

TEORÍA DE CONJUNTOS I

Noción de conjuntos:

Se entiende por conjunto a toda aquella colección o agrupación o reunión de objetos cualesquiera; a los cuales les llamamos elementos del conjunto.

Ejemplo: El conjunto A esta formado por los elementos

1, 2, 3, m, n

⇒ Notación: $A = \{1, 2, 3, m, n\}$

Obs: A un conjunto lo denotamos con una letra mayúscula; y si sus elementos contuvieran letras estos se escribirían en minúsculas.

Determinación de un conjunto:

1. Por Extensión:

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{-1, 1\}$$

$$C = \{\text{lunes, martes,sábado, domingo.}\}$$

2. Por su Comprensión:

$$A = \{x/x \text{ es un número impar, } x < 7\}$$

$$B = \{x/x^2 - 1 = 0\}$$

$$C = \{x/x \text{ es un día de la semana}\}$$

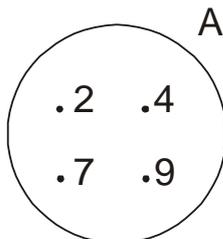
Relación de Pertenencia: (\in)

Elemento $\xrightarrow{\in}$ conjunto
 \notin

Diagrama de Ven Euler:

Ej.: Si $A = \{2, 4, 7, 9\}$

⇒



Es un diagrama de Venn-Euler

Relación de Inclusión: (\subset)

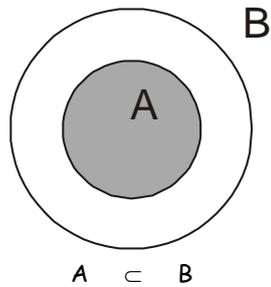
Sean los conjuntos A y B:

$$A \subset B \in \text{"A esta incluido en B"}$$

La inclusión se da cuando todos y cada uno de los elementos de A pertenecen a B; pudiendo o no B tener más elementos aparte de estos.

*"Tener en cuenta que se trata de una relación entre conjuntos".

Veamos gráficamente:



(conjunto) \subset (conjunto)

Ejem: Sean:

i) $A = \{x/x \text{ es un arequipeño}\}$
 $B = \{y/y \text{ es un peruano}\}$
 $\therefore A \subset B$: "A esta incluido en B"

ii) $M = \{2, 4, 6\}$
 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 $\therefore N \subset M$: "N incluye o contiene a M"

iii) $P = \{a, b, c, d\}$
 $Q = \{f, g, h, i, j\}$
 $\therefore P \not\subset Q$: "P no está incluido en Q"
 $Q \not\subset P$: "Q no está incluido en P"

Propiedades:

I) $A \subset A, \forall A$

II) Sí: $A \subset B \text{ y } B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Nota: Tener en cuenta que de acuerdo al número de elementos que posee, puede ser:

a) **Finito:** Si posee una cantidad limitada de elementos. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

b) **Infinito:** Si posee una cantidad ilimitada de elementos.

$$B = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Conjuntos Especiales:

1. **Vacío ó Nulo:**

Notación: $\emptyset, \{\}$

Obs: Se dice que $A = \emptyset$ esta incluido en todo conjunto.

Ejemplo: $D = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x+5=0\} \Rightarrow D = \emptyset = \{\}$

2. **Unitario o Singular (Singleton):**

Ejemplo $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 6 < x < 8\}$
 $\Rightarrow A = \{7\}$

3. **Universal:**

Notación: U

Ejem: Dados

$$A = \{2, 6, 10, 12\}$$

$$B = \{x+3 / x \text{ es impar} \wedge 0 < x < 10\}$$

\Rightarrow Podrían ser conjuntos universales:

$$u = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x < 13\}$$

$$u = \{0, 2, 4, 6, \dots, 20\}$$

4. Potencia:

Dado el conjunto A , se denomina conjunto potencia de A y denotado por $P(A)$, al conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de A .

Ejem: Sí: $A = \{2, 5\}$

$$\Rightarrow P(A) = \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\}$$

Obs:

i) Número de subconjuntos de A :

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

ii) los subconjuntos propios de A son aquellos diferentes de A o sea:

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} - 1$$

TRABAJO EN EL AULA

01. Dados los conjuntos

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$$

$$A = \{x/x \in \mathbb{Z}, x < 6\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{N}, \sqrt{3} < x < \sqrt{26}\}$$

$$C = \{x/x \in \mathbb{N}, x > 10\}$$

Hallar: $n(A) \times n(B) \times n(C)$

A) 72 B) 25 C) 75 D) 81 E) 100

02. Si los conjuntos A y B son iguales, hallar: $m + p$

$$A = \{7, m + 3\} \quad b = \{12, p - 4\}$$

A) 20 B) 12 C) 18 D) 15 E) 10

03. Dados los conjuntos iguales A , B y C

hallar $m + t + s$ ($m, t, s \in \mathbb{N}$)

$$A = \{15, 12, 9\}$$

$$B = \{2m, m + 3, 15\}$$

$$C = \{s + 2, 12, 10 + t\}$$

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

04. ¿Cuántos subconjuntos tienen A ? Sí $n(A) = 5$

- A) 16 B) 32 C) 18
D) 64 E) 25

05. Si $n[P(A)]$ representa el número de conjuntos del elemento potencia de A .

Hallar $n(A) \times n(B)$; sí

$$n[p(A)] = 128; \quad n[p(B)] = 512$$

- A) 56 B) 72 C) 63
D) 70 E) 46

06. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda

- i) Sí $n(A) = 0$ entonces $n[P(A)] = 0$
ii) Sí $n(A) = 1$ entonces $n[P(A)] = 2$
iii) Sí $n(A) = 3$ entonces $n[P(A)] = 6$
iv) Sí $A = \emptyset$, entonces $n[P(A)] = 1$

- A) FVVV B) FVFF C) VVFF
D) VVFF E) FVFF

07. Dado el conjunto:

$$A = \{2, 5, 6, 10\}$$

indicar verdadero (V) o falso (F)

- i) $\{2\} \in P(A)$
ii) $6 \in P(A)$
iii) $n[P(A)] = 16$
iv) $\{5, 6, 10\} \in P(A)$
v) $\emptyset \in P(A)$

09. Dado el conjunto

$$A = \{m, p, q, r, s, t\}$$

¿Cuántos subconjuntos tienen a lo más 4 elementos?

- A) 64 B) 62 C) 63
D) 58 E) 57

10. Dado el conjunto;

$$A = \{x+2 / x \in \mathbb{Z}, x^2 < 9\}$$

Calcule la suma de los elementos de A .

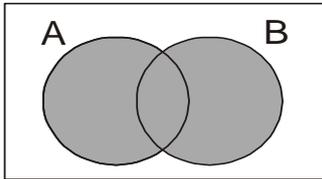
- A) 3 B) 7 C) 6 D) 9 E) 10

TEMA: TEORIA DE CONJUNTOS II

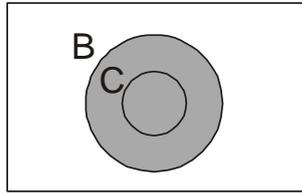
Operaciones entre Conjuntos:

01. Unión o Reunión (U):

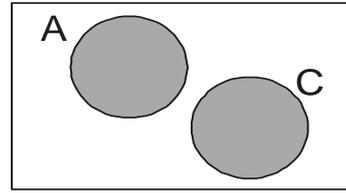
Gráficamente:



$$A \cup B$$



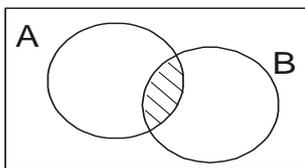
$$B \cup C$$



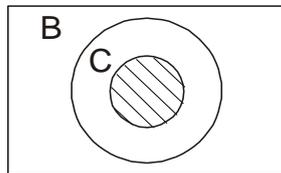
$$A \cup C$$

02. Intersección (\cap):

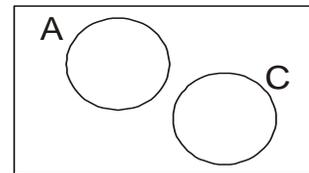
Gráficamente



$$A \cap B$$



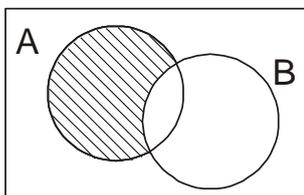
$$B \cap C$$



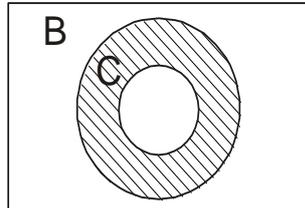
$$A \cap C$$

03. Diferencia (-):

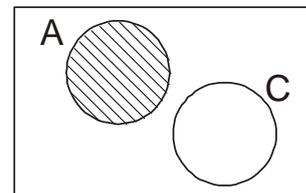
Gráficamente:



$$A - B$$



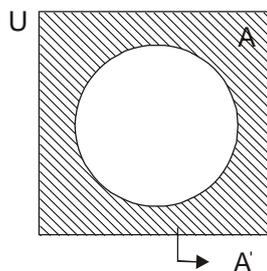
$$B - C$$



$$A - C$$

04. Complemento de un conjunto ($C(A), A' A^c; A$):

Gráficamente:



TRABAJO EN EL AULA

01. Si: $n(A \cup B) = 20$
 $n(A - B) = 12$
 $n(B - A) = 3$
hallar: $n(A) + n(B)$
- A) 17 B) 8 C) 25
D) 30 E) 15
02. En una encuesta realizada a cierto número de personas, se encuentra que el número de hombres que no les gusta limpiar la casa es el triple del número de mujeres que si les gusta esta tarea. Si el número de los hombres que no les gusta limpiar es igual al número de mujeres que no les gusta limpiar. Hallar a cuántas personas se les hizo la encuesta, si a 20 personas les gusta limpiar la casa y a 10 hombres también les gusta esta tarea.
- A) 80 B) 70 C) 60
D) 50 E) 40
03. En una cuadrilla de 400 soldados se tiene lo siguiente:
- 250 no disparan con metralleta
- 190 no disparan con fusil
- 100 no disparan estas armas
¿Cuántas personas disparan al menos una de estas armas?
- A) 90 B) 150 C) 240
D) 300 E) 320
04. De un total de personas, 20% cocinan, el 40% lavan y el 45% de los que cocinan también lavan. ¿Qué porcentaje no lavan ni cocinan?
- A) 31% B) 49% C) 11%
D) 9% E) 40%
05. Si: $n(A \Delta B) = 50$
 $n(A) = 25$
 $n(B - A) = 30$
hallar: $n(A \cap B)$
- A) 5 B) 7 C) 12
D) 19 E) 21
06. Un grupo de 63 niños dieron 3 exámenes para ser admitidos en el colegio Pitágoras y se sabe que 25 aprobaron el primer examen, 23 el segundo y 31 el tercero; 10 aprobaron el primero y el Segundo, 5 el primero y el tercero, 8 el segundo y el tercero y 4 no aprobaron examen alguno. ¿Cuántos niños fueron admitidos al colegio Pitágoras, si sólo necesitaban aprobar 2 exámenes?
- A) 18 B) 19 C) 16
D) 15 E) 17

07. Dado los conjuntos:

$$A = \{(x^2 - 1)/2x \mid x \in \mathbb{N}; 3 < (5x - 3)/4 < 8\}$$

$$B = \{(2x - 1)/x \mid 5 < x < 13; x \text{ es par}\}$$

$$C = \{2/3; 3/4; 4/5; \dots; 11/12; 12/13\}$$

calcular el número de elementos que tiene el conjunto:

$$[(C - A) \cap (C - B)] \cup [(A \cap B)]$$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 9

08. En una reunión donde asistieron 44 personas, se sabe que 21 personas hablan alemán; 25 hablan francés y 26 hablan castellano; 11 hablan alemán y francés ; 6 hablan alemán y castellano pero no francés; 8 hablan los 3 idiomas; 13 hablan castellano y francés . ¿Cuántos no hablan ninguno de estos tres idiomas?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

09. Calcular: $n(A) + n(B) + n(C)$

Si $A \cup B = \{2; 3; 4; 6; 7; 8; 10; 12; 13\}$

$$B \cup C = \{2; 3; 4; 5; 7; 10; 11; 13\}$$

$$B \cap C = \{3\} \quad A \cap C = \emptyset$$

$$(A \cup B \cup C) = \{1; 9; 14\}$$

$$A' = \{1; 3; 5; 7; 9; 10; 11; 13; 14\}$$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

10. En el primer día de visita a la muñeca gigante "Camila" asistieron 200 niños peruanos; 150 adultos extranjeros; 250 niños extranjeros; 100 ancianos peruanos; los adultos peruanos son el doble de los niños peruanos y los ancianos extranjeros son el triple de los ancianos peruanos. Si son todos los asistentes. ¿Cuántos fueron?

- A) 1 200 B) 1 300 C) 1 400
D) 1 100 E) 1 500

11. De 32 personas se conoce :

* 4 mujeres tienen 16 años

* 12 mujeres no tienen 17 años

* 14 mujeres no tienen 16 años

* 9 varones no tienen 16 ni 17 años

¿Cuántos varones tienen 17 ó 18 años?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 8

12. De 180 alumnos que les gustan los cursos de Aritmética; Álgebra y Física, se supo que 34 gustan Aritmética pero no de Álgebra; 18 gustan de Álgebra pero no de Física; 56 gustan de Física pero no de Aritmética. ¿A cuántos les gusta los tres cursos mencionados?

- A) 92 B) 82 C) 72
D) 62 E) 64

13. De 60 estudiantes en un instituto de idiomas 20 estudian sólo inglés; 10 estudian inglés y francés; 25 estudian francés solamente. ¿Cuántos estudian otros idiomas, pero no los mencionados?

- A) 7 B) 5 C) 6
D) 10 E) 12

14. En una ciudad a la cuarta parte de la población no le gusta la carne ni el pescado; a la $1/2$ le gusta la carne y a los $5/12$ le gusta de pescado. ¿Qué fracción de la población gusta carne y pescado?

- A) $1/6$ B) $5/6$ C) $1/3$
D) $1/12$ E) $5/12$

15. De una muestra recogida a 200 transeúntes se determinó que :60 eran mudos; 70 eran cantantes callejeros y 90 eran ciegos. De éstos últimos 20 eran mudos y 30 eran cantantes. ¿Cuántos de los que no son cantantes callejeros no eran mudos ni ciegos?

- A) 22 B) 24 C) 28
D) 26 E) 30

16. En un salón de clase de 65 alumnos se observó:

- * 30 son hombres
- * 40 son del ciclo semestral
- * Hay 10 mujeres que no son del ciclo semestral.

¿Cuántos hombres no estudian en el ciclo semestral?

- A) 10 B) 15 C) 20
D) 25 E) 40

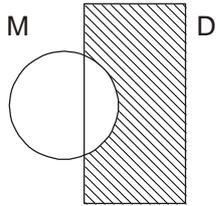
17. De un grupo de 55 personas; 25 hablan inglés; 32 hablan francés; 33 hablan alemán y 5 los tres idiomas. ¿Cuántas personas del grupo hablan sólo dos idiomas, si todos hablan al menos uno de los idiomas mencionados?

- A) 20 B) 25 C) 30
D) 22 E) 27

18. De un grupo de deportistas se sabe que todos los que practican tenis practican fútbol; pero no todos los que practican básquet practican fútbol. Solamente fútbol practican 20; tenis y fútbol pero no básquet son 10; 30 tenis y básquet; 10 básquet y fútbol pero no tenis; 40 sólo básquet y 50 otros deportes pero no los mencionados. ¿Cuántos son los componentes de dicho grupo?

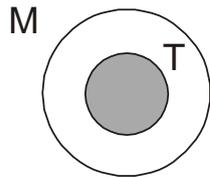
- A) 170 B) 180 C) 200
D) 160 E) 190

19. Ubicar la zona sombreada



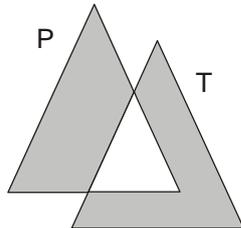
- A) $M \cap D$ B) $M \cup D$ C) $M - D$
 D) $D - M$ E) $M' \cap D'$

20. Ubicar la zona sombreada



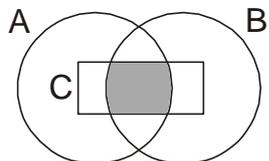
- A) $M \cup T$ B) $M - T$ C) $T - M$
 D) $M' - T'$ E) $M \cap T$

21. Ubicar la zona sombreada



- A) $P \cap T$ B) $P \cup T$ C) $T - P$
 D) $(P - T) \cup (T - P)$ E) $P - T$

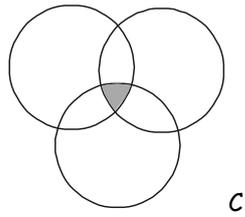
22. Ubicar la zona sombreada



- A) $A \cup B \cap C$ B) $A \cap B \cap C$
 C) $A \cup B \cup C$
 D) $A \cap B \cup A$ E) N.A

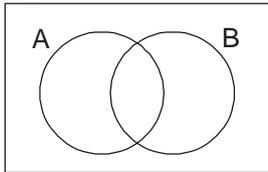
23. Ubicar la zona sombreada



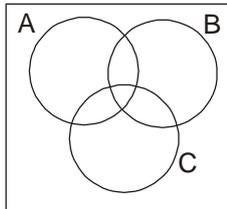


- A) $A \cap B \cap C$ B) $A \cap B \cup C$
 C) $A \cup B \cup C$
 D) $A \cup B \cap C$ E) N.A

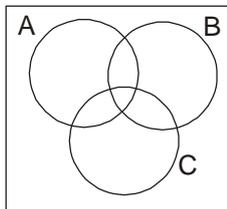
24. En los diagramas de Venn mostradas, sombrear las operaciones que se indican:



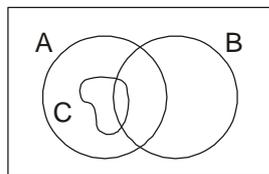
- a) $A \cap B'$



- b) $(A \cap B) \cup C$



- c) $(A \cup C) \cap B$



- d) $(A - C) \cap B$

25. Si: $U = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 10\}$, es universo;

$A = \{1, 3, 4, 5\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

$C = \{x^2/x \in U\}$

Hallar: $A' \cap C$

A) $\{0, 2, 9\}$

B) $\{0, 4, 9\}$

C) $\{0, 9\}$

D) $\{0, 3, 9\}$

E) $\{0, 2\}$

26. Dados los conjuntos A y B, se sabe que:

$$n(A \cup B) = 31$$

$$n(A - B) = 18$$

$$n(B - A) = 7$$

Hallar $n(A)$ y $n(B)$

A) 24 y 10 B) 24 y 13

C) 20 y 7

D) 16 y 12 E) 15 y 12

27. 60 alumnos del 3^{er} año efectúan sus compras de útiles escolares en una librería grande: 26 de los cuales compran libros, 25 compran cuadernos y 28 hojas; además 15 de ellos compran libros y cuadernos, 7 compran cuadernos y hojas y 6 compran libros y hojas ¿cuántos alumnos compran libros solamente?

A) 13 B) 12 C) 14

D) 15 E) 16

28. Consideramos 3 conjuntos A, B, C. La intersección de los 3 tiene 5 elementos la unión de 3 tienen 50 elementos. si la unión de A y B tienen 35 elementos y se sabe que cada intersección de dos de ellos tienen 10 elementos.

¿Cuántos elementos tiene el conjunto C?

A) 15 B) 16 C) 14

D) 13 E) 1

