



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN

Ing. María Heras. Msc



Ecuaciones cuadráticas: Definición y características

Una ecuación cuadrática es una ecuación polinómica de segundo grado. Se caracteriza por la presencia de un término cuadrático (x^2), un término lineal (x) y un término constante. Las ecuaciones cuadráticas se representan generalmente en la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a , b y c son coeficientes constantes y $a \neq 0$.



Método de factorización

Este método se basa en expresar la ecuación cuadrática como el producto de dos factores lineales. Para ello, se buscan dos números que sumen el coeficiente del término lineal (b) y cuyo producto sea igual al coeficiente del término constante (c). Los factores lineales se obtienen al igualar cada factor a cero y resolver las ecuaciones resultantes.

1

Ejemplo

$$\begin{aligned}x^2 + 5x + 6 &= 0 \\(x+2)(x+3) &= 0 \\x+2=0 \quad x+3=0 \\x=-2 \quad x=-3\end{aligned}$$

$x^2 + 5x + 6 = 0$ Se busca dos números que sumen 5 y que multiplicados den 6. Estos números son 2 y 3, ya que $2 + 3 = 5$ y $2 \times 3 = 6$. Entonces, la ecuación se puede factorizar como $(x + 2)(x + 3) = 0$. Al igualar cada factor a cero, obtenemos las soluciones $x = -2$ y $x = -3$.

Ejemplos de resolución por factorización

Factorizar la ecuación $x^2 - 9 = 0$. La ecuación se puede factorizar como $(x + 3)(x - 3) = 0$. Al igualar cada factor a cero, obtenemos las soluciones $x = -3$ y $x = 3$.

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$x = 3$$



Método de completar el cuadrado

Este método consiste en manipular la ecuación cuadrática para convertirla en un trinomio cuadrado perfecto. Para ello, se divide la ecuación por el coeficiente del término cuadrático (a), se divide el coeficiente del término lineal (b) entre 2 y se eleva al cuadrado el resultado. Luego, se suma y se resta el cuadrado obtenido al lado izquierdo de la ecuación, completando así el cuadrado perfecto. Se obtiene una ecuación de la forma $(x + h)^2 = k$. Se resuelve la ecuación resultante tomando la raíz cuadrada de ambos lados y despejando x.

1

Paso 1

Dividir la ecuación por el coeficiente del término cuadrático.

2

Paso 2

Dividir el coeficiente del término lineal entre 2 y elevar al cuadrado el resultado.

3

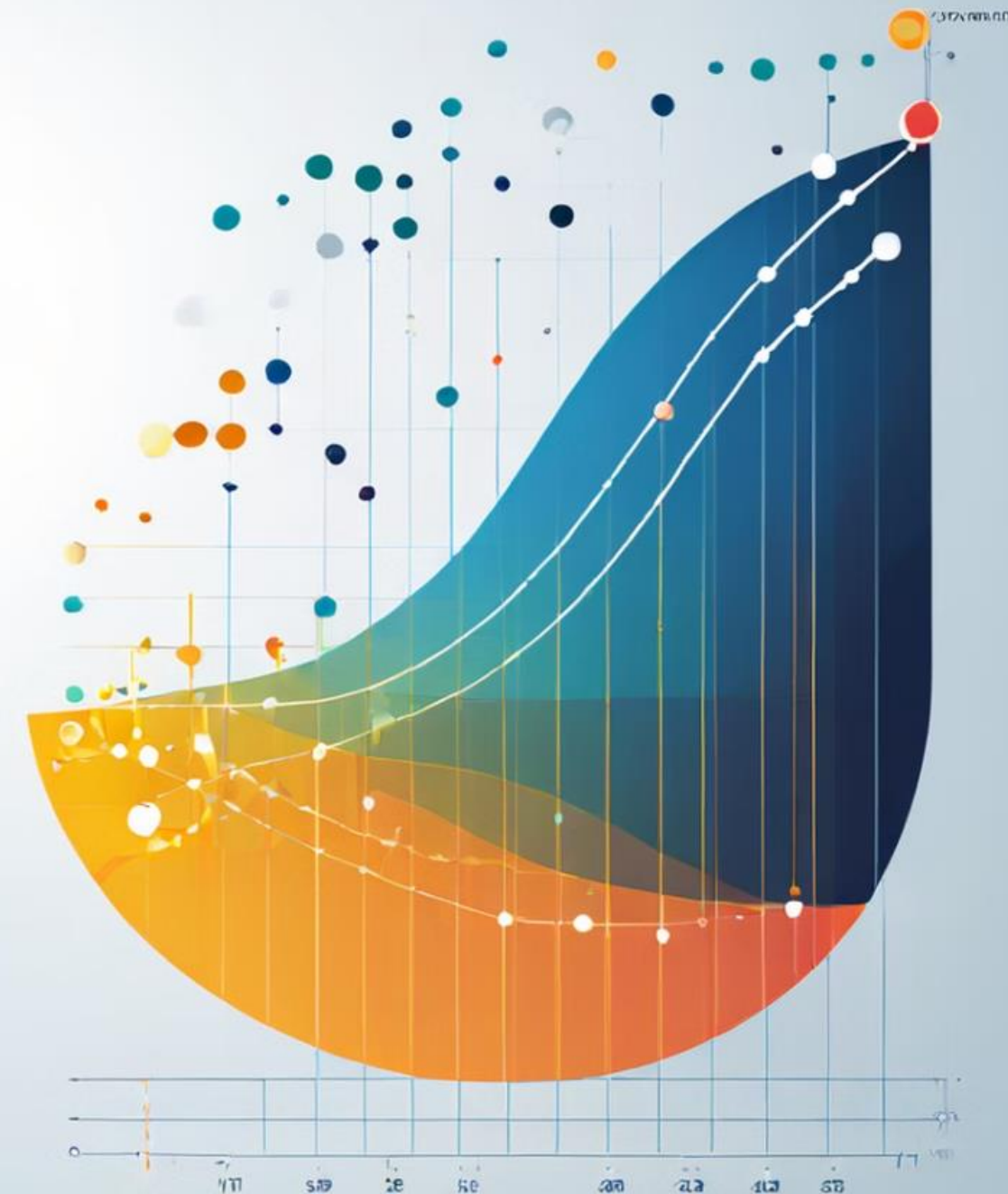
Paso 3

Sumar y restar el cuadrado obtenido al lado izquierdo de la ecuación.

4

Paso 4

Resolver la ecuación resultante.



Ejemplos de resolución por completar el cuadrado

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x^2 + 6x + 5 = 0) / 1$$

$$(x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 5 = \left(\frac{6}{2}\right)^2)$$

$$(x^2 + 6x + 9) + 5 - 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 4 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 4$$

$$(x + 3) = \pm \sqrt[2]{4}$$

$$(x + 3) = \pm 2$$

$$X1 = +2 - 3$$

$$X2 = -2 - 3$$

$$X1 = -1$$

$$X2 = -5$$

Paso 1

Dividir la ecuación por el coeficiente del término cuadrático a.

Paso 2

Dividir el coeficiente del término lineal b entre 2 y elevar al cuadrado el resultado.

Paso 3

Sumar y restar el cuadrado obtenido al lado izquierdo de la ecuación.



Método de la fórmula general

La fórmula general es una fórmula que permite encontrar las soluciones de cualquier ecuación cuadrática. Esta fórmula se obtiene al resolver la ecuación cuadrática general $ax^2 + bx + c = 0$ por el método de completar el cuadrado. La fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Se sustituyen los valores de los coeficientes a , b y c en la fórmula y se resuelve la ecuación. Esta fórmula es muy útil cuando los coeficientes de la ecuación son números complejos o cuando el método de factorización no es posible.

Ejemplo

$x^2 - 4x + 3 = 0$. Sustituyendo los valores en la fórmula general, obtenemos: $x = \frac{4 \pm \sqrt{((-4)^2 - 4 \times 1 \times 3)}}{2 \times 1}$. Simplificando, obtenemos $x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$. Por lo tanto, las soluciones de la ecuación son $x = 1$ y $x = 3$.

Ejemplos de resolución por fórmula general



Paso 1

Sustituir los valores de los coeficientes a, b y c en la fórmula general.

Paso 2

Resolver la ecuación resultante.

Paso 3

Simplificar la respuesta.

Escribe aquí la ecuación. Resolver la ecuación $2x^2 + 5x - 3 = 0$ por el método de la fórmula general. Sustituyendo los valores de los coeficientes $a = 2$, $b = 5$ y $c = -3$ en la fórmula general, obtenemos $x = (-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times -3}) / (2 \times 2)$. Simplificando, obtenemos $x = (-5 \pm \sqrt{49}) / 4$. Por lo tanto, las soluciones de la ecuación son $x = 1/2$ y $x = -3$.

1

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$
$$x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$a = 2$$
$$b = 5$$
$$c = -3$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{4}$$
$$x_2 = \frac{-5 - 7}{4}$$

$$x_1 = 1/2$$
$$x_2 = -3$$

Ecuaciones con operaciones

1

$$\frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3(x - 5)$$

$$\frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3x - 15$$

$$\frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} - 3x + 15 = 0$$

$$\frac{x^2 - 3x - 18x + 90}{6} = 0$$

$$x^2 - 21x + 90 = 0$$

$$x^2 - 21x + 90 = 0 \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = -21 \\ c = 90 \end{matrix}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4(1)(90)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 360}}{2}$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{21 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{21 + 9}{2} \qquad x_1 = 15$$

$$x_2 = \frac{21 - 9}{2} \qquad x_2 = 6$$

Bibliografía

- Álgebra elemental moderna. Gonzalez M.O Editorial Kapelusz
- Baldor, A. (2001). *Álgebra de Baldor*. Grupo Editorial Patria.