Operaciones entre conjuntos

- Las operaciones entre conjuntos son herramientas fundamentales en la teoría de conjuntos que nos permiten combinar, comparar y analizar conjuntos. Estas operaciones se aplican a conjuntos y generan nuevos conjuntos como resultado.
- Las principales operaciones entre conjuntos son:

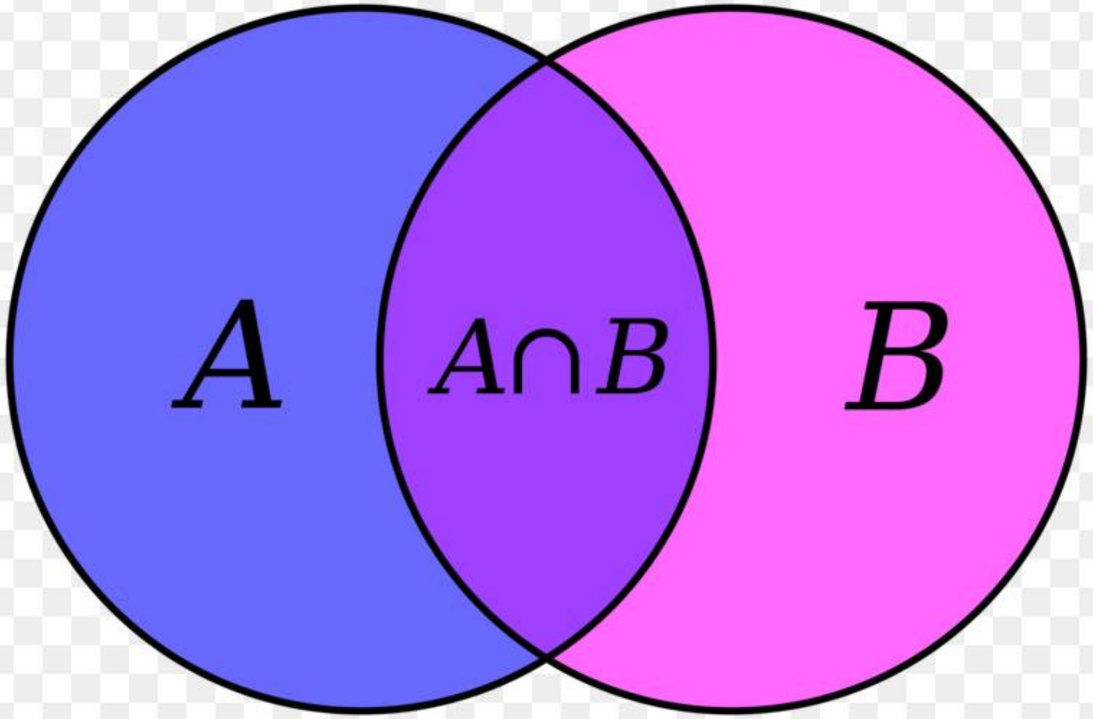
- **Unión (∪)**
- **Intersección (∩)**
- **Diferencia (-)**
- **Complemento (')**
- **Diferencia simétrica (Δ)**
- **Producto cartesiano (×):**

Unión (U):

- La unión de dos conjuntos, denotada como A ∪ B, crea un nuevo conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen a al menos uno de los conjuntos originales. En otras palabras, se combinan todos los elementos únicos de ambos conjuntos en un solo conjunto.

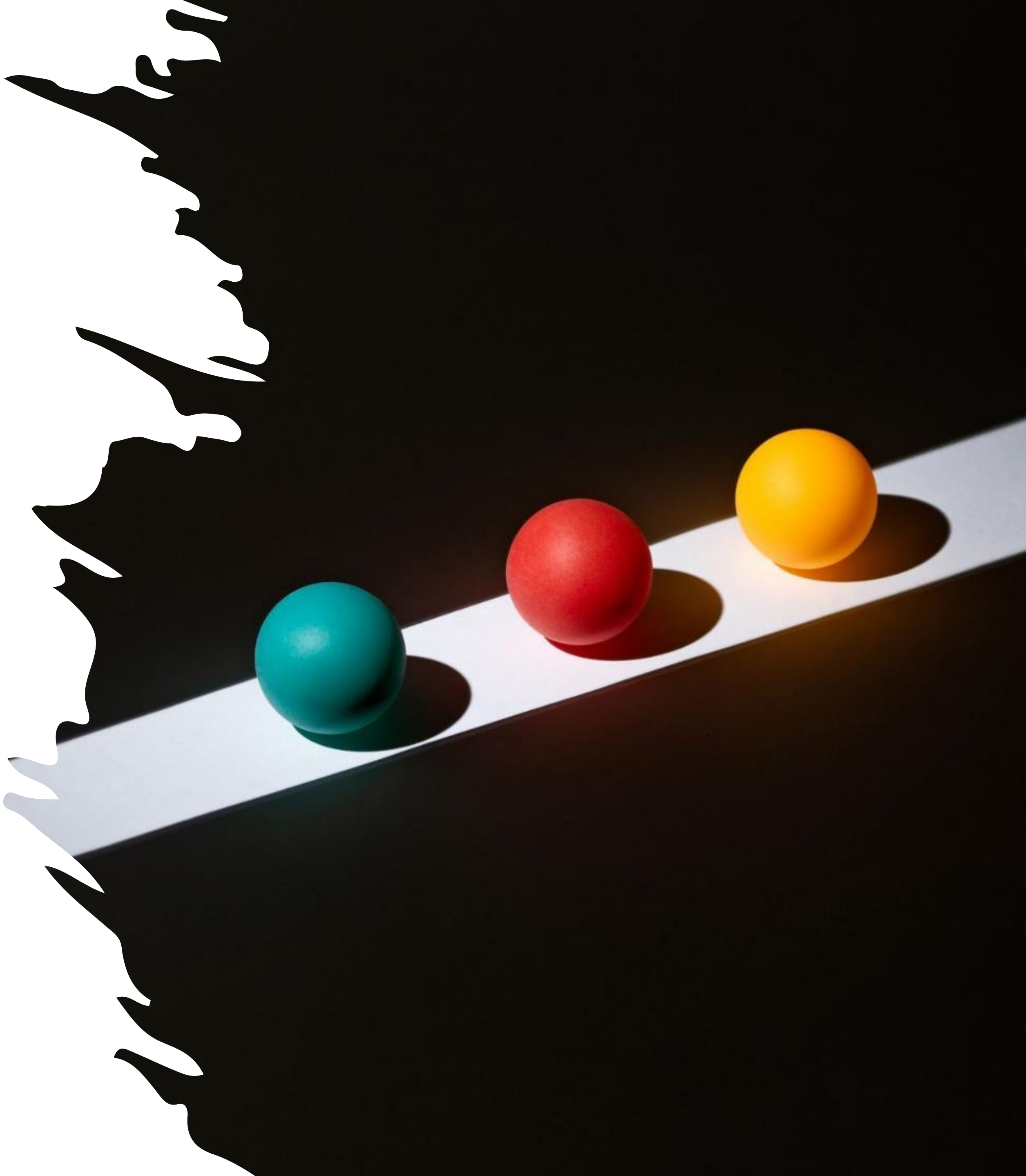
Unión (U):

- Consideremos dos conjuntos: A = {1, 2, 3} B = {3, 4, 5}
- La unión de A y B es A ∪ B, que resulta en el conjunto {1, 2, 3, 4, 5}. Este conjunto contiene todos los elementos de A y B, sin repetir ningún elemento.
- La operación de unión se representa gráficamente mediante un diagrama de Venn, donde los conjuntos se superponen y se combinan los elementos.



Diferencia (-):

- La diferencia entre dos conjuntos, denotada como A - B, crea un nuevo conjunto que contiene los elementos de A que no están en B. En otras palabras, se excluyen los elementos comunes a ambos conjuntos y se toman solo los elementos que son exclusivos de A.



Diferencia (-):

- Usando los mismos conjuntos anteriores: A = {1, 2, 3} B = {3, 4, 5}
- La diferencia de A y B es A - B, que resulta en el conjunto {1, 2}. Estos son los elementos que pertenecen solo a A y no están presentes en B.
- La operación de diferencia se puede visualizar utilizando un diagrama de Venn, donde se muestra el área que representa los elementos exclusivos de A.

Complemento ('):

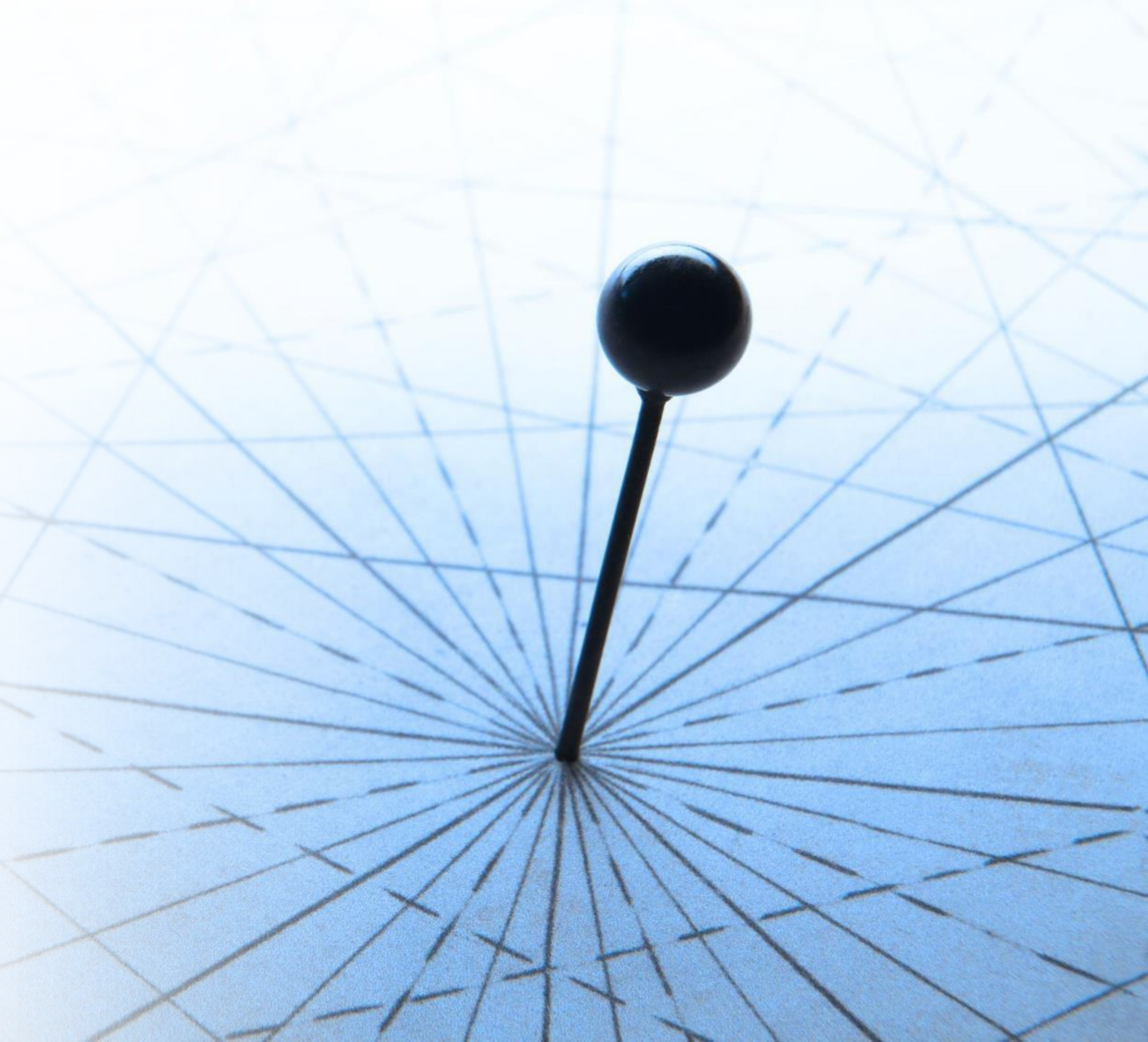
- El complemento de un conjunto, denotado como A', es el conjunto de todos los elementos que no pertenecen a A, pero que pueden pertenecer a un conjunto de referencia más grande, llamado "conjunto universal". En otras palabras, representa todos los elementos que están fuera del conjunto A, pero que son parte del conjunto universal.

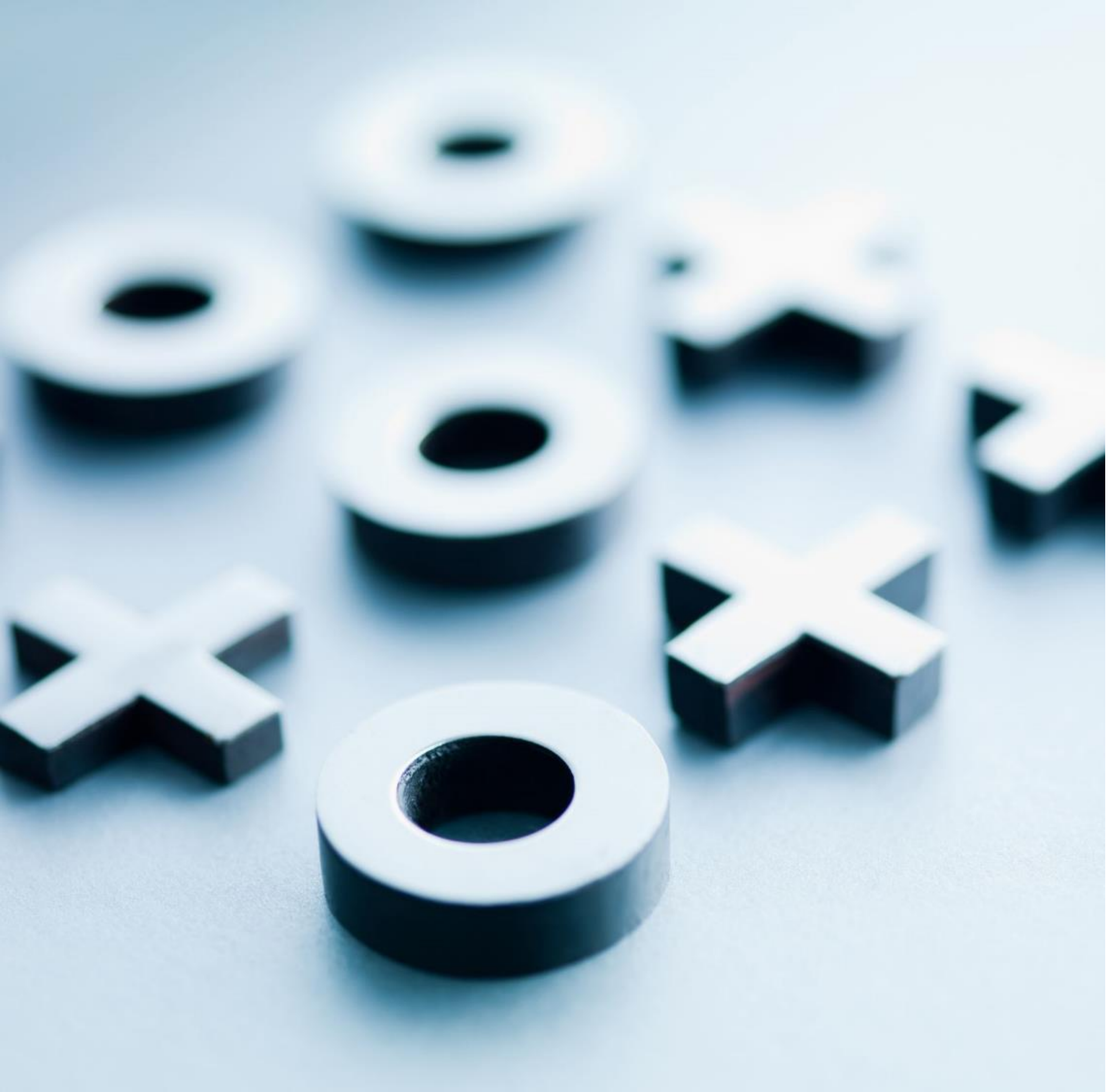
Complemento ('):

- Consideremos el conjunto universal U = {1, 2, 3, 4, 5}, y A = {1, 2}. El conjunto universal es el conjunto más grande al que pertenecen todos los elementos considerados.
- El complemento de A, denotado como A', sería el conjunto de todos los elementos en U que no están en A. En este caso, A' = {3, 4, 5}, ya que estos son los elementos que están fuera de A

Diferencia simétrica (Δ):

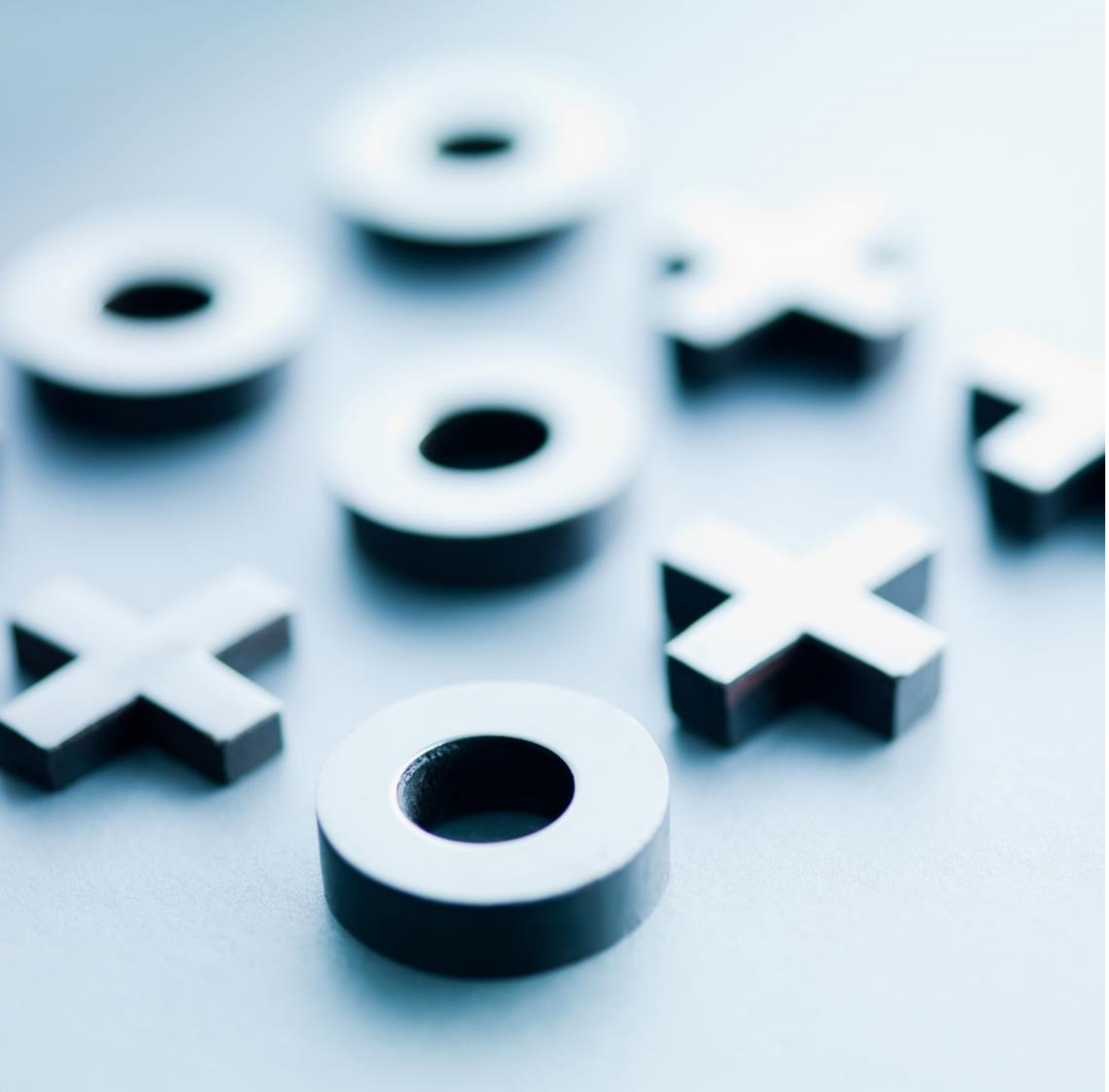
- La diferencia simétrica entre dos conjuntos, denotada como A Δ B, crea un nuevo conjunto que contiene los elementos que pertenecen a A o a B, pero no a ambos conjuntos al mismo tiempo. Es decir, se excluyen los elementos comunes y se toman los elementos exclusivos de cada conjunto.





Diferencia Simétrica

- Ejemplo 1: A = {1, 2, 3} B = {3, 4, 5}
- La diferencia simétrica entre A y B, denotada como A Δ B, se calcula tomando los elementos que pertenecen a A o a B, pero no a ambos conjuntos al mismo tiempo.
- A Δ B = {1, 2, 4, 5}
- Aquí, se excluye el elemento 3, que es común a ambos conjuntos, y se toman los elementos exclusivos de cada conjunto.



Diferencia Simétrica

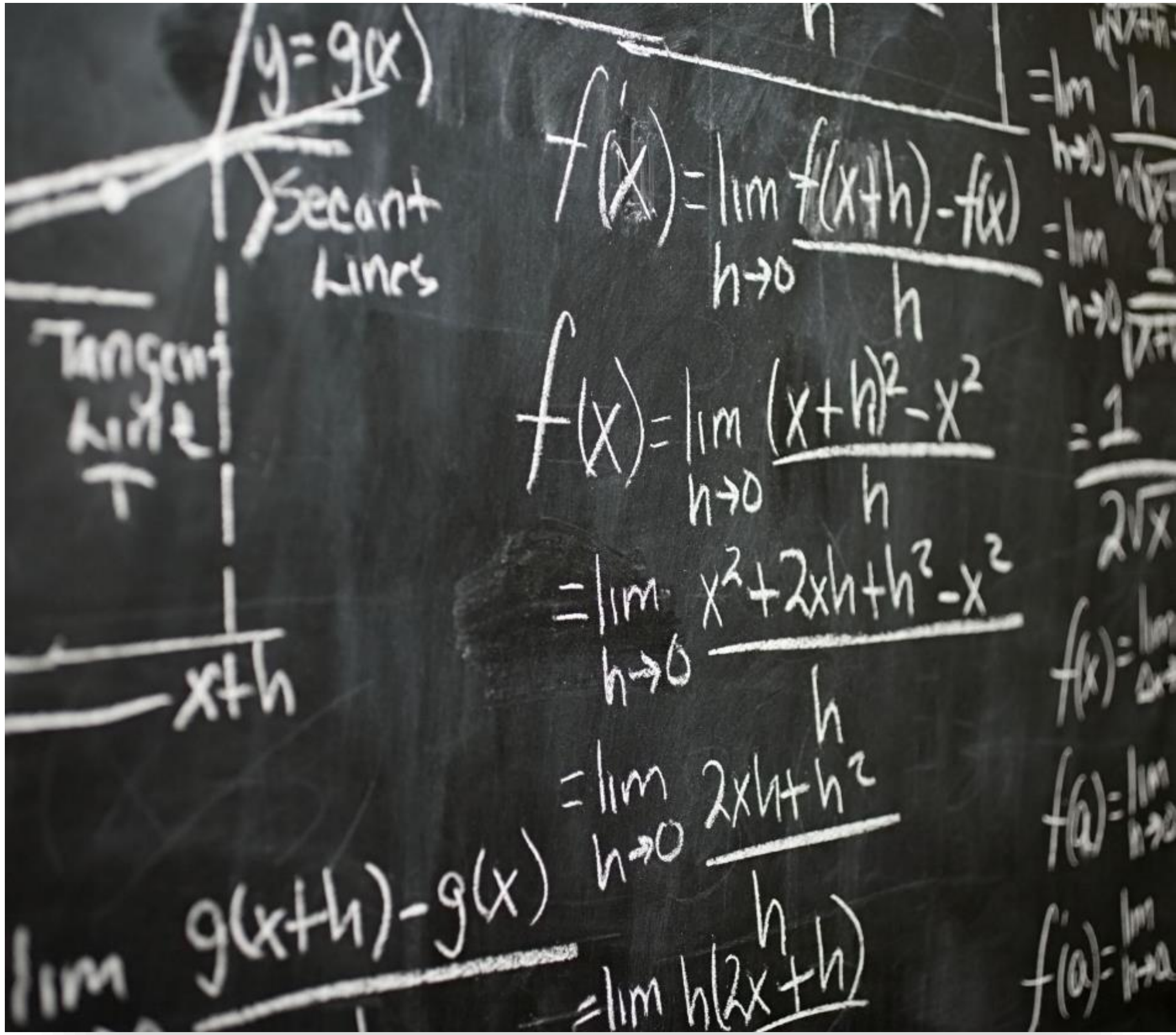
- Ejemplo 2: C = {a, b, c, d} D = {c, d, e, f}
- La diferencia simétrica entre C y D, denotada como C Δ D, se calcula tomando los elementos que pertenecen a C o a D, pero no a ambos conjuntos al mismo tiempo.
- C Δ D = {a, b, e, f}
- Aquí, se excluyen los elementos c y d, que son comunes a ambos conjuntos, y se toman los elementos exclusivos de cada conjunto.

Producto cartesiano (×):

- El producto cartesiano de dos conjuntos, denotado como A × B, crea un nuevo conjunto que contiene todos los pares ordenados (a, b), donde "a" es un elemento de A y "b" es un elemento de B. Es útil para construir conjuntos de tuplas o para representar relaciones entre elementos.

Producto Cartesiano

- Ejemplo 1: A = {1, 2} B = {a, b}
- El producto cartesiano entre A y B, denotado como A × B, se calcula tomando todos los pares ordenados (a, b), donde "a" es un elemento de A y "b" es un elemento de B.
- A × B = {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)}
- Aquí, se obtienen los pares ordenados que combinan los elementos de A con los elementos de B.



Producto Cartesiano

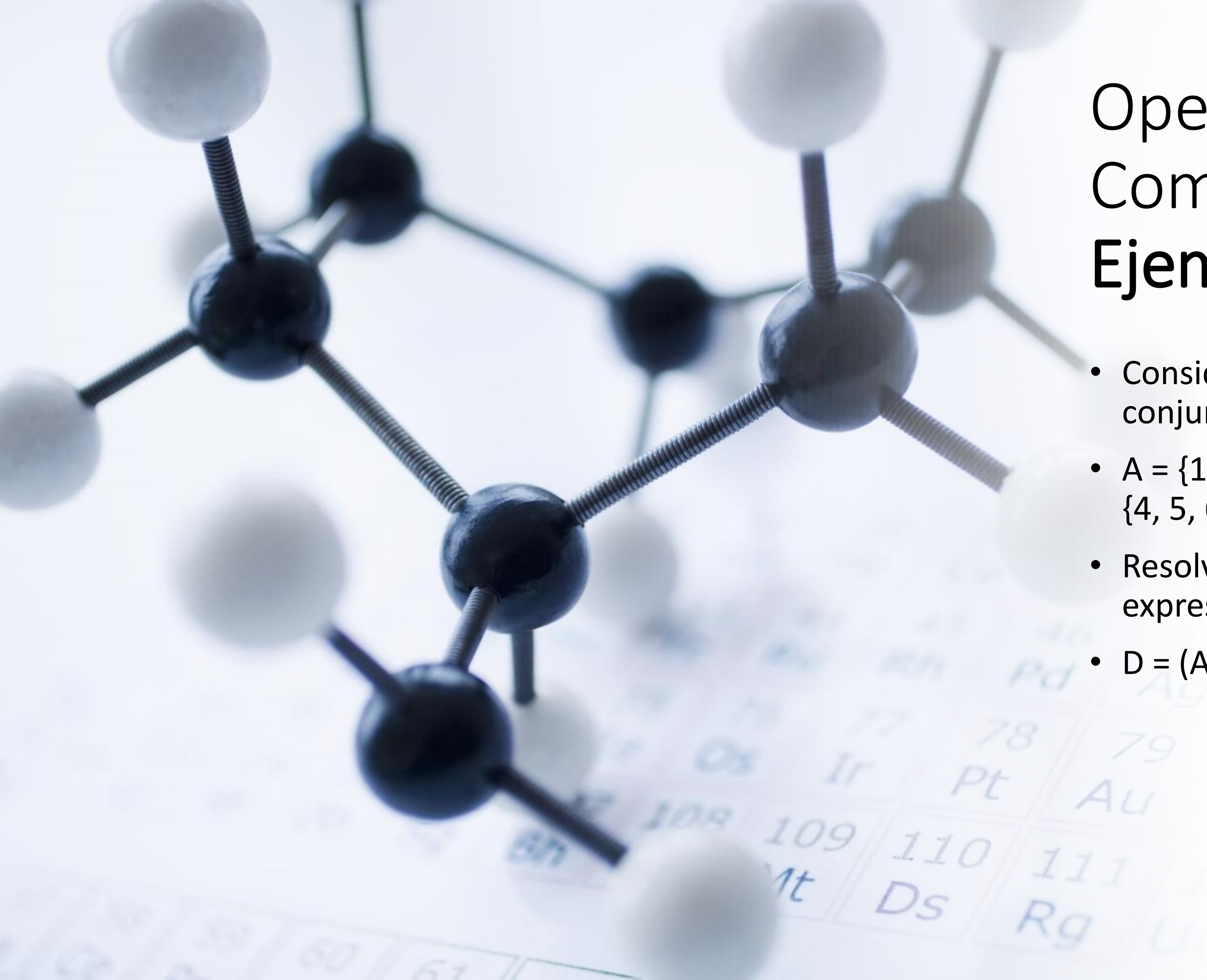
- Ejemplo 2: C = {red, green} D = {circle, square, triangle}
- El producto cartesiano entre C y D, denotado como C × D, se calcula tomando todos los pares ordenados (c, d), donde "c" es un elemento de C y "d" es un elemento de D.
- C × D = {(red, circle), (red, square), (red, triangle), (green, circle), (green, square), (green, triangle)}
- Aquí, se obtienen los pares ordenados que combinan los elementos de C con los elementos de D.

Orden de prioridad de operaciones de conjuntos

- En las operaciones de conjuntos, hay un orden de prioridad que se sigue para determinar qué operaciones se realizan primero. El orden de prioridad es el siguiente:
- Paréntesis y operaciones internas: Se deben resolver primero las operaciones que estén dentro de paréntesis o corchetes.
- Complemento: La operación de complemento (') se aplica después de resolver las operaciones dentro de los paréntesis.
- Intersección (∩) y diferencia (-): Se deben realizar las operaciones de intersección y diferencia en el orden en que aparecen de izquierda a derecha.
- Unión (∪) y diferencia simétrica (Δ): Por último, se realizan las operaciones de unión y diferencia simétrica en el orden en que aparecen de izquierda a derecha.

Orden de prioridad de operaciones de conjuntos

- Es importante tener en cuenta que si hay varias operaciones del mismo nivel de prioridad (por ejemplo, varias intersecciones o varias uniones), se deben resolver de izquierda a derecha.
- Por ejemplo, consideremos la siguiente expresión:
- $A \cap B' \cup C - D \cap E'$
- Para resolver esta expresión, seguimos el orden de prioridad:
- Primero, aplicamos el complemento a B y a E:
- $A \cap (B') \cup C - (D \cap E')$
- Luego, realizamos la intersección entre A y el complemento de B:
- $(A \cap B') \cup C - (D \cap E')$
- Después, realizamos la diferencia entre la intersección anterior y D:
- $((A \cap B') \cup C) - (D \cap E')$
- Por último, realizamos la intersección entre D y el complemento de E:
- $((A \cap B') \cup C) - (D \cap E')$



Operaciones Combinadas. **Ejemplo 1**

- Consideremos los siguientes conjuntos:
- A = {1, 2, 3, 4} B = {3, 4, 5, 6} C = {4, 5, 6, 7}
- Resolveremos la siguiente expresión:
- D = (A ∪ B) - (B ∩ C)

Operaciones Combinadas. **Ejemplo 1**

- Paso 1: Unión de conjuntos (A ∪ B) Realizamos la unión de los conjuntos A y B para obtener todos los elementos que pertenecen a al menos uno de los conjuntos.
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- La unión de conjuntos (A ∪ B) incluye todos los elementos de los conjuntos A y B sin duplicados, es decir, toma todos los elementos que pertenecen a al menos uno de los conjuntos. En este caso, se incluyen los números del 1 al 6.

Operaciones Combinadas
Ejemplo 1

- Paso 2: Intersección de conjuntos (B ∩ C) Realizamos la intersección de los conjuntos B y C para obtener los elementos que son comunes a ambos conjuntos.
- B ∩ C = {4, 5, 6}
- La intersección de conjuntos (B ∩ C) selecciona los elementos que son comunes a ambos conjuntos B y C. En este caso, los elementos comunes son 4, 5 y 6.

Operaciones Combinadas
Ejemplo 1

- Paso 3: Resta de conjuntos $(A \cup B) - (B \cap C)$ Restamos el conjunto obtenido en el Paso 2 del conjunto obtenido en el Paso 1 para obtener los elementos que pertenecen a $(A \cup B)$ pero no a $(B \cap C)$.
- $(A \cup B) - (B \cap C) = \{1, 2, 3\}$
- Por lo tanto, el conjunto D es igual a $\{1, 2, 3\}$.
- al restar $(B \cap C)$ del conjunto $(A \cup B)$, se excluyen los elementos que son comunes a ambos conjuntos. Por lo tanto, se eliminan los números 4, 5 y 6 del conjunto resultante.

Operaciones Combinadas
Ejemplo 1

- El resultado final es el conjunto D = {1, 2, 3}, que contiene los elementos que pertenecen a (A ∪ B) pero no a (B ∩ C). Estos son los números 1, 2 y 3.
- Recuerda que el orden de las operaciones importa. En este caso, realizamos primero la unión y luego la intersección y la resta. Al combinar diferentes operaciones entre conjuntos, podemos obtener conjuntos resultantes con diferentes elementos y propiedades.

Operaciones Combinadas Ejemplo 2

- Supongamos que tenemos los siguientes conjuntos:
- $A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{3, 4\}$
- Queremos calcular el resultado de la expresión:
- $D = (A \times B) \, \Delta \, (B \times C)$

Operaciones Combinadas Ejemplo 2

Paso 1: Calculamos el producto cartesiano entre A y B: A × B = {(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)}

Paso 2: Calculamos el producto cartesiano entre B y C: B × C = {(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)}

Paso 3: Calculamos la diferencia simétrica entre (A × B) y (B × C): (A × B) Δ (B × C) = ((A × B) ∪ (B × C)) - ((A × B) ∩ (B × C))

Operaciones Combinadas Ejemplo 2

Paso 4: Resolvemos la unión entre $(A \times B)$ y $(B \times C)$: $(A \times B) \cup (B \times C) = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

Paso 5: Resolvemos la intersección entre $(A \times B)$ y $(B \times C)$: $(A \times B) \cap (B \times C) = \{(2, 3)\}$

Paso 6: Calculamos la diferencia entre la unión y la intersección obtenidas en los pasos anteriores: $((A \times B) \cup (B \times C)) - ((A \times B) \cap (B \times C)) = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

Operaciones Combinadas Ejemplo 2

Conclusión: El resultado de la expresión (A × B) Δ (B × C) es el conjunto {(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)}. A través de la combinación del producto cartesiano y la diferencia simétrica, hemos obtenido un conjunto que contiene todos los pares ordenados que pertenecen a A × B pero no a B × C, y viceversa.

Recuerda que el producto cartesiano genera pares ordenados entre los elementos de dos conjuntos, mientras que la diferencia simétrica calcula los elementos que están en uno de los conjuntos pero no en ambos.

Operaciones Combinadas **Ejemplo 3**

- Supongamos que tenemos los siguientes conjuntos:
- A = {1, 2, 3, 4} B = {3, 4, 5} C = {4, 5, 6, 7}
- Y queremos encontrar el resultado de la expresión:
- $D = (A \cup B) \cap (A \cap C')'$

Operaciones Combinadas Ejemplo 3

Paso 1: Comenzamos con el complemento de C. Como C = {4, 5, 6, 7}, su complemento es el conjunto universal menos C: C' = {1, 2, 3}

Paso 2: Calculamos el complemento de C': (C')' = Universal - {1, 2, 3} = {4, 5, 6, 7}

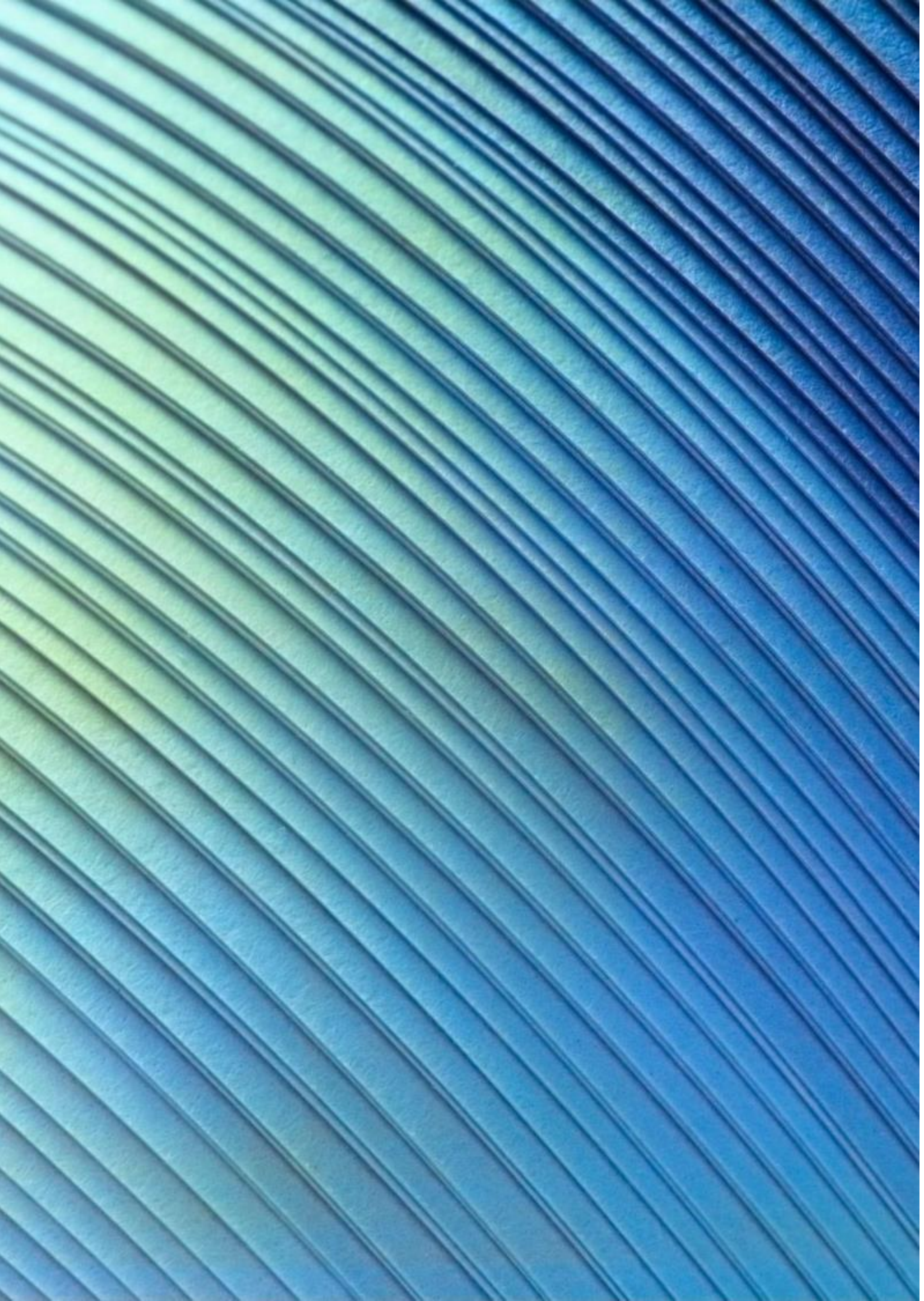
Paso 3: Ahora, resolvemos la intersección de A y C': A ∩ C' = {1, 2, 3} ∩ {4, 5, 6, 7} = {}

Operaciones Combinadas
Ejemplo 3

Paso 4: A continuación, resolvemos la unión de A y B: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Paso 5: Tomamos el complemento de la unión anterior: $(A \cup B)' = \text{Universal} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{\}$

Paso 6: Finalmente, calculamos la intersección entre $(A \cup B)'$ y $(A \cap C')'$: $D = \{\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{\}$



Operaciones Combinadas Ejemplo **3**

Conclusión: El resultado de la expresión $(A \cup B) \cap (A \cap C')'$ es el conjunto vacío {}. A través de la resolución paso a paso, hemos demostrado cómo combinar las operaciones de unión, intersección, diferencia y complemento para obtener el resultado deseado.

Recuerda que es importante seguir el orden de las operaciones y aplicar las leyes y propiedades de los conjuntos correctamente para obtener el resultado correcto.

Operaciones Combinadas. **Ejemplo 4**

- **A= {1,2,3,4}; B= {3,4,5,6} C= {4,5,6,7}**
  - **AUB = {1,2,3,4,5,6}**
  - **A ∩ B= {3,4}**
  - **A-B= {1,2}**
  - **B-A = { 5,6}**
  - **BUC = {3,4,5,6,7}**
  - **AUBUC = {1,2,3,4,5,6,7}**
  - **A-C = {1,2}**
  - **C-A = {7}**
  - **A ∩ C = {4}**
  - **A Δ C = (A-C) U (C-A)**
  - **A Δ C = {1,2,7}**
  - **AXB = {(1,3), (1,4), (1,5), (1,6),(2,3), (2,4), (2,5), (2,6),(3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}**
  - **AxC = {(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7)}**
  - **|A| = 4**
  - **|C| = 4**
  - **|AxC | = |A| X |C|**
  - **|AxC | = 4 X 4 = 16**