

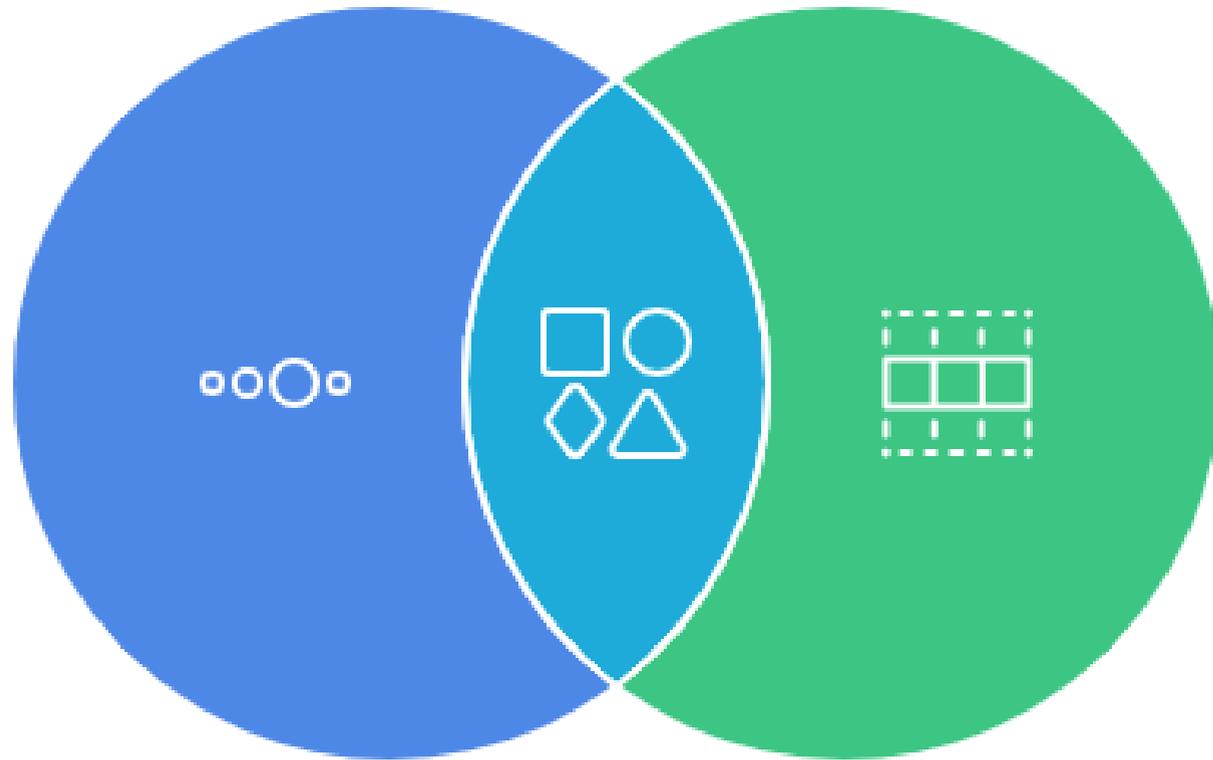


**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*Libres por la Ciencia y el Saber*

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN

# Introducción a la Teoría de Conjuntos

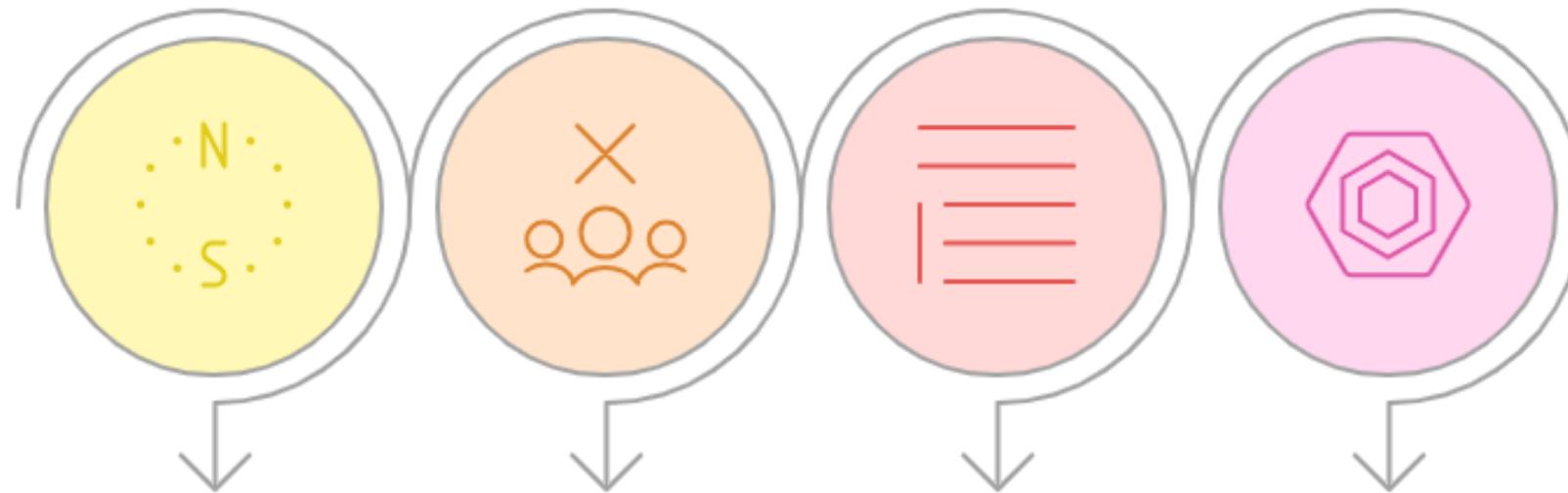


La teoría de conjuntos es una rama fundamental de las matemáticas que se encarga del estudio de colecciones de objetos, llamados conjuntos. Estos conjuntos pueden ser finitos o infinitos, y se pueden combinar y manipular de diversas maneras. En esta presentación, exploraremos los conceptos básicos de la teoría de conjuntos, incluyendo su definición, tipos, operaciones y relaciones.

# Definición de Conjunto

Un conjunto es una colección, reunión o agrupación de objetos que poseen una característica o propiedad común bien definida.

Para establecer si un objeto pertenece o no a un conjunto, debe verificarse que posea la característica o propiedad declarada por el conjunto. Es importante que esta característica no sea ambigua.



## Notación

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas, los elementos con minúsculas.

## Pertenencia

$\in$  indica pertenencia, ' $\notin$ ' indica no pertenencia.

## Extensión

Listando todos los elementos dentro del conjunto explícitamente.

## Comprensión

Definiendo una propiedad que cumplen todos los elementos.

# Clasificación de conjuntos

## 1 Conjunto Vacío

A es VACÍO si no tiene elementos. El símbolo que se utiliza para representar al conjunto vacío es  $\emptyset$ .  $N(A) = 0$

## 2 Conjunto Unitario

A es UNITARIO si tiene un único elemento.  $N(A) = 1$

## 3 Conjunto Finito

A es FINITO si tiene una cantidad finita de elementos.

## 4 Conjunto Infinito

A es INFINITO si tiene una cantidad infinita de elementos.

## 5 Conjunto Universo o Referencial

El conjunto REFERENCIAL o UNIVERSO es un conjunto que contiene todos los elementos que se desean considerar en un problema, discurso o tema, sin pretender contener todo lo que no interesa al problema. El símbolo que se utiliza para representar a este conjunto es  $Re$  o  $U$ .

### Ejemplo

Si estamos trabajando con el conjunto de los números naturales, el conjunto referencial sería el conjunto de todos los números naturales.

# Relaciones entre Conjuntos

Existen diferentes relaciones que se pueden establecer entre conjuntos, como la igualdad, la disyunción y la intersección.



Subconjunto



Subconjunto Propio



Igualdad



Conjunto Vacío



Conjunto Universal

Relación

Descripción

Igualdad

Dos conjuntos A y B son iguales si y sólo si tienen los mismos elementos. Es decir, ambos conjuntos se contienen mutuamente.  $(A = B) \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)]$

Disyunción

Los conjuntos A y B son DISJUNTOS si y sólo si A y B no tienen elementos en común.

Intersección

Los conjuntos A y B son INTERSECANTES si y sólo si A y B tienen al menos un elemento común.

# Subconjuntos



## Subconjunto

$$(A \subseteq B) \Leftrightarrow \forall x [(x \in A) \rightarrow (x \in B)].$$

## Subconjunto Propio

$$(A \subset B) \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge \neg(A = B)]$$

# Diagramas de Venn

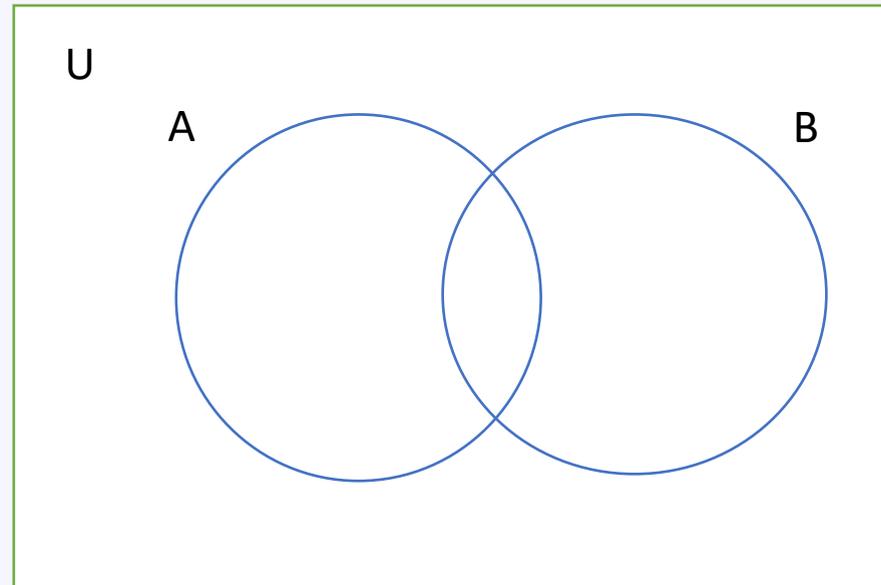
Un diagrama de Venn usa círculos que se superponen u otras figuras para ilustrar las relaciones lógicas entre dos o más conjuntos de elementos.



# Diagramas de Venn

## Intersección

Dado que los conjuntos pueden tener elementos comunes, las regiones encerradas por sus líneas límite se superponen, siendo los elementos del conjunto que pertenecen simultáneamente a ambos conjuntos conocidos como, la intersección del conjunto.

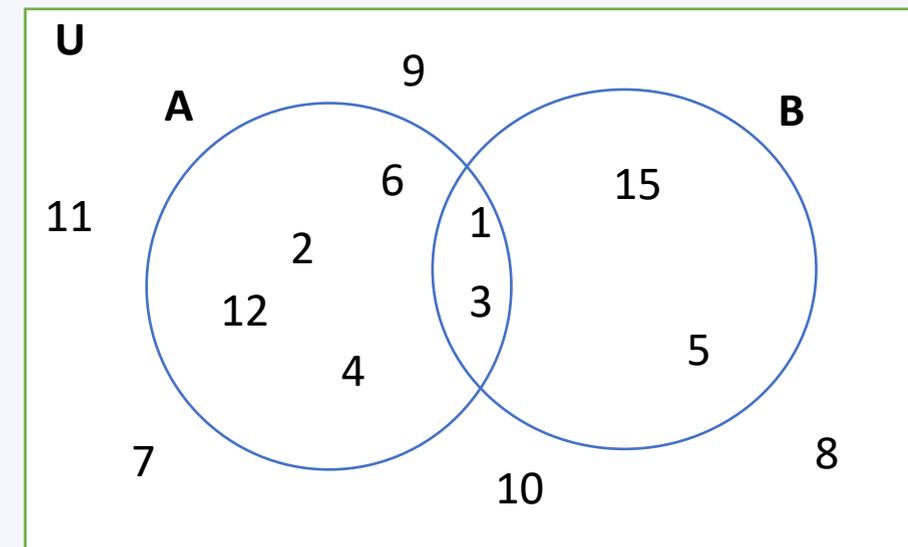


## Ejemplo

$$A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

$$B = \{1; 3; 5; 15\}$$

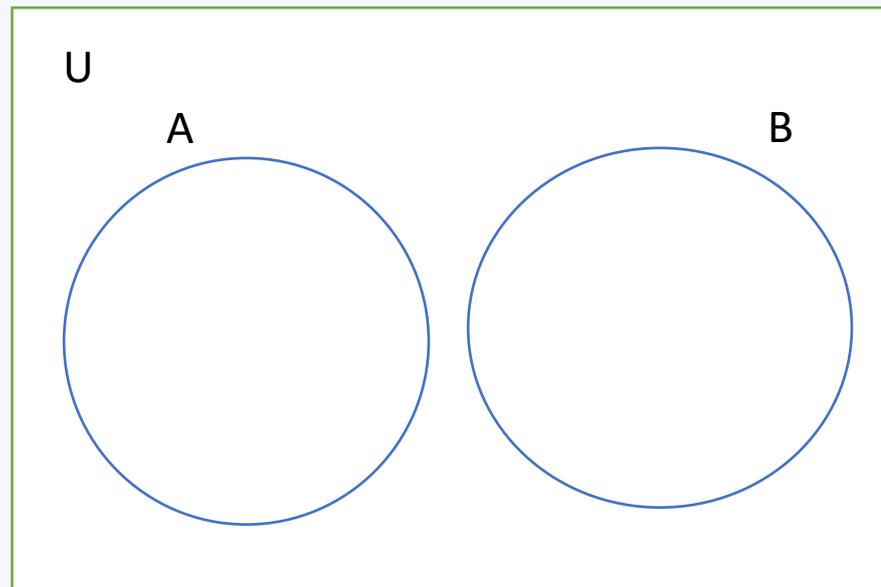
$$U = \{1,2, 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,15\}$$



# Diagramas de Venn

## Exclusión

Cuando los conjuntos no tienen elementos comunes, la región de superposición queda vacía.

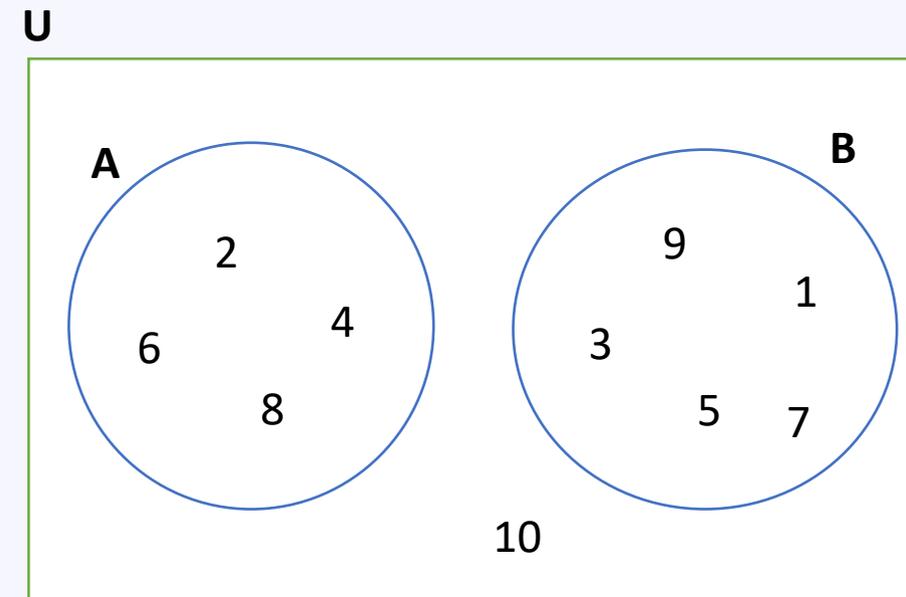


## Ejemplo:

$$A = \{2; 4; 6; 8\}$$

$$B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$$

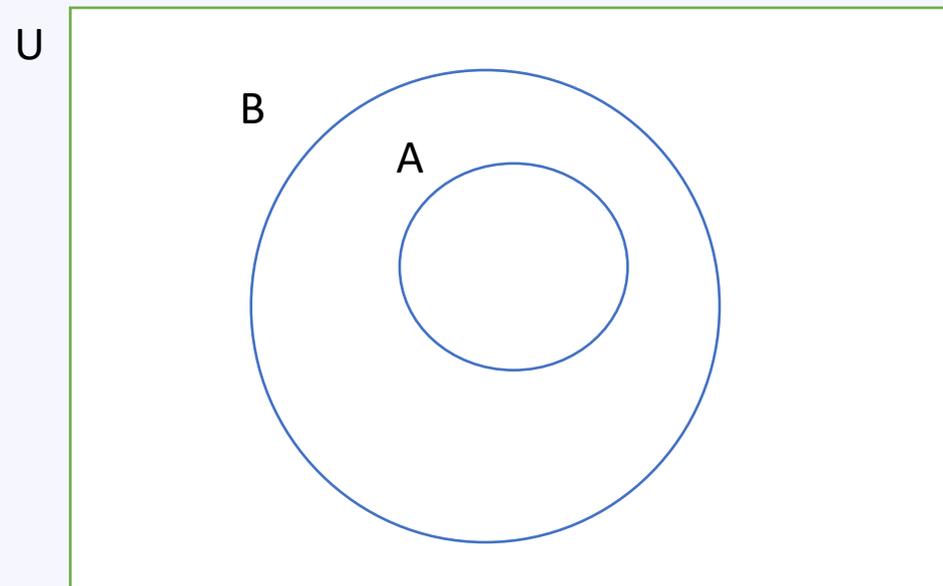
$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, 10\}$$



# Diagramas de Venn

## Inclusión

Si todos los elementos de un conjunto son parte de los elementos de otro, se dice que el primero es un subconjunto del segundo o que está incluido en el segundo. En los diagramas de Venn, todas las regiones de superposición posibles deben ser representadas.

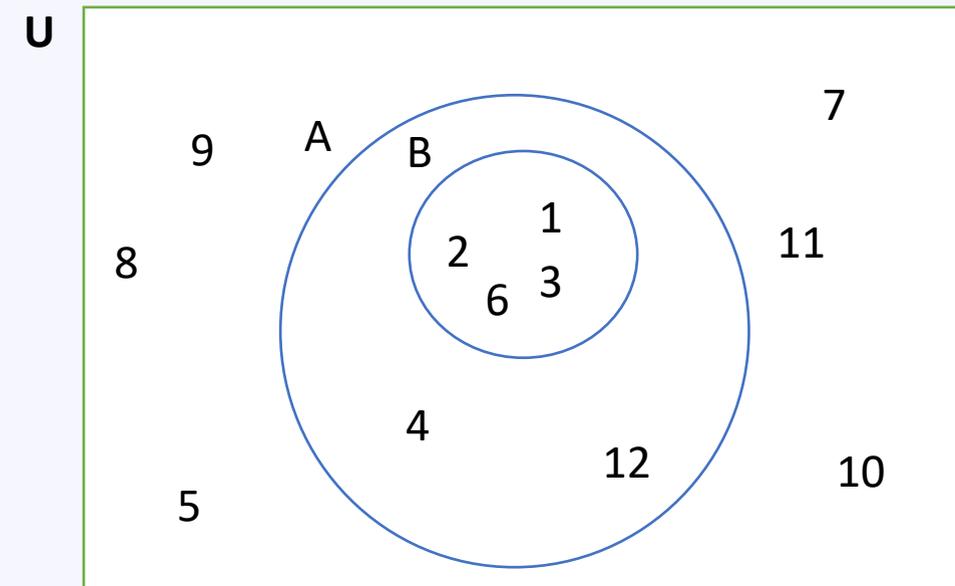


## Ejemplo

$$A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 6\}$$

$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$



# Operaciones entre Conjuntos

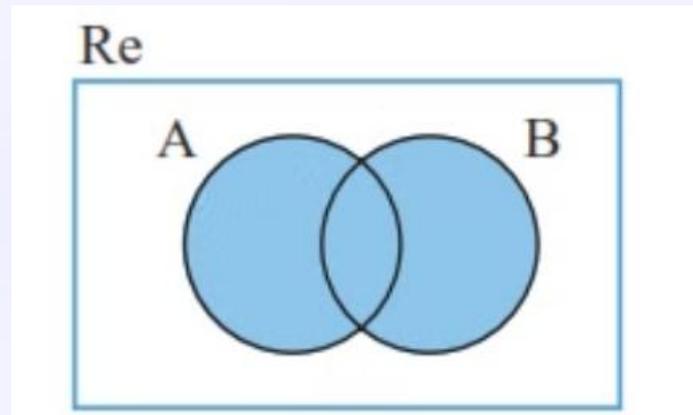
Las operaciones entre conjuntos nos permiten combinar y manipular conjuntos para crear nuevos conjuntos. Algunas de las operaciones más comunes son la unión, la intersección, la diferencia y la diferencia simétrica.



## Unión

La unión entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B. Se denota por  $A \cup B$  y se define como:

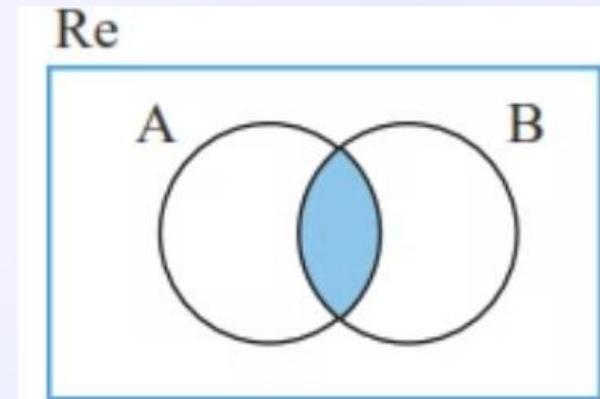
$$A \cup B = \{x / (x \in A) \vee (x \in B)\}$$



## Intersección

La intersección entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y al conjunto B. Se denota por  $A \cap B$  y se define como:

$$A \cap B = \{x / (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$



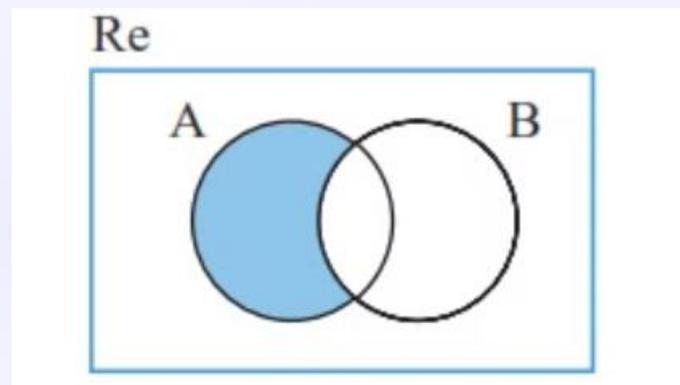
# Operaciones entre Conjuntos

Las operaciones entre conjuntos nos permiten combinar y manipular conjuntos para crear nuevos conjuntos. Algunas de las operaciones más comunes son la unión, la intersección, la diferencia y la diferencia simétrica.



## Diferencia

La diferencia entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A, pero no pertenecen al conjunto B. Se denota por  $A-B$  y se define como:  $A-B = \{x/(x \in A) \wedge \neg(x \in B)\}$

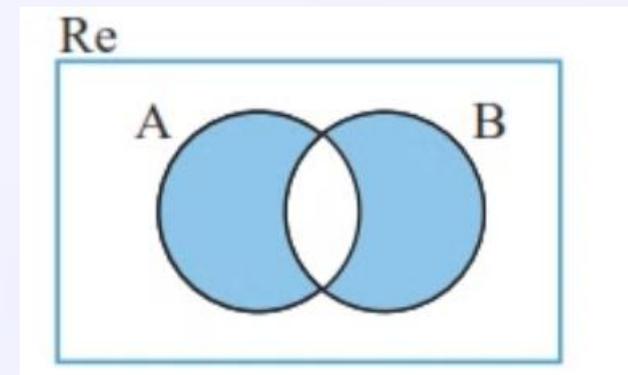


## Diferencia Simétrica

La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen o al conjunto A o al conjunto B. Se denota por  $A\Delta B$  y se define como:

$A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ , o también:

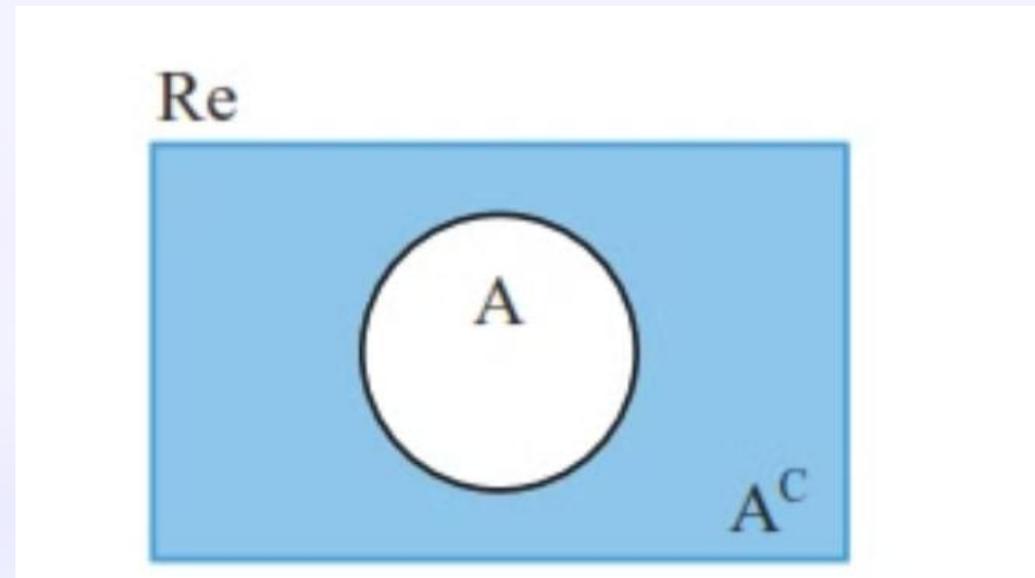
$$A\Delta B = \{x \wedge [(x \in A) \wedge \neg(x \in B)] \vee [(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}$$





## Complementación de Conjuntos

La complementación de un conjunto  $A$  es un nuevo conjunto formado por los elementos del conjunto universo que no pertenecen al conjunto  $A$ . Se denota por  $A^c$  y se define como:  $A^c = \{x / (x \in Re) \wedge \neg(x \in A)\}$



# Propiedades y leyes de conjuntos

Las operaciones entre conjuntos y algunas de sus más importantes propiedades se incluyen en las denominadas Leyes del Álgebra de Conjuntos. A continuación se presentan las de uso más frecuente:

UNIÓN		INTERSECCIÓN
$A \cup B = B \cup A$	Conmutativa	$A \cap B = B \cap A$
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	Asociativa	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
$A \cup A = A$	Idempotencia	$A \cap A = A$
$A \cup \emptyset = A$	Identidad	$A \cap Re = A$
$A \cup Re = Re$	Absorción	$A \cap \emptyset = \emptyset$

# Referencias:

- Instituto de Ciencias Matemáticas, ESPOL. (2010). "Fundamentos de Matemática para el Bachillerato". 2° Ed. Guayaquil, Ecuador. CM-ESPOL.