:}$$

$$R_{op} = \frac{2y^2(\sqrt{1 + z^2} - z) + zy^2}{2y(\sqrt{1 + z^2} - z) + 2y\sqrt{1 + z^2}}$$

eliminamos y

$$R_{op} = \frac{2y\sqrt{1 + z^2} - 2zy + zy}{2\sqrt{1 + z^2} - 2z + 2\sqrt{1 + z^2}}$$

$$R_{op} = \frac{2y\sqrt{1 + z^2} - zy}{4\sqrt{1 + z^2} - 2z}$$

$$R_{op} = \frac{y(2\sqrt{1 + z^2} - z)}{2(2\sqrt{1 + z^2} - z)}$$

→

Entonces: $R_{op} = \frac{y}{2}$

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

RADIO HIDRÁULICO ÓPTIMO (CANAL RECTANGULAR)

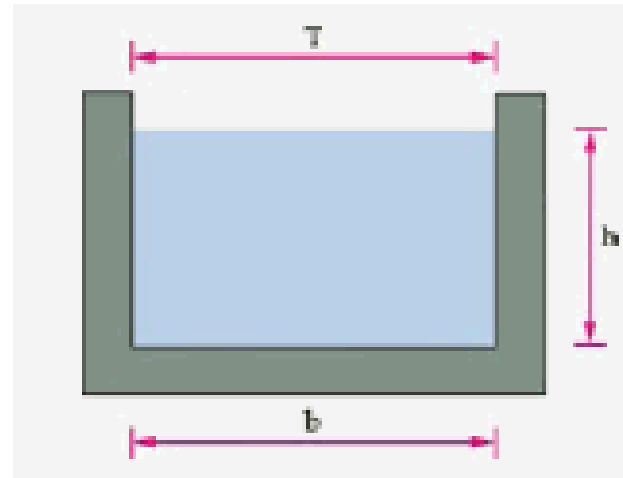
Si $b/y = 2$; entonces $b=2y$

$$A = b * y$$

$$P = b + 2y$$

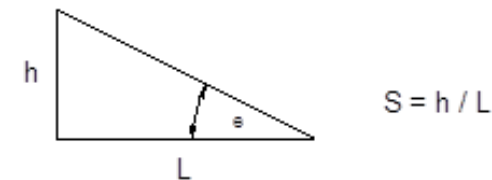
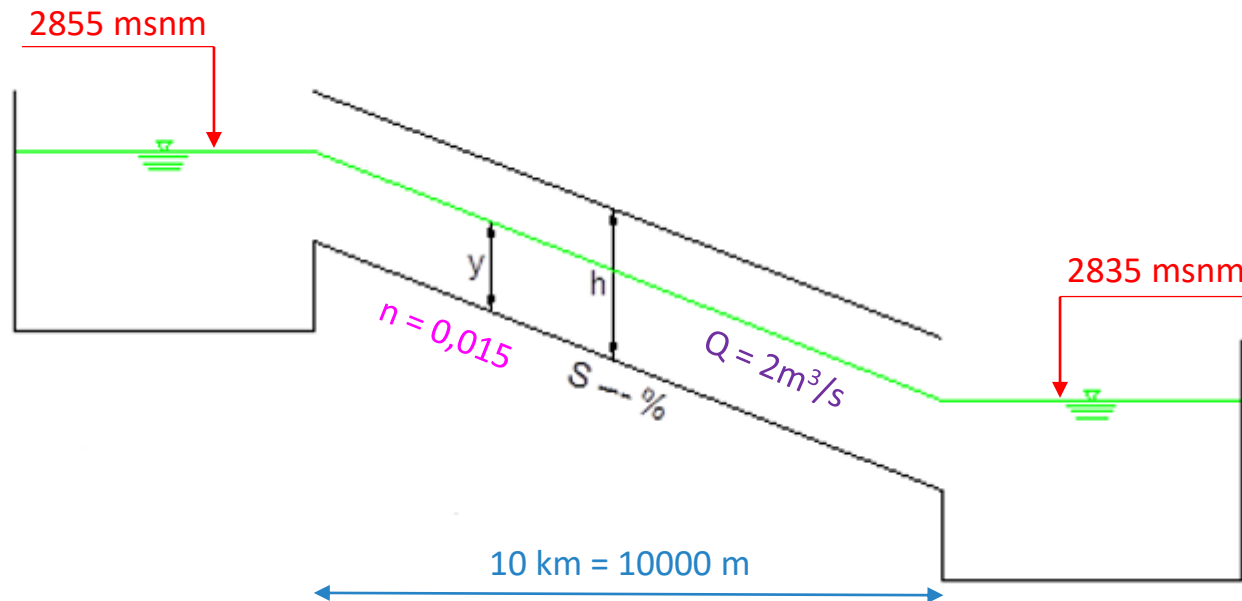
$$R_{op} = \frac{b * y}{b + 2y} = \frac{2y * y}{2y + 2y} = \frac{2y^2}{4y}$$

Entonces: $R_{op} = \frac{y}{2}$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

1.- Determinar las dimensiones de la sección óptima de un canal con longitud $L=10$ km que une dos reservorios, cuyas cotas de los niveles de aguas son 2855 msnm y 2835 msnm, bajo la condición que el canal obligatoriamente debe transportar un caudal máximo igual a $2 \text{ m}^3/\text{s}$. El canal será revestido ($n = 0,015$).



$$S = \frac{h}{L}$$

$$S = \frac{2855 - 2835}{10000}$$

$$S = 0.002$$

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

SECCION RECTANGULAR

$$A = 2y^2$$

$$R = \frac{1}{2} y$$

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{2/3} * S^{1/2}$$

$$2 = \frac{1}{0.015} * (2y^2) * \left(\frac{1}{2} y\right)^{2/3} * (0.002)^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{n} * (2y^2) * \left(\frac{1}{2} y\right)^{2/3} * (S)^{1/2}$$

$$\frac{Q * n}{2 \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3} S^{1/2}} = y^2 * y^{2/3}$$

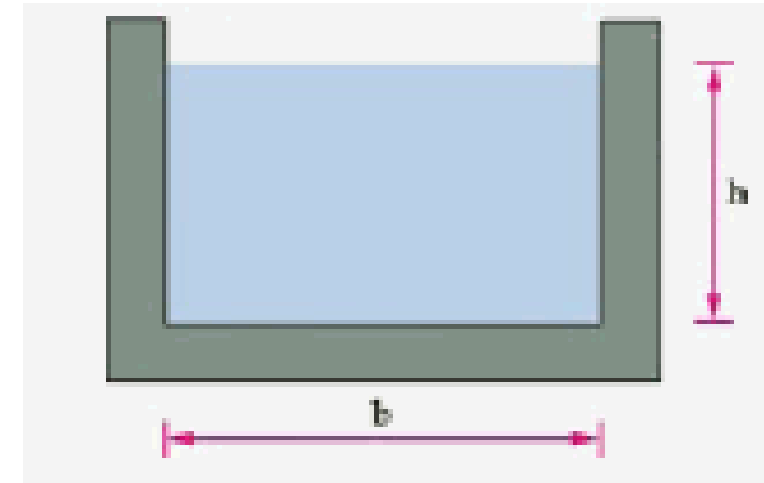
$$\frac{Q * n}{1.26 * S^{1/2}} = y^{8/3}$$

$$y = \left[\frac{Q * n}{1.26 * S^{1/2}} \right]^{3/8}$$

$$y = 0.79\text{m} = 0.80 \text{ m}$$

$$b = 2y = 2 * 0.80 \text{ m}$$

$$b = 1.60 \text{ m}$$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

Dimensionamiento final:

$$b = 1,60 \text{ m}$$

$$y = 0,80 \text{ m}$$

Borde libre

$$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s} > 1 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (revestido)}$$

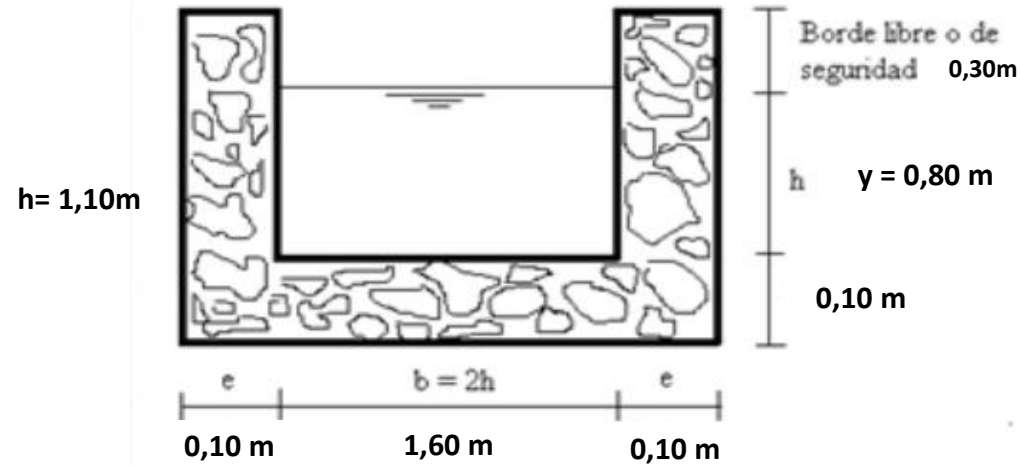


Tabla Pág. 25 → **B.L. = 0,30 m**

$$h = y + \text{B.L.}$$

$$h = 0,80 + 0,30$$

$$\mathbf{h = 1.10 \text{ m}}$$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

Excavación:

$$V_{exc} = A_{exc} * L$$

$$A_{exc} = b1 * h1$$

$$b1 = b + 2e$$

$$b1 = 1,60 + 2*0,10$$

$$\underline{b1 = 1,80 \text{ m}}$$

$$h1 = h + e$$

$$h1 = 1,10 + 0,10$$

$$\underline{h1 = 1,20 \text{ m}}$$

$$A_{exc} = 1,80\text{m} * 1,20\text{m}$$

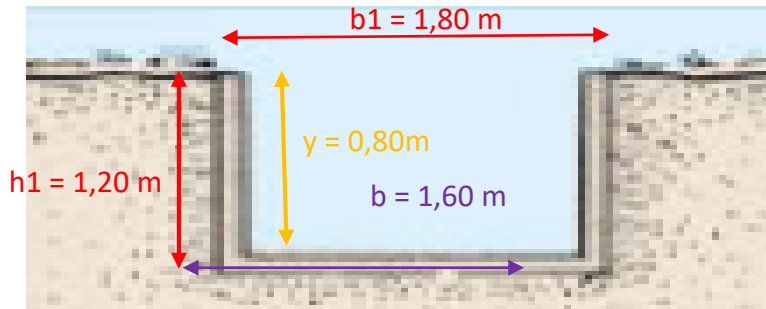
$$\underline{A_{exc} = 2,16 \text{ m}^2}$$

$$V_{exc} = 2,16 \text{ m}^3/\text{m}$$

$$\text{Si: } L = 10000 \text{ m}$$

$$V_{exc} = 2,16 \text{ m}^2 * 10000 \text{ m}$$

$$\underline{V_{exc} = 21600 \text{ m}^3}$$



Revestimiento:

$$V_{rev} = A_{rev} * L$$

$$A_{rev} = A_{exc} - A_{int}$$

$$A_{rev} = 2,16 - (1,60 * 1,10)$$

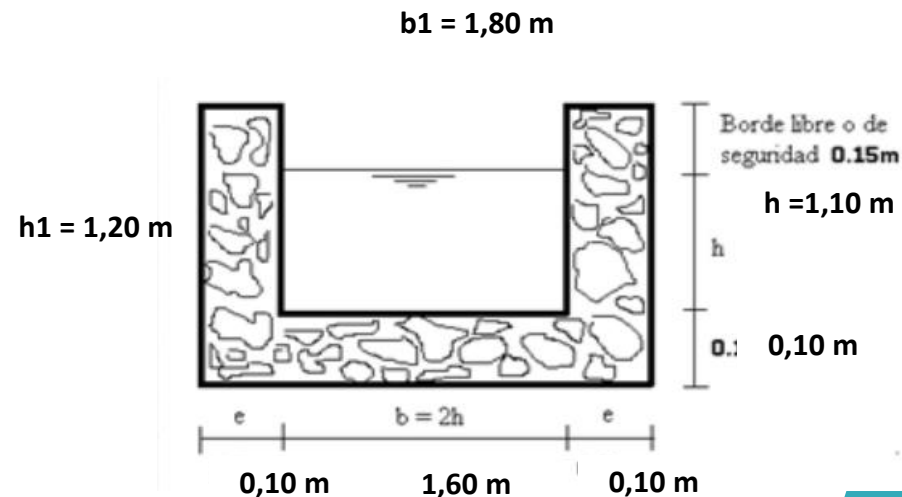
$$\underline{A_{rev} = 0,40 \text{ m}^2}$$

$$V_{rev} = 0,40 \text{ m}^3/\text{m}$$

$$\text{Para } L = 10000 \text{ m}$$

$$V_{rev} = 0,40 \text{ m}^2 * 10000 \text{ m}$$

$$\underline{V_{rev} = 4000 \text{ m}^3}$$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

TALUD MÁS EFICIENTE

$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2} \quad (1)$$

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (2)$$

Reemplazamos (2) en (1)

$$P = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z) + 2y\sqrt{1 + z^2}$$

$$P = 2y(2\sqrt{1 + z^2} - z)$$

Para obtener el talud más eficiente derivamos el perímetro con respecto a la variable z . ($y = \text{cte.}$)

$$\frac{dP}{dz} = 2y \frac{d}{dz} (2\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$2y \frac{d}{dz} (2\sqrt{1 + z^2} - z) = 0$$

$$\frac{d}{dz} (2\sqrt{1 + z^2} - z) = 0$$

$$\frac{2}{2} (1 + z^2)^{-1/2} * 2z - 1 = 0$$

$$\frac{2z}{\sqrt{1 + z^2}} = 1$$

$$\left(\frac{2z}{\sqrt{1 + z^2}} \right)^2 = 1$$

$$\frac{4z^2}{1 + z^2} = 1$$

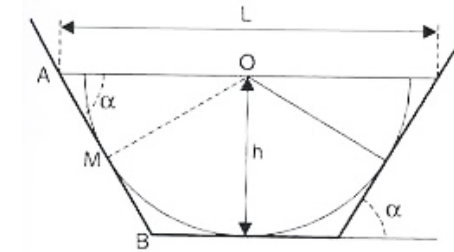
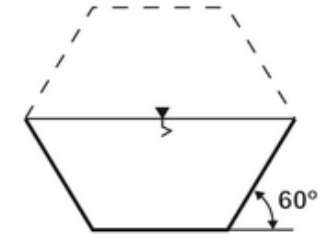
$$4z^2 = 1 + z^2$$

$$3z^2 = 1$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\mathbf{z = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577}$$

$$z = \text{ctg } \theta$$
$$0,577 = \text{ctg } \theta$$
$$\theta = 60^\circ$$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

AREA PARA EL TALUD MÁS EFICIENTE

$$z = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$$

$$A = by + zy^2 \quad (1)$$

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) \quad (2)$$

Reemplazamos (2) en (1)

$$A = 2y^2(\sqrt{1+z^2} - z) + zy^2$$

$$A = 2y^2\sqrt{1+z^2} - 2zy^2 + zy^2$$

$$A = 2y^2\sqrt{1+z^2} - zy^2$$

$$A = 2y^2 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{3}y^2$$

$$A = 2y^2 \left(\sqrt{1 + \frac{3}{9}} \right) - \frac{\sqrt{3}}{3}y^2$$

$$A = 2y^2 * \sqrt{\frac{12}{9}} - \frac{\sqrt{3}}{3}y^2$$

$$A = 2y^2 * \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}y^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}y^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}y^2$$

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{3}y^2$$

$$\boxed{A = \sqrt{3}y^2}$$

PERÍMETRO PARA EL TALUD MÁS EFICIENTE

$$z = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$$

$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2} \quad (1)$$

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) \quad (2)$$

Reemplazamos (2) en (1)

$$P = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 2y\sqrt{1+z^2} - 2zy + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 4y\sqrt{1+z^2} - 2zy$$

$$P = 4y\sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}y$$

$$P = 4y\sqrt{1 + \frac{3}{9}} - 2\frac{\sqrt{3}}{3}y$$

$$P = 4y\sqrt{\frac{12}{9}} - \frac{2\sqrt{3}}{3}y$$

$$P = 4y * \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}y = \frac{8\sqrt{3}}{3}y - \frac{2\sqrt{3}}{3}y$$

$$P = \frac{6\sqrt{3}}{3}y$$

$$\boxed{P = 2\sqrt{3}y}$$

RADIO HIDRÁULICO

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\sqrt{3}y^2}{2\sqrt{3}y}$$

$$R = \frac{y}{2}$$

Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

1.- Determinar las dimensiones de la sección óptima de un canal con longitud $L=10$ km que une dos reservorios, cuyas cotas de los niveles de aguas son 2855 msnm y 2835 msnm, bajo la condición que el canal obligatoriamente debe transportar un caudal máximo igual a $2 \text{ m}^3/\text{s}$. El canal será revestido ($n = 0,015$).

DATOS:

$$Q = 2,00 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n = 0,015$$

$$S = 0,002$$

Dimensionamiento final:

$$b = 1,00 \text{ m}$$
$$y = 0,85 \text{ m}$$

Borde libre

$$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s} > 1 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (revestido)}$$

Tabla Pág. 25 → $\text{B.L.} = 0,30 \text{ m}$

$$h = y + \text{B.L.}$$

$$h = 0,85 + 0,30$$

$$h = 1,15 \text{ m}$$

$$T = b + 2zy$$

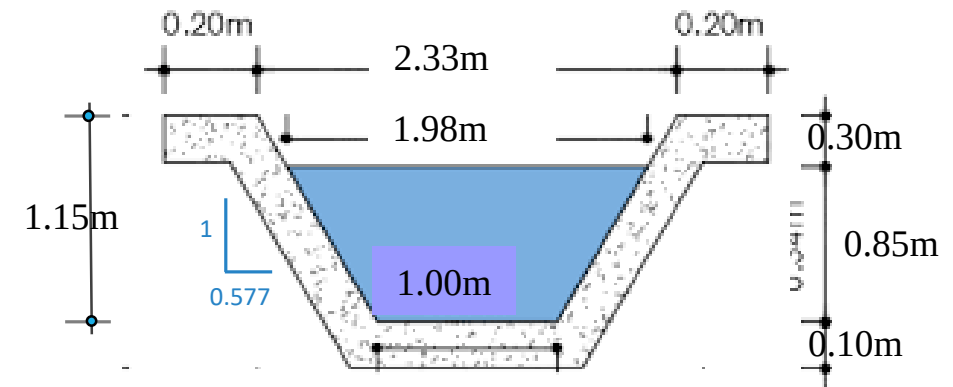
$$T = 1,00 + 2 * 0,577$$

$$T = 1,98 \text{ m}$$

$$B = b + 2zh$$

$$B = 1,00 + 2 * 0,577 * 1,15$$

$$B = 2,33 \text{ m}$$



Sección de Máxima Eficiencia Hidráulica

RECTANGULAR ($z = 0$)

$$A = 2y^2 \qquad y = \left[\frac{Q * n}{1.26 * S^{1/2}} \right]^{3/8} \qquad b = 2y$$

TRAPEZOIDAL ($z = 0,577$)

$$A = \sqrt{3}y^2 \qquad y = \left[\frac{Q * n}{1.091 * S^{1/2}} \right]^{3/8} \qquad b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z)$$