

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN



Lógica Matemática

La lógica matemática es un lenguaje fundamental que nos permite reconocer la validez de una argumentación, así como también nos proporciona las herramientas de razonamiento necesarias para elaborar demostraciones irrefutables y convincentes. Es una herramienta esencial en diversas áreas, desde las ciencias computacionales hasta la filosofía.

La lógica matemática es el estudio de los métodos y principios del razonamiento válido. Esta disciplina nos proporciona un lenguaje preciso para expresar y analizar argumentos, permitiendo determinar la veracidad o falsedad de las conclusiones.



Generalidades de la Lógica Matemática

Proposición

Una proposición es una unidad semántica (oración) que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas a la vez.

Por ejemplo, "El cielo es azul" es una proposición verdadera, mientras que "La Tierra es plana" es una proposición falsa.

Usualmente las primeras letras del alfabeto se usan para representar proposiciones.

a: 5 es un número primo

b: $17+38=52$

c: Quito es la capital de Ecuador

Oraciones que no son proposiciones

Lava los trastes

Apurate

Calmate

Como estas?

$X+8=9$

Mañana se acaba el mundo

Elementos Fundamentales de la Lógica

Valor de Verdad

Cada proposición tiene un valor de verdad, ya sea verdadero o falso, que determina su veracidad.

Notación

Se representan por las primeras letras minúsculas del alfabeto.

Tabla de Verdad

Las tablas de verdad es una representación de los posibles valores de verdad que podría tomar una proposición.

a
0
1

a	b
0	0
0	1
1	0
1	1

a	b	c
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Operadores Lógicos

Negación (\neg, \sim) (No)

Sea a una proposición, la negación de a , representada simbólicamente por $\neg a$, es una nueva proposición, cuyo valor de verdad está dado por la siguiente tabla de verdad:

La negación invierte el valor de verdad de una proposición. Si una proposición es verdadera, su negación es falsa, y viceversa.

a	$\neg a$
0	1
1	0

Conjunción (\wedge) (Y)

La conjunción combina dos proposiciones, siendo verdadera solo si ambas proposiciones son verdaderas. En español, la conjunción copulativa se presenta con los términos gramaticales: “y”, “pero”, “mas”, y signos de puntuación como: la coma, el punto, y el punto y coma.

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Operadores Lógicos

Disyunción (\vee) (O)

Sean a y b proposiciones, la disyunción entre a y b , representada simbólicamente por $a \vee b$, es una nueva proposición, cuyo valor de verdad está dado por la siguiente tabla de verdad:

La proposición resultante será falsa solamente cuando el valor de verdad de ambas proposiciones es falso.

a	b	$a \vee b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Disyunción exclusiva (\oplus) (O)

Sean a y b proposiciones, la disyunción exclusiva entre a y b , representada simbólicamente por $a \oplus b$, es una nueva proposición, cuyo valor de verdad está dado por la siguiente tabla de verdad. La proposición resultante será verdadera cuando solamente una de ellas sea verdadera.

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Operadores Lógicos

Conjunción negativa $\neg(\wedge)$. (Ni)

La conjunción negativa, también conocida como negación de la conjunción, es verdadera solo si al menos una de las proposiciones es falsa. Representada por el símbolo $\neg(\wedge)$.

a	b	$a\neg(\wedge)b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Operadores Lógicos

Condicional (\rightarrow) (Entonces)

Sean a y b proposiciones, la condicional entre a y b , representada simbólicamente por $a \rightarrow b$, es una nueva proposición, cuyo valor de verdad está dado por la siguiente tabla de verdad:

a	b	$a \rightarrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

El condicional, denotado por el símbolo " \rightarrow ", es falso solo si la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa.

"si a , entonces b ", "a sólo si b ", "a solamente si b ", "b si a ", "si a , b ", "b con la condición de que a ", "b cuando a ", "b siempre que a ", "b cada vez que a ", "b ya que a ", "b debido a que a ", "b puesto que a ", "b porque a ", "se tiene b si se tiene a ", "sólo si b , a ", "b, pues a ", "cuando a , b ", "los a son b ", "a implica b ", o cualquier expresión que denote causa y efecto.

Bicondicional (\leftrightarrow) (Si solo si)

Sean a y b proposiciones, la bicondicional entre a y b , representada simbólicamente por $a \leftrightarrow b$, es una nueva proposición, cuyo valor de verdad está dado por la siguiente tabla de verdad:

a	b	$a \leftrightarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Denotado por el símbolo " \leftrightarrow ", es verdadero solo si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

Ley de signos.

Operadores Lógicos

Comprendiendo los Operadores Lógicos



Proposiciones Simples y Compuestas

1

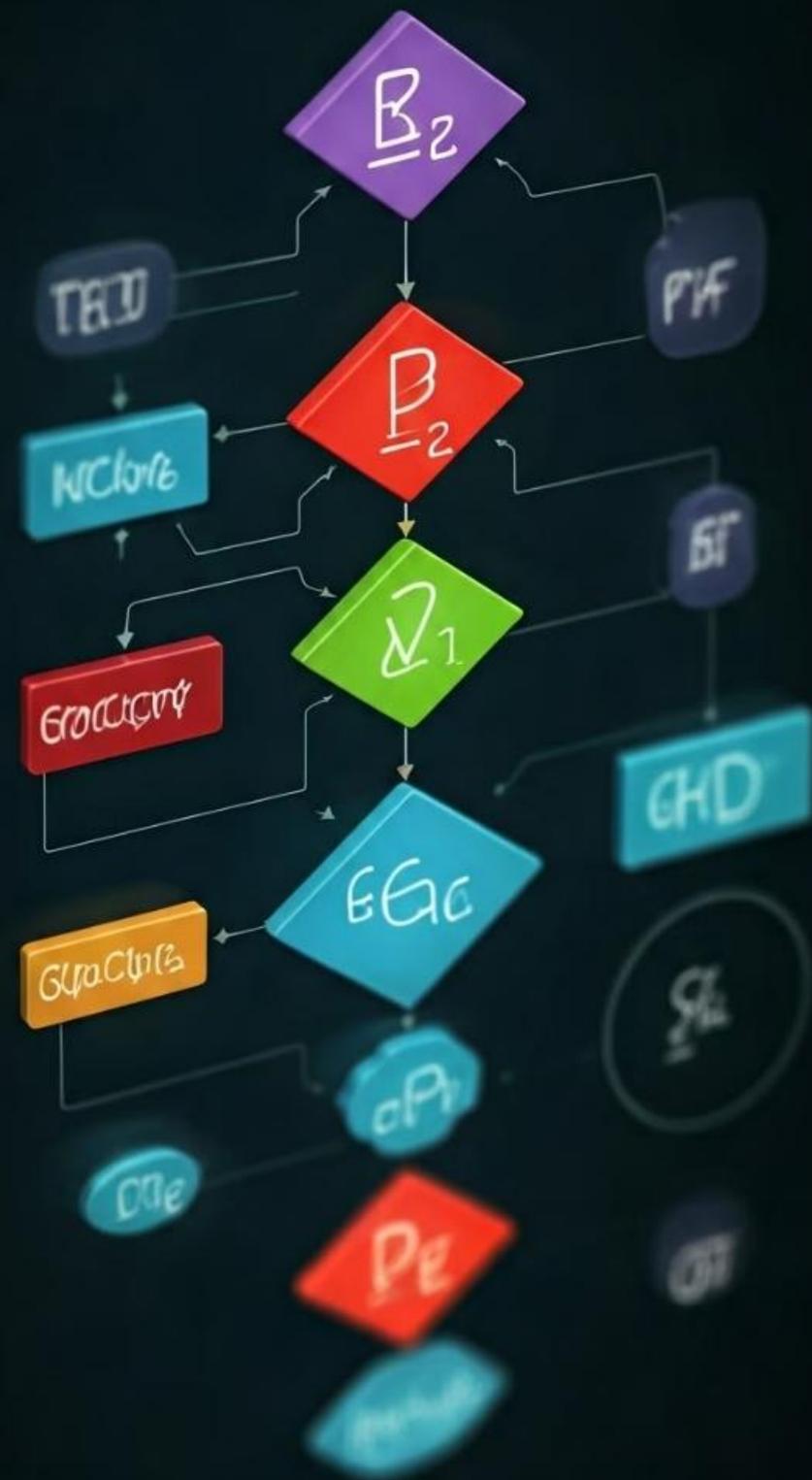
Proposiciones Simples

Una proposición simple es una afirmación que no contiene ninguna otra proposición dentro de ella. No puede ser descompuesta en proposiciones más pequeñas. Ejemplos: "El sol es una estrella", "El cielo es azul".

2

Proposiciones Compuestas

Una proposición compuesta es una afirmación formada por dos o más proposiciones simples unidas por operadores lógicos. Ejemplos: "El sol es una estrella y la Tierra es redonda", "Si llueve, entonces la calle está mojada".



Orden de los Operadores Lógicos

1

Negación (\neg)

El operador de negación tiene la mayor prioridad.

2

Conjunción (\wedge) y Disyunción (\vee)

Tienen la misma prioridad, evaluándose de izquierda a derecha.

3

Condicional (\rightarrow) y Bicondicional (\leftrightarrow)

Tienen la misma prioridad, evaluándose de izquierda a derecha.

El orden de los operadores determina la forma en que se evalúan las expresiones lógicas. Si no se especifica el orden de evaluación, se utiliza el orden de prioridad establecido.



Cálculo Proposicional: Fundamentos de la Lógica

1

Lenguaje

Conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para formar proposiciones.

2

Sintaxis

Estructura y reglas gramaticales que determinan las proposiciones válidas.

3

Semántica

Interpretación de las proposiciones y su significado.

4

Inferencia

Deducción de nuevas proposiciones a partir de otras conocidas.

El Arte de las Tablas de Verdad

Construcción

Representa todas las combinaciones posibles de valores de verdad.

Evaluación

Determina el valor de verdad de una proposición compuesta.

Aplicación

Esencial para comprender el comportamiento de expresiones lógicas.

INPUT	OIR	ORI	NOT	XOR
ALB	≅ 155	231	3.50	3.57
AND	≅ 375	336	2.30	3.45
4.LB	≅ 345	436	2.20	2.25
7.LB	≅ 455	395	2.30	2.56
7.ND	≅ 200	995	2.36	2.68
AND	≅ 415	180	1.69	3.55
7.NB	≅ 355	160	3.25	3.15
7.LB	≅ 355	365	3.25	7.95
7.TB	≅ 355	255	4.16	7.45
7.LB	≅ 255	366	3.30	3.36

Tablas de Verdad: Visualización de la Lógica

Las tablas de verdad son herramientas esenciales en la lógica matemática. Representan visualmente las relaciones entre proposiciones, mostrando el valor de verdad de las proposiciones compuestas en función de los valores de verdad de las proposiciones simples.

p	q	r	$p \wedge q$	$\neg p$	$r \vee \neg p$	$[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee \neg p)]$	A
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

Proceso para Evaluar Expresiones Lógicas



Pasos

1. Identificar variables proposicionales.
2. Numero de combinaciones $C = 2^n$, donde n es el número de variables proposicionales
3. Asignar verdaderos y falsos siempre en mitades, es decir si en total son 8 combinaciones colocaremos 4 V y 4 F, en la siguiente 2 V y 2 F y así sucesivamente.
4. Hallar valores de verdad, aplicando el orden de operadores.



Tautologías, Contradicciones y Contingencias



Tautologías

Siempre verdaderas, sin importar los valores de sus componentes.



Contradicciones

Siempre falsas, sin importar los valores de sus componentes.



Contingencias

Pueden ser verdaderas o falsas, dependiendo de los valores.

Implicación Lógica



Premisa

Una proposición que se asume como verdadera.

Conclusión

Una proposición que se deduce a partir de la premisa.

Implicación

La relación entre la premisa y la conclusión.

La implicación lógica establece que si la premisa es verdadera, entonces la conclusión también debe ser verdadera. Representada por el símbolo " \rightarrow ".





Equivalencia Lógica



Equivalencia Material

Dos proposiciones son materialmente equivalentes si tienen el mismo valor de verdad en todos los casos posibles.



Equivalencia Lógica

Dos proposiciones son lógicamente equivalentes si tienen el mismo valor de verdad en cualquier interpretación de sus variables proposicionales.

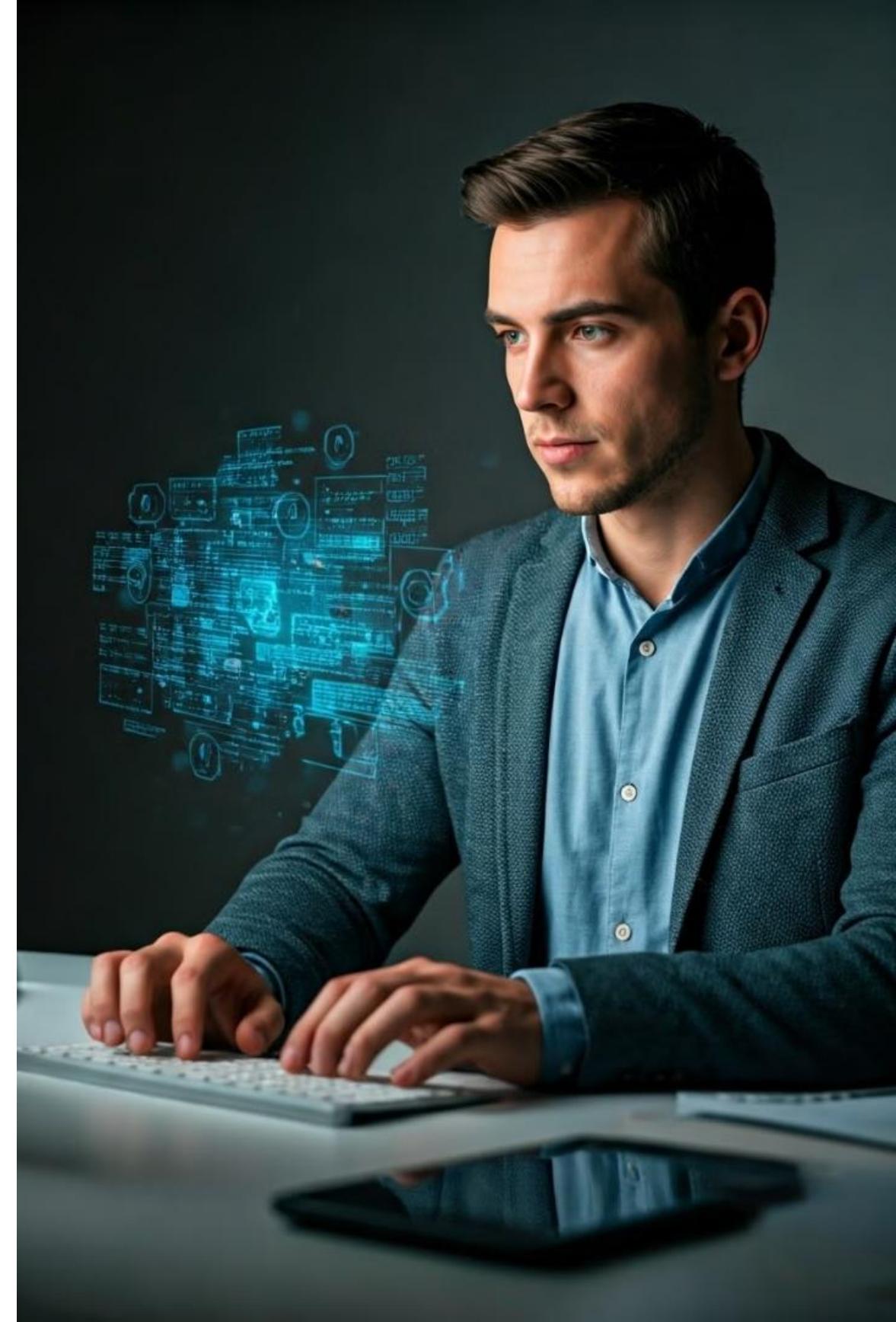


Equivalencia por Tautología

Dos proposiciones son equivalentes por tautología si su bicondicional es una tautología.

Razonamiento en Lógica Matemática

- 1 Premisas**
Afirmaciones que se consideran verdaderas.
- 2 Inferencia**
Proceso de deducción de conclusiones.
- 3 Conclusión**
Nueva proposición basada en las premisas.





Aplicaciones de la Lógica Matemática en el Mundo Real



Software

Verificación y
detección de errores.



IA

Sistemas expertos y
razonamiento.



Circuitos

Diseño y
optimización digital.



Bases de Datos

Consultas SQL y
optimización.



Bibliografía:

- Fundamentos de matemáticas. ESPOL. 2015
- Algebra superior. EsPOCH Galecio Salinas. 2010