

Triángulos

Ing. Alex Zavala Chávez, Msc.



Triángulos

- El triángulo es la figura plana limitada por tres rectas que se cortan dos a dos. Tiene tres lados y tres ángulos.
- Los ángulos se designan con letras mayúsculas, y los lados opuestos a los ángulos, con las mismas letras minúsculas.
- La suma de los tres ángulos es 180°



Clasificación de los triángulos

Según sus lados

Equilátero

- **Definición:**

- ✓ Tiene tres lados iguales.

- **Características:**

- ✓ Los tres ángulos son iguales, de 60° cada uno.

- ✓ Alta simetría, lo que facilita el uso en diseño de patrones y estructuras regulares.

- ✓ Frecuentemente utilizado en diseño estructural por su resistencia uniforme.

Según sus lados

Isósceles

- **Definición:**

- ✓ Tiene dos lados iguales y uno desigual.

- **Características:**

- ✓ Los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales.

- ✓ Se utiliza para diseños que requieren simetría parcial, como vigas o soportes.

Según sus lados

Escaleno

- **Definición:**

- ✓ Todos sus lados son desiguales.

- **Características:**

- ✓ No tiene ángulos iguales.

- ✓ Común en aplicaciones que necesitan geometrías asimétricas, como piezas específicas de maquinaria.

Según sus ángulos

Rectángulo

- **Definición:**

- ✓ Tiene un ángulo recto (90°).

- **Características:**

- ✓ Los otros dos ángulos son complementarios (suman 90°).
- ✓ Amplia aplicación en diseño de estructuras perpendiculares y carpintería.
- ✓ Facilita la construcción de figuras más complejas como cuadriláteros.

Según sus ángulos

Acutángulo

- **Definición:**
 - ✓ Todos sus ángulos son menores de 90° .
- **Características:**
 - ✓ Eficiente en estructuras que requieren un diseño compacto y simétrico.
 - ✓ Se utiliza para reducir esfuerzos en estructuras tridimensionales.

Según sus ángulos

Acutángulo

- **Definición:**

- ✓ Tiene un ángulo mayor de 90° .

- **Características:**

- ✓ Los otros dos ángulos son menores de 90° .

- ✓ Ideal para diseños inclinados, como techos o estructuras aerodinámicas.



Características generales en el dibujo técnico

Características generales en el dibujo técnico

Estabilidad estructural

- Los triángulos son la base de estructuras estables debido a su rigidez. En diseño técnico, se emplean para garantizar que una estructura no colapse bajo fuerzas externas.

Versatilidad

- Pueden adaptarse a distintas formas y escalas, desde diseños arquitectónicos hasta piezas mecánicas.

Uso en sistemas de referencia

- Los triángulos se utilizan para crear sistemas de coordenadas y referencias, como en la triangulación, que es esencial para topografía y diseño CAD.



Aplicaciones en el dibujo técnico

Aplicaciones en el dibujo técnico

Diseño de soportes y estructuras

- En estructuras arquitectónicas, como puentes y techos, los triángulos distribuyen de manera uniforme las fuerzas.

Creación de bocetos y patrones

- Los triángulos son esenciales para dividir superficies en secciones uniformes o para calcular áreas y dimensiones.

Aplicaciones en el dibujo técnico

Proyección y perspectiva

- Los triángulos se utilizan en métodos de proyección (isométrica, ortogonal) para representar objetos en 3D sobre planos 2D.

Herramientas de dibujo técnico

- Instrumentos como las escuadras (de 45° y de $30^\circ\text{-}60^\circ$) se basan en triángulos para facilitar el trazado de líneas rectas y ángulos específicos.

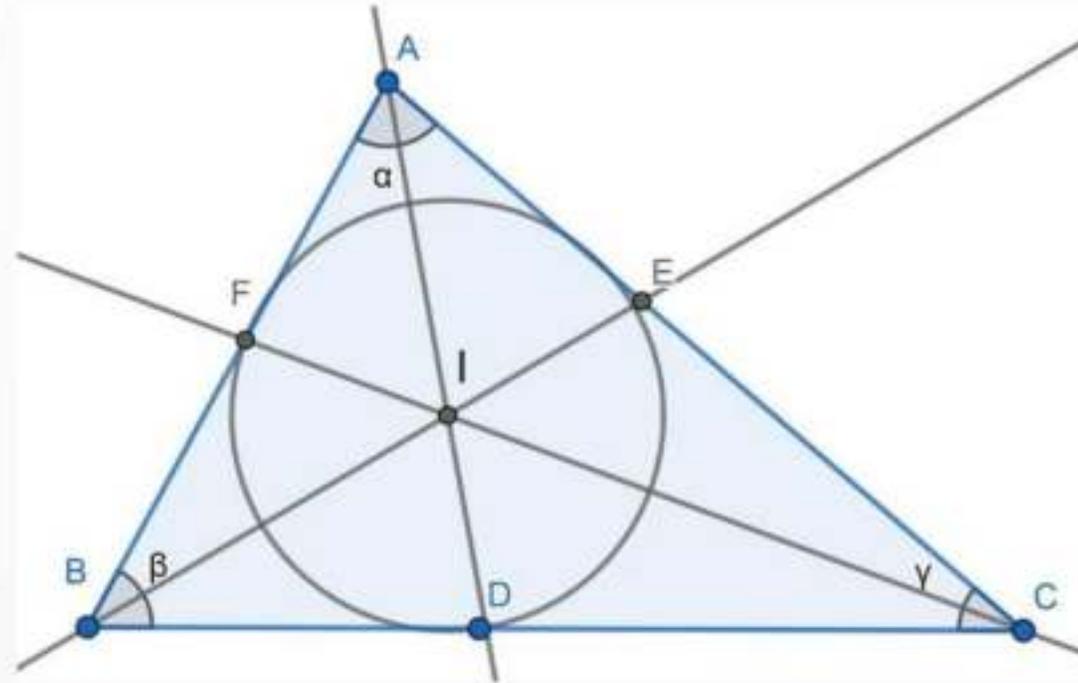


Líneas y puntos notables de un triángulo

Líneas notables de un triángulo

Bisectrices:

- Dividen los ángulos del triángulo en dos partes iguales.
- Se intersecan en el incentro.



Puntos notables de un triángulo

Incentro

- **Propiedades:**

- ✓ Es el centro de la circunferencia inscrita, la cual es tangente a los tres lados del triángulo.
- ✓ Siempre se encuentra dentro del triángulo.

- **Aplicaciones:**

- ✓ En diseño técnico, se utiliza para maximizar áreas internas útiles dentro de un límite triangular.
- ✓ Útil en arquitectura para diseñar espacios equidistantes a los lados.

Puntos notables de un triángulo

Incentro

Siendo los vértices de un triángulo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, además \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} las longitudes de los lados opuestos de los vértices A , B , C . La coordenada del incentro (x_0, y_0) serían:

$$x_0 = \frac{\bar{A} * x_1 + \bar{B} * x_2 + \bar{C} * x_3}{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}$$

$$y_0 = \frac{\bar{A} * y_1 + \bar{B} * y_2 + \bar{C} * y_3}{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}$$

Puntos notables de un triángulo

Incentro

Siendo los vértices de un triángulo $A(x_1, y_2)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, además \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} las longitudes de los lados opuestos de los vértices A , B , C , S el área del triángulo y P el semiperímetro. El radio de la circunferencia R sería:

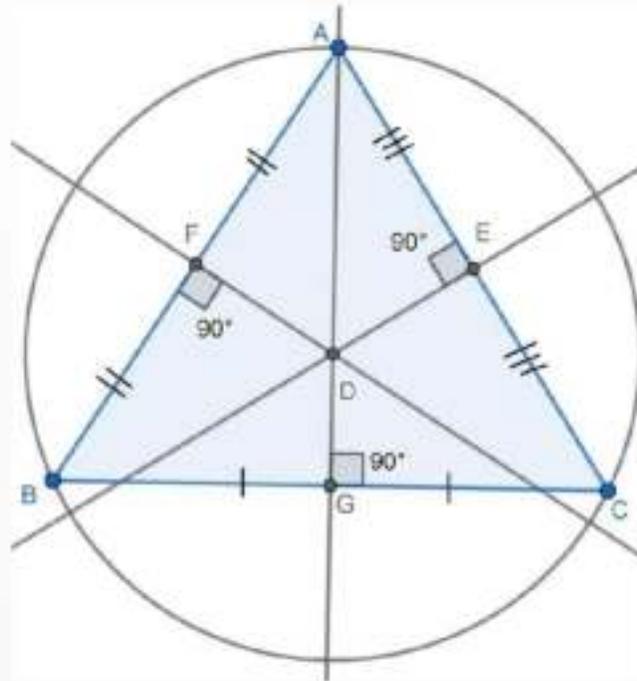
$$R = \frac{S}{P}$$

$$P = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}{2}$$

Líneas notables de un triángulo

Mediatrices:

- Rectas perpendiculares a los lados del triángulo que pasan por sus puntos medios.
- Se intersecan en el circuncentro.



Puntos notables de un triángulo

Circuncentro

- **Propiedades:**

- ✓ Es el centro de la circunferencia circunscrita, es decir, la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.
- ✓ Puede estar dentro (triángulo acutángulo), sobre (rectángulo) o fuera del triángulo (obtusángulo).

- **Aplicaciones:**

- ✓ Útil para calcular ubicaciones equidistantes de los vértices, como en la planificación de redes de distribución (como en torres de telecomunicaciones).

Puntos notables de un triángulo

Circuncentro

Siendo los vértices de un triángulo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, además \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} las longitudes de los lados opuestos de los vértices A , B , C . La coordenada del circuncentro (x_0, y_0) serían:

$$x_0 = \frac{\bar{A} * x_1 + \bar{B} * x_2 + \bar{C} * x_3}{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}$$

$$y_0 = \frac{\bar{A} * y_1 + \bar{B} * y_2 + \bar{C} * y_3}{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}$$

Puntos notables de un triángulo

Circuncentro

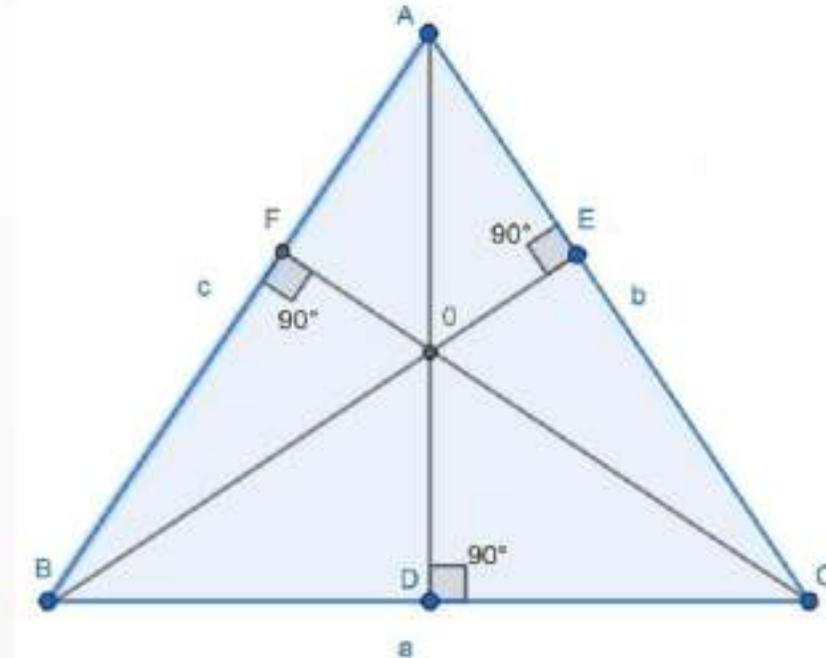
Siendo los vértices de un triángulo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, además \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} las longitudes de los lados opuestos de los vértices A , B , C , y S el área del triángulo. El radio de la circunferencia R sería:

$$R = \frac{\bar{A} * \bar{B} * \bar{C}}{4S}$$

Líneas notables de un triángulo

Alturas:

- Segmentos perpendiculares trazados desde los vértices hacia los lados opuestos.
- Se intersecan en el ortocentro.



Puntos notables de un triángulo

Ortocentro

- **Propiedades:**

- ✓ Puede estar dentro (acutángulo), sobre (rectángulo) o fuera (obtusángulo) del triángulo.

- **Aplicaciones:**

- ✓ En dibujo técnico, se utiliza para determinar direcciones perpendiculares y optimizar diseños estructurales.

Puntos notables de un triángulo

Ortocentro

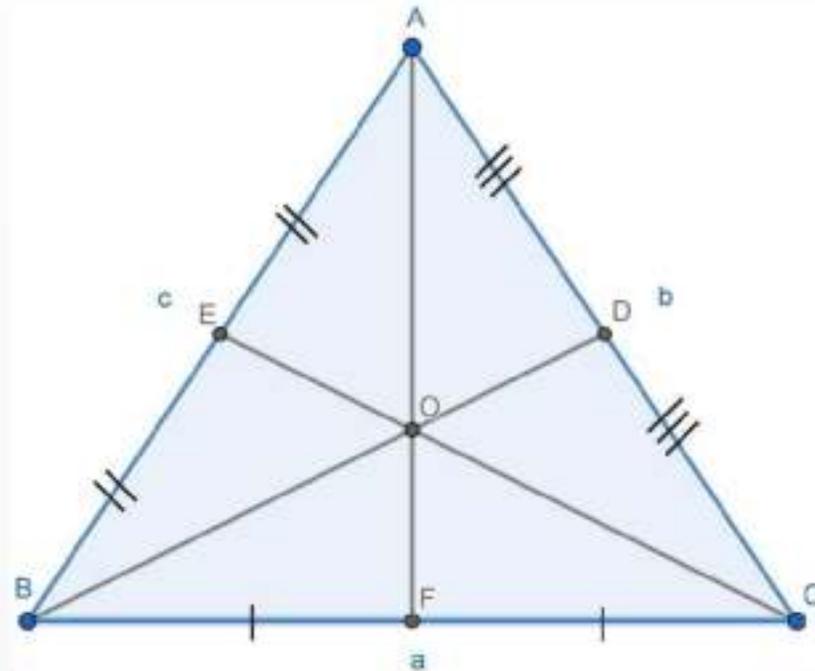
Para hallar la coordenada del ortocentro (x_0, y_0) se resuelve el sistema de ecuaciones formado por las alturas. No tiene una fórmula directa sencilla, pero en triángulos rectángulos, coincide con el vértice del ángulo recto.

Las ecuaciones de las alturas se obtienen a partir de la pendiente de los lados del triángulo y las coordenadas de sus vértices. Es decir, mediante la ecuación de la recta $y = mx + b$, sabiendo que dos pendientes perpendiculares cumplen que $m_1 * m_2 = -1$.

Líneas notables de un triángulo

Medianas:

- Unen los vértices con los puntos medios de los lados opuestos.
- Se intersecan en el baricentro.



Puntos notables de un triángulo

Baricentro

- **Propiedades:**

- ✓ Es el centro de gravedad del triángulo, es decir, el punto donde puede equilibrarse si es homogéneo.
- ✓ Divide cada mediana en dos segmentos con una relación de 2:1, siendo el segmento más largo el que está más cerca del vértice.

- **Aplicaciones:**

- ✓ Usado en diseño estructural para calcular el equilibrio y la distribución de cargas.
- ✓ En dibujo técnico, es útil para subdividir áreas o encontrar puntos de referencia internos.

Puntos notables de un triángulo

Baricentro

Siendo los vértices de un triángulo $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, la coordenada del baricentro $G(x_g, y_g)$ serían:

$$x_g = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_g = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$