



# Manual para los Razonamientos: Verbal, Numérico y Abstracto

Alberto Tirado Sanabria  
Johanna Briones Franco  
Jorge Arroyo Orozco



# Manual para los Razonamientos: verbal, numérico y abstracto

Alberto Tirado Sanabria  
Johanna Briones Franco  
Jorge Arroyo Orozco

Manual para los Razonamientos:  
verbal, numérico y abstracto



Manual para los Razonamientos:  
verbal, numérico y abstracto

© Alberto Tirado Sanabria  
Johanna Briones Franco  
Jorge Arroyo Orozco

2021,  
Publicado por acuerdo con los autores.  
© 2021, Editorial Grupo Compás  
Guayaquil-Ecuador

Grupo Compás apoya la protección del copyright, cada uno de sus textos han sido sometido a un proceso de evaluación por pares externos con base en la normativa del editorial.

El copyright estimula la creatividad, defiende la diversidad en el ámbito de las ideas y el conocimiento, promueve la libre expresión y favorece una cultura viva. Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las sanciones en las leyes, la producción o almacenamiento total o parcial de la presente publicación, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisión de la misma por cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico, como químico, mecánico, óptico, de grabación o bien de fotocopia, sin la autorización de los titulares del copyright.

Obra virtual, a ser permitada por los autores.  
Impresión física de 100 ejemplares  
En los talleres APERIOS  
Abril 2021

Editado en Guayaquil - Ecuador  
Primera edición junio 2018  
Segunda edición noviembre 2019 editorial APERIOS  
Tercera edición abril 2021 editorial CÓMPAS

ISBN: 978-9942-33-393-3

Cita.

Tirado, A., Briones, J., Arroyo, J. (2021) Manual para lo razonamientos: verbal, numérico y abstracto. Editorial Grupo Compás.

<b>CONTENIDO GENERAL</b>			
<b>TEMAS</b>	<b>Página</b>	<b>TEMAS</b>	<b>Página</b>
<b>TITULO</b>	<b>01</b>	6c) 51 Ejercicios tipo prueba a opciones	69
<b>Valores de la Obra</b>	<b>02</b>	<b>7) Proporciones y fracciones</b>	73
<b>Contenido General</b>	<b>03</b>	7a) 10 Ejercicios resueltos	74
<b>Prefacio</b>	<b>05</b>	7b) 10 Ejercicios propuestos	75
<b>Al Docente</b>	<b>07</b>	7c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	77
<b>Al Estudiante</b>	<b>08</b>	<b>8) Polinomios, reglas y operaciones</b>	<b>82</b>
<b>Primera parte: Razonamiento Verbal</b>	<b>09</b>	8a) 10 Ejercicios resueltos	84
<b>1) Significancia en palabras y oraciones</b>	<b>09</b>	8b) 10 Ejercicios propuestos	86
1a) 10 Ejercicios resueltos	10	8c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	87
1b) 10 Ejercicios propuestos	12	<b>9) Planteo y solución de ecuaciones</b>	<b>92</b>
1c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	13	9a) 10 Ejercicios resueltos	94
<b>2) tipologías y funciones en las palabras</b>	<b>19</b>	9b) 10 Ejercicios propuestos	96
2a) 10 Ejercicios resueltos	20	9c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	97
2b) 10 Ejercicios propuestos	21	<b>10) Probabilidad y estadística</b>	<b>102</b>
2c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	23	10a) 10 Ejercicios resueltos	103
<b>3) Géneros y figuras de la literatura</b>	<b>28</b>	10b) 10 Ejercicios propuestos	104
3a) 10 Ejercicios resueltos	29	10c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	106
3b) 10 Ejercicios propuestos	31	<b>11) Geometría plana</b>	<b>111</b>
3c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	33	11a) 10 Ejercicios resueltos	116
<b>4) Análisis de ensayos y fragmentos literarios</b>	<b>39</b>	11b) 10 Ejercicios propuestos	118
4a) 10 Ejercicios resueltos	41	11c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	119
4b) 10 Ejercicios propuestos	43	<b>12) Funciones Trascendentes</b>	<b>124</b>
4c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	46	12a) 10 Ejercicios resueltos	127
<b>Segunda parte: Razonamiento Numérico</b>	<b>56</b>	12b) 10 Ejercicios propuestos	129
<b>5) Los números reales</b>	<b>56</b>	12c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	131
5a) 10 Ejercicios resueltos	58	<b>13) Volúmenes y sus cálculos</b>	<b>136</b>
5b) 10 Ejercicios propuestos	59	13a) 10 Ejercicios resueltos	138
5c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	61	13b) 10 Ejercicios propuestos	139
<b>6) Series y sucesiones</b>	<b>66</b>	13c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones	141
6a) 10 Ejercicios resueltos	66		
6b) 10 Ejercicios propuestos	67		

<b>CONTENIDO GENERAL</b>			
<b>TEMAS</b>	<b>Página</b>	<b>TEMAS</b>	<b>Página</b>
<b>Tercera parte: Razonamiento Abstracto</b>	<b>146</b>	<b>Respuesta a los ejercicios propuestos</b>	<b>178</b>
<b>14) Series y sucesiones de figuras</b>	<b>146</b>	Primera parte: Razonamiento Verbal	178
14a) 10 Ejercicios resueltos	147	Segunda parte: Razonamiento Numérico	179
14b) 10 Ejercicios propuestos	149	Tercera parte: Razonamiento Abstracto	181
14c) 31 Ejercicios tipo prueba a opciones	152	<b>Modelos de evaluaciones, a tiempo</b>	<b>182</b>
<b>15) Volúmenes, vistas y armados</b>	<b>159</b>	Modelo I	182
15a) 10 Ejercicios resueltos	159	Modelo II	184
15b) 10 Ejercicios propuestos	162	Modelo III	186
15c) 30 Ejercicios tipo prueba a opciones	164	<b>Respuesta de los modelos de evaluaciones</b>	<b>188</b>
<b>16) Conteo de figuras</b>	<b>171</b>	<b>Epilogo</b>	<b>189</b>
16a) 10 Ejercicios resueltos	171	<b>Referencias Consultadas</b>	<b>190</b>
16b) 10 Ejercicios propuestos	173	<b>Colofón</b>	<b>192</b>
16c) 31 Ejercicios tipo prueba a opciones	174		

## PREFACIO

El razonamiento verbal, es un conocer de importancia a la hora de comunicarnos, expresar nuestras ideas y realizar escrituras; saber sobre los sentidos de las oraciones, leídas o escritas, sobre la existencia de palabras combinadas o de aquellas que “cambian” su significado o función de acuerdo a sílabas agregadas; es un saber necesario para todo aspirante a ser estudiante universitario, luego el estudio de los diferentes géneros literarios sus análisis, los estudios y resúmenes de los llamados fragmentos literarios, son sin duda habilidades para el estudiante que aspira algún día ser un profesional de su país.

La Matemática, en los diferentes niveles de la enseñanza preuniversitaria en general, se sigue utilizando el método tradicional: donde predomina el discurso del docente y la resolución de ejercicios “tipo” que el estudiante debe realizar, con el único objetivo de adquirir el dominio del procedimiento algorítmico de la ecuación o fórmula específica, sin comprender el concepto desarrollado y sus aplicaciones; situación que se topa con la actitud de las nuevas generaciones que se caracterizan por una notable inteligencia y por su necesidad visual para el aprendizaje. La Matemática y el llamado razonamiento numérico son habilidades interesantes, a la hora de comprender que esta ciencia formal es fácil y de singular belleza, en el llamado razonamiento numérico. En este sentido, el consecuente y lógico razonamiento abstracto, cobra relevancia en estos tiempos, cuando en su esencia no es más que una matemática básica con operaciones algebraicas, hechas con figuras; en una gama de visiones, proyecciones, armados, secuencia de series y conteo de figuras, que de alguna forma “aceptada”, miden nuestras capacidades intelectuales.

De allí que se puede afirmar que contenidos verbales, numéricos y abstractos elementales como: a) el análisis literario y sus géneros, b) la noción del conjunto de números reales, su algebra básica, sus definiciones y teoremas fundamentales, c) las visiones con sus proyecciones de figuras en el plano o en el espacio; pueden ser de rechazo natural para el estudiante del bachillerato que aspira en acceder a la educación universitaria, donde pronto debe prepararse para posibles pruebas nacionales, que se supone cuantifica esta aspiración, llamada en diferentes latitudes y países como: “Ser Bachiller”, “Actitud”, “Selectividad” y “Baccalauréat”, entre muchas otras. Para esto el estudiante cuenta con: 1) sus capacidades individuales, 2) su experiencia, y 3) con una serie de cursos ofrecidos por instituciones públicas y particulares, así como de guías de problemas y pruebas pasadas de referencia, para complementar su aprendizaje.

Sin embargo, la mayoría de los folletos no cuentan con procedimientos de resolución ni respuestas para comparar los resultados producidos, tienen dispersión de los conocimientos verbales y matemáticos en lo referido al orden aceptable de la dificultad, enseñada y practicada; entonces, es el argumento de base de este manual, para la utilidad personal o en cualquier curso que realice el joven estudiante, qué es: una obra de orden lógico y profundo que abarca el contenido general de las pruebas para lograr la condición preuniversitaria llamada “Bachiller”, con modalidades de problemas resueltos, problemas propuestos para buscar su respuesta, y por supuesto los problemas tipo prueba, con sus opciones a elegir; todos ellos con su respectiva respuesta.

Esta edición consta de 16 secciones con más de 1.100 problemas, entre resueltos y propuestos, más una serie de modelos de exámenes, que el estudiante debe responder como práctica total, una vez realizada la lectura y ejercitación planteada. El manual es una obra de autodidáctica, asistida o no, por parte de todo estudiante que desee adquirir habilidades adicionales a las muchas con que se cuenta en la red y en los diferentes cursos que se ofertan en el mercado sobre el tema de esta prueba requisito para optar a la educación superior; es decir el manual es un texto de conocimientos generales y prácticos que viene a sumar actitudes.

## AL DOCENTE

Con un sentido filosófico en la práctica de la enseñanza del castellano, de la matemática o de figuras abstractas, este manual no solo ofrece un orden lógico de: el álgebra milenaria, las proyecciones de figuras, y los contenidos básicos para nuestra comunicación; sino que maneja la estrategia de la enseñanza basada en la tipología de problemas específicos de cada sección, evitando la mezcla de saberes y profundidades no requeridas a este nivel de estudio secundario. Entendiendo que el educador en el bachillerato es una especie de transición del maestro con amplitud conceptual de la secundaria, con el profesor universitario, caracterizado por ser un “facilitador” de conocimientos que da formación al futuro profesional, definido como: un joven que tiene conocimientos, experiencias y criterios propios. El Manual consta de dieciséis secciones en un orden lógico y secuencial del conocer verbal, numérico y abstracto, como habilidades necesarias para los preuniversitarios, detalladas en el contenido. Es una obra para uso del estudiante en su totalidad, y para uso docente, según su especialidad, dedicación o experiencia como profesional de la enseñanza, que busca o pretende aprendizajes en estudiantes a su cargo, como importante función social, por sus experiencias, y sus estrategias desarrolladas para la enseñanza.

Cada sección, de ser el caso, puede contar con subsecciones y problemas divididos en tres modalidades con sus respuestas, en el mejor orden de temática y dificultad. El manual en esta su segunda edición posee: 160 problemas resueltos a manera de ejemplos en todas las secciones denominadas “a”, 160 problemas propuestos a resolver sin el apoyo inmediato de las posibles respuestas, secciones “b”, pero con su resultado expresado al final, y sobre los 700 problemas propuestos con 4, 5 y hasta 6 opciones de respuesta, secciones “c”; con la intención de una variedad de posibilidades, en el pensamiento necesario a desarrollar para escoger la respuesta correcta, incluso existen las opciones: “Ninguna de Estas” o “Ninguna” con esta finalidad; es decir se evita la estandarización a un solo tipo de “Prueba”, como estrategia didáctica. La idea general no es la de abrumar al estudiante con un exceso de ejercicios, sino que el manual se pueda resolver completo en un tiempo prudencial, como meta y término personal, ante la variedad de tipologías de ejercicios seleccionadas. Además de la parte de modelos de pruebas como práctica final, a ser evaluada bajo esquemas de tiempo.

## AL ESTUDIANTE

El Manual es una guía teórica práctica conformada por dieciséis secciones que caracterizan los conocimientos fundamentales y básicos de: La literatura con su pensamiento verbal, la matemática numérica, las visiones de figuras en el plano y en el espacio; todos ellos como saberes requeridos en la educación universitaria, en una secuencia temática y lógica en orden. Con una estrategia de enseñanza general como manual práctico ante la actitud necesaria a desarrollar por el joven estudiante para las llamadas pruebas donde se logra la condición preuniversitaria de: “Bachiller”, en un índice general que expresa el contenido de la obra. Donde se recomienda seguir el orden consecuente de los temas realizando la lectura completa de cada sección, observando los problemas resueltos y resolver la mayor cantidad posible de los problemas propuestos, (con o sin opciones), como actividad: Individual, grupal, o parte de un curso relacionado. El aprendizaje mucho más allá de la pretensión de los contenidos curriculares o de estrategias de enseñanzas establecidas, será tema de estudio y discusión de los que se dedican a la filosofía como ciencias de la educación, recordemos que, en definitiva: “Es un acto individual inimitable y de difícil generalización”. Sin embargo, se puede afirmar que una buena técnica de aprender es practicar, donde este texto, te propone una variedad de problemas tipificados por sección en un buen orden de dificultad por tipologías. Para la resolución de los problemas propuestos recomiendo el estudio organizado en grupos no mayores de cinco personas, donde la discusión el debate que puede generarse y su análisis, de cada problema o situación observada, enriquece el proceso de aprendizaje de cada quien.

Ser estudiante del bachillerato implica que se ha adquirido el compromiso de aprender de las muchas asignaturas que conforman estos años de estudio, al menos una idea general, una actitud que nos lleva a la madurez necesaria para resolver o intentar resolver situaciones y problemas de la vida diaria, mediante el ingenio, uso de estrategias y técnicas de orden verbal y numérico, alguna vez discutidos en clase. Entonces ¿Como el estudiante, por lo general adolescente, se encamina en el proceso para convertirse en un Bachiller de su país? ¿Cómo puede saber que su actitud es la correcta? La respuesta la comprende el día que entiende y se propone, qué por encima de buscar sólo aprobar un tema o la asignatura dada, lo importante es: “vivir” su contenido, “Ver” su aplicación práctica inmediata o a plazo, en discusión constructiva con sus compañeros y docentes, sobre los problemas que se le plantean, sacando de ellos siempre el mayor provecho cognitivo.

**PRIMERA PARTE**  
**“RAZONAMIENTO VERBAL”**  
**SECCIONES**

**1) SIGNIFICANCIA EN PALABRAS Y ORACIONES**

Toda oración tiene una lógica y un sentido al mostrar una idea o información, desde estudios primarios se nos enseña que la oración como elemento del párrafo tiene un sujeto y un predicado en sus partes, donde este último contiene el verbo o acción; luego se sabe que estas partes pueden estar ocultas o de forma sinónimas en la oración, pero existen, y son parte de la información pretendida. Y en adicional todo nombre puede tener sufijos, prefijos y adjetivos que modifican su valor y todo verbo es similar con sus terminaciones, tiempos y adverbios.

En definitiva, el mundo literario es una complejidad de nociones que al mezclarse cambian los significados, no en vano dichas composiciones pueden resultar de dificultades superiores al mundo incluso de la lógica numérica. Este primer tema abarca las tres siguientes partes

a) El **completar una oración**, es agregar las palabras faltantes que le dan sentido a su idea informativa, verbal y del sujeto involucrado, para esto se debe, sin duda agregar las opciones propuestas y ver en qué combinación la idea general e incluso el “sonido” obtenido es el más idóneo.

b) El **ordenamiento de la oración** es un paso más en dificultad, pero obedece a colocar en lo mejor posible, el orden fundamental de toda oración, cuidando siempre de los tiempos involucrados con el sujeto, y si este está al inicio o al final de la oración, el ordenamiento de una oración también es un procedimiento de ensayo y error que debe desarrollar en el estudiante esta habilidad alfabética, y si la oración es de simple orden: sujeto – verbo – elementos, o si es en tiempo y elementos compleja.

c) Por último la **significancia de las palabras** es un dominio natural del nivel de lecturas realizadas en la vida de cada quien, todo ciudadano sabe que el significado de al menos 1000 palabras en su comunicación diaria, pero la lengua castellana una de las más extensas en la humanidad, tiene un aproximado de 4000 palabras, cada una con sus significados.

Algunas definiciones necesarias en esta primera parte son

- a) **Adjetivo:** Palabra que acompaña al sustantivo, modificándolo o expresando una propiedad.
- b) **Adverbio:** Palabra que expresa una circunstancia, para modificar otra palabra, verbo u oración.
- c) **Conjunción:** Letra o palabra de enlace entre palabras de una oración o entre oraciones.
- d) **Pronombre:** Otra forma de representar los sustantivos o sujetos de una oración.
- e) **Diátesis:** Es lo referido a las diferentes “Voces” verbales.
- f) **Gramática:** Son las reglas y principios que gobiernan el uso del idioma y el orden de las palabras dentro de una oración.
- g) **Predicado:** Parte de la oración que contiene el verbo y las caracterizaciones generales; una oración puede ser de semántica: exhortativa, exclamativa, explicativa, interrogativa, entre otras.

- h) **Oración Simple:** Es la que tiene un solo verbo, en un solo tiempo de acción, sintagma único.
- i) **Oración compuesta:** Es la que posee de dos a más predicados.
- j) **Ortografía:** Normas en la escritura de las palabras, para su significado individual o dentro de una oración o párrafo respectivo.
- k) **Sintáctica:** Es la estructura de la oración.
- l) **Sintaxis:** Es la parte de la gramática que estudia la sintáctica.
- m) **Sujeto:** Es el protagonista de la oración, puede estar explícito, (aparece), o elíptico, (no aparece), y el verbo lo puede afectar de modo paciente, (sobre él), o agente, (él ejecuta la acción).

Toda la primera parte no es más que una lógica razonada de la comunicación elemental de toda oración, ya sea individual o como parte integral de una frase o párrafo, de lo escrito; es decir entre las primeras actividades de actitud están: distinguir palabras similares o diferentes, identificar palabras pares que den significado, completar oraciones, entre otras. A continuación, los ejercicios resueltos y propuestos

### 1.a) 10 Ejercicios resueltos

En las siguientes frases, seleccione la opción que contenga el par de palabras que den sentido a la oración, como analogía

a) \_\_\_\_\_ es a Brasil como Nilo es a \_\_\_\_\_

Opciones: a) Maracaná y Pirámides. b) Amarillo y Arena. c) Zamba y África d) Amazonas y Egipto.

**Respuesta:** *si bien el Maracaná, el amarillo, la Samba y las amazonas son caracterizaciones de Brasil como lo son las pirámides, la arena, África y Egipto al Nilo; es la opción "d" la de mayor sentido en vista que tanto el Amazonas como el Nilo son ríos del planeta, que atraviesan esos países respectivos.*

**Amazonas es a Brasil como Nilo es a Egipto.**

b) \_\_\_\_\_ es a flor como tronco es a \_\_\_\_\_

Opciones: a) Pétalo y Nido b) Bulbo y Semilla c) Pistilo y fruto d) Tallo y árbol

**Respuesta:** *Por descartes el pétalo, el bulbo y el pistilo son partes internas de la flor, y sus pares Nido, Semilla y fruto no necesariamente son partes de un árbol; la opción lógica es la "d", porque el tallo y el tronco son los sustentos de la flor y el árbol. **Tallo** es a flor como tronco es a **Árbol***

En los siguientes reactivos, seleccione la opción del par de palabras que den sentido a la oración.

c) La elaboración y planificación de este \_\_\_\_\_ ha corrido a cargo de un competente equipo de \_\_\_\_\_ que han seleccionado las distintas voces y artículos a tenor de su especialidad.

Opciones: a) diccionario y expertos b) texto y vendedores c) libro y ministros d) álbum y niños

**Respuesta:** *las opciones b, c y d tienen un sinsentido, en vista que texto, libro y álbum no necesariamente se relacionan con vendedores, ministros y niños respectivamente. La elaboración de todo diccionario se corresponde con expertos en literatura. **Diccionario y expertos.***

d) Los \_\_\_\_\_ de las actuales líneas comerciales pueden transportar más de cuatrocientos pasajeros con sus correspondientes \_\_\_\_\_.

Opciones: a) trenes y boletos b) aviones y visas c) barcos y cargamentos d) aviones y equipajes

**Respuesta:** *No todo pasajero tiene un boleto, una visa o un cargamento; la lógica si dice que todo pasajero lleva su equipaje. La opción correcta es la “d”. **Aviones y equipajes.***

En las siguientes palabras, seleccione la opción que sea SEMEJANTE a su significado.

e) ACRACIA, Opciones: a) Teocracia b) Democracia c) Anarquía d) Burocracia

**Respuesta:** *Las palabras teocracia, democracia y burocracia, son formas de gobiernos que incluso pueden coexistir en determinadas sociedades; caso distinto es la anarquía, referida a cierto desorden en todo grupo u organización, la mejor semejanza con acracia es la “c”. **Anarquía.***

f) CANALLA, Opciones: a) Vil b) Impío c) Cínico d) Abúlico

**Respuesta:** *el sinónimo correcto de la palabra canalla es la de vil, si bien un canalla puede ser impío, cínico y abúlico en sus acciones, su definición como persona que no actúa en la moral de su sociedad es la “a”. **Vil.***

g) FANTOCHE, Opciones: a) Grosero b) Desmedido c) Inconsciente d) Presuntuoso

**Respuesta:** *de manera similar a la respuesta anterior un fantoche en su accionar social puede resultar ser grosero, desmedido e inconsciente, pero es la “d”, la que mejor lo define. **Presuntuoso.***

En las siguientes palabras, seleccione la opción que sea OPUESTA.

h) Identifique en la siguiente oración, un adjetivo: “El niño cayó al suelo, por estar resbaladizo”.

Opciones: a) Cayó b) suelo c) por d) resbaladizo e) por estar.

**Respuesta:** *La única palabra que caracteriza o modifica a un sustantivo es “Resbaladizo” en clara referencia al piso, opción “d”. **Resbaladizo.***

En las siguientes palabras, seleccione la opción que NO se relacione.

i) ELUDIR, Opciones: a) Evitar b) Encarar c) Rehuir d) Sortear

**Respuesta:** *eludir es evitar, rehuir y sortear cualquier circunstancia, la palabra no relacionada es la opción “b”. **Encarar.***

j) ELUCIDAR

Opciones: a) Aclarar b) Esclarecer c) Dilucidar d) Confundir

**Respuesta:** *toda acción de elucidar es una aclaratoria o una dilucidación de una idea o problema planteado, caso opuesto es la respuesta "d".* **Confundir.**

### 1.b) 10 Ejercicios propuestos

En los siguientes ejercicios, seleccione la opción del par de palabras que den sentido a la oración.

a) La forma en que el individuo realiza sus roles \_\_\_\_\_ el grado de su capacidad de \_\_\_\_\_ al medio social. **Opciones:** Mide. Revela. Encubre. Señala, con: Decisión. Adaptación. Conducta.

b) El rumor es como un \_\_\_\_\_, no hay que darle razón hasta que no sé \_\_\_\_\_ qué tiene un fondo. **Opciones:** Pozo. Cheque. Murmulle. Terremoto, con: Mida. Compruebe. Investigue. Indique.

c) Quien nos hace reír es un \_\_\_\_\_, quien nos hace pensar y luego reír, es un \_\_\_\_\_. **Opciones:** Comediante. Artista. Humorista, con: Sabio. Critico. Cómico.

En las siguientes preguntas, seleccione la opción que NO se relacione con la palabra señalada.

d) HOSPEDAR. **Opciones:** Alojarse. Albergar. Cobijar. Auxiliar. Responder.

e) CONFIDENTE. **Opciones:** Compañero. Conocido. Amigo. Asesor. Enemigo.

f) SENIL, **Opciones:** Sexagenario. Octogenario. Decrépito. Ancestral.

En los siguientes reactivos, seleccione la opción que sea SEMEJANTE al significado de la palabra.

g) VOLUBLE, **Opciones:** Voluminoso. Deseable. Estable. Volátil.

h) NECEDAD, **Opciones:** Desatino. Nulidad. Pobreza. Guarida. Actitud.

i) DISPLICENTE, **Opciones:** Ocurrente. Engañoso. Gentil. Desorden. Hablador.

j) CUESTIONAR, **Opciones:** Apoyar. Contravenir. Denegar. Argumentar.

**1.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) ¿Qué relación es la similar de? CIFRA - NÚMERO**

a) Día - semana b) punto - recta c) electrón - átomo d) sílaba - letra e) triángulo - cuadrado.

**2) Ubique las palabras: La adolescencia es una etapa \_\_\_\_\_, en la que las diferencias \_\_\_\_\_ se acentúan.** a) Emocional - individuales b) psicológica – conceptuales c) transitoria - permanentes d) conflictiva – generacionales e) amorosa – ideales.

**3) Exprese la mejor relación similar de DOMINGO - SÁBADO**

a) Omega - alfa b) do - si c) Mercurio - Plutón d) diciembre - noviembre e) Ninguna.

**4) ¿Qué relación es similar a? LECTURA - BIBLIOTECA**

a) Disco - discoteca b) clase - aula c) misa - capilla d) bate - pelota e) profesor - escuela.

**5) Diga cuál es la expresión más similar de: SEÑAL - ORIENTACIÓN**

a) Pelota - juguete b) Luz - rayo c) pistola - defender d) alarma - protección e) amor - ventaja

**6) Encuentre, entre las opciones de palabras siguientes, cual se relaciona con: ASESOR.**

a) Amigo b) familiar c) tutor d) representante e) ninguna.

**7) ¿Qué hace o estudia un historiador?**

a) Bibliotecario b) anécdotas c) doctor en hechos d) la independencia e) el pasado humano.

**8) ¿Que combinación es semejante a? FÉTIDO – HEDIONDO**

a) Idólatra - tolerancia b) bondad - maldad c) hedor – amor d) infecto – hombre  
e) oloroso – perfumado

**9) Completé la oración: Los estudiantes cuyas familias tienen una epidemia no asistirán a clases, \_\_\_\_\_ así lo dispone el reglamento, \_\_\_\_\_.**

a) Porque -- establecido b) puesto que – por consiguiente, c) en tanto que – por consiguiente  
d) además que – porque e) ninguna de estas.

**10) Complete el párrafo con los conectores adecuados. Hoy en día la esquizofrenia es concebida como un trastorno mental profundo, \_\_\_\_\_ está caracterizada por alteraciones en la percepción y expresión de la realidad \_\_\_\_\_, se acepta una etiología múltiple, aunque en los últimos años se ha inclinado más a encontrar explicaciones naturales, \_\_\_\_\_, fisiológicas, genéticas y bioquímicas.**

- a) Por otra parte – además – es decir    b) y – donde – ahora    c) además – por otra parte – es decir  
d) además – es decir – por otra parte,    e) por otra parte – es decir – además.

**11) Ordene sintácticamente la oración entre las partes: 1. Mucho el subir 2. Complicaba 3. De piedra 4. Y bajar por 5. La cerca 6. Las lomas**

- a) 2-5-4-6-3-1    b) 3-2-1-4-6-5    c) 4-6-5-3-2-1    d) 5-3-2-1-4-6    e) 3-4-5-6-2-1

**12) Ordene las palabras de la oración: 1. Bicicleta 2. Llanta 3. Para 4. Una 5. Compre 6. La**

- a) 2-3-4-6-1    b) 4-2-5-3-6-1    c) 3-6-1-5-4-2    d) 5-4-2-3-6-1    e) 6-2-3-4-1-5

**13) El término que se relaciona con la palabra frágil es**

- a) Quebradizo    b) liviano    c) delicado    d) endeble    e) poderoso

**14) Identifique el significado de la palabra al final, del párrafo: “Todo docente debe reconocer que su papel importante en la educación es crear experiencias que provoquen aprendizajes significativos”. a) Importantes b) relevantes c) fáciles d) interesantes e) desestimables.**

**15) Diluvio es a garúa como cálido es: a) Álgido b) gélido c) templado d) caluroso e) ninguna**

**16) Complete el siguiente enunciado: Botella es a agua como \_\_\_\_\_ es a \_\_\_\_\_.**

- a) Oruga – mariposa    b) panadería – pan    c) brazo – mano    d) carpeta – folio    e) cielo -- aire

**17) Complete la analogía que de sentido a: “Agua es a navegar como \_\_\_\_\_ es a \_\_\_\_\_”.**

- a) Buzo – bucear    b) espada – vaina    c) barco – viajar    d) pescado – pescar    e) aire – volar

**18) Ordene las palabras según el criterio sintáctico para obtener una oración simple**

**1. Ayer    2. Presentó    3. El    4. Una    5. Función    6. Teatro**

- a) 1-2-4-5-3-6    b) 1-3-6-2-4-5    c) 3-6-1-2-4-5    d) 1-2-3-4-5-6    e) 3-6-2-4-5-1

**19) Seleccione la definición a la palabra marcada: “La personalidad no nace, se hace, claro que hay en ella elementos que vienen dados, factores genéticos, que cabe colocar bajo la noción del temperamento”.** a) Alegría b) conocimiento c) sinopsis d) omisión e) amor.

**20) Identifique la oración que mantiene concordancia nominal y verbal.**

a) Los habitantes acudieron imperante a la lucha por libertad; b) Los habitantes acudiría imperantes a la lucha por la libertad; c) El habitante acudieron imperante a la lucha por la libertad; d) Los habitantes acudieron imperantes a la lucha por la libertad; e) La libertad es una lucha imperante para todo habitante

**21) Ordene: 1. Algunos 2. Ratos 3. Libres 4. Estudiantes 5. Sus 6. Leen 7. En**

a) 1-2-3-6-7-5-4 b) 1-4-6-7-5-2-3 c) 2-3-1-4-6-5-7 d) 3-4-6-1-2-7-5 e) 7-3-4-5-1-2-6

**22) Identifique la palabra que tiene un significado similar a riguroso.**

a) Impreciso b) estricto c) blando d) flexible e) falso

**23) Elija lo opuesto de la palabra: “Justificar”.**

a) Inculpar b) saber c) reconocer d) favorecer e) demostrar.

**24) Ordene las preposiciones para formar una oración compuesta: 1. Tuvo que partir 2. Que sus amigos llegaran 3. Sin embargo, su espera fue inútil 4. El joven esperó 5. Siempre los esperaba en el mismo lugar 6. Ya era muy tarde**

a) 1-6-5-4-3-2 b) 4-2-5-3-1-6 c) 5-4-3-2-1-6 d) 6-1-4-5-2-3 e) 6-1-4-5-3-2

**25) Son palabras que pertenecen a la misma categoría, excepto**

a) Marcar b) acentuar c) exagerar d) resaltar e) subrayar

**26) Identifique el término semejante de: “inminente”.**

a) Mediar b) remoto c) imposible d) fácil e) predecible

**27) Identifique el significado de la palabra subrayada de: “la ciencia es concebida por algunos como una práctica casi hermética, confinada a laboratorios.**

a) Internada en condiciones infrahumanas b) restringida de manera exclusiva a un lugar  
c) recluida a una prisión federal d) sometida al vaivén de los científicos e) solo para los médicos.

**28) Identifique la palabra subrayada de: “Vivir sin barreras implica entre otras cosas: respetarse, dedicarse a los demás, convertir los fracasos en fortaleza moral, y comprometerse con algo más grande que uno mismo.**

- a) Elemento de una construcción    b) dificultad que impide el logro de un deseo o meta.  
c) valla de las plazas de toros    d) conjunto de fenómenos aerodinámicos    e) ninguna de estas.

**29) Ordene las palabras según el criterio sintáctico para obtener una oración simple**

**1. Hoy en la mañana    2. Se presentó    3. La    4. Función de cine    5. De ayer**

- a) 1, 2, 4, 5, 3    b) 1, 3, 2, 4, 5    c) 3, 1, 2, 4, 5    d) 3, 4, 5, 2, 1    e) 3, 2, 4, 5, 1

**30) Con base al texto identifique una semejanza a la palabra en subrayada: “Aquella tarde, Grecia se sumió en un profundo sueño, transcurridos en medio de la fronda del bosque**

- a) Paramo    b) yermo    c) espesura    d) estepa    e) paisaje.

**31) Llovía en la mañana, y las gotas en gran \_\_\_\_\_ golpeaban el \_\_\_\_\_ de Zinc.**

- a) Tamaño y techo    b) color y árbol    c) densidad y árbol    d) densidad y techo    e) ninguna.

**32) Escenario es a la actuación, como**

- a) Discurso a mitin    b) Auditorio a discurso    c) Mitin a discurso    d) discurso a auditorio.

**33) La gota es al riachuelo, como**

- a) Grano a mazorca    b) átomo a molécula    c) satélite al Sol    d) Hoja a arboles    e) 1 a 1000.

**34) En el trabajo tuve un encuentro académico, con mis colegas**

- a) Evento    b) introductorio    c) matemático    d) Físico    e) didáctico.

**35) No en vano se llaman los líderes, pastores de hombres**

- a) Guías    b) reyes    c) generales    d) soldados    e) ejércitos.

**36) Lápiz es a escritor como**

- a) Tornillos al herrero    b) martillo a carpintero    c) pincel a pintor    d) hojas al libro    e) Ninguna.

**37) En la mañana rápidamente tome el \_\_\_\_\_ con pan y trozos de \_\_\_\_\_.**

- a) Té y mantequilla    b) jugo y aguacate    c) queso y café    d) café y queso    e) guineo y café.

**38) Las afirmaciones del profesor son \_\_\_\_\_ y con buen grado de \_\_\_\_\_.**

- a) Falsas y lógicas b) correctas e ilógicas c) correctas y lógicas d) perfectas y únicas e) malas y voz.

**39) Ordene las siguientes oraciones para dar mejor sentido al párrafo**

**1- El español es un idioma muy importante, 2- en el mapa se puede ver su extensión geográfica, 3- es el cuarto idioma hablado en el mundo, 4- está presente en tres continentes, 5- y, es el más numeroso en palabras.** a) 1-2-3-4-5 b) 1-3-4-2-5 c) 1-3-2-4-5 d) 1-5-4-3-2 e) 2-1-3-5-4.

**40) Ordene las siguientes oraciones para dar sentido al párrafo**

**1- Donde el rey Alfonso el sabio en el siglo XIII 2- como la Ñ con su sonido único y característico 3- la ortografía de nuestro idioma tiene una larga historia 4- originaria de una mezcla de idiomas en la península ibérica 5- estableció las primeras normas**

- a) 4-2-3-1-5 b) 3-4-1-5-2 c) 3-1-2-4-5 d) 3-5-4-1-2 e) 3-4-4-2-5.

**41) En la siguiente oración identifique al menos un pronombre: “Alberto prepara los camarones, él los prepara con limón”.** a) El b) con c) él d) los e) Alberto.

**42) Identifique un adverbio en la siguiente oración: “El parque donde juegan las niñas fue cerrado para remodelaciones”.** a) Fue b) el c) donde d) las e) juegan

**43) ¿Que palabra es la mejor opuesta a, Alba? a) Amanecer b) Crepúsculo c) Ocaso d) Zenit**

**44) Identifique el antónimo correcto de la palabra: “Amar”**

- a) Admirar b) respetar c) gustar d) adorar e) odiar.

**45) Identifique el sinónimo correcto de la palabra: “perezoso”**

- a) Lento b) holgazán c) ocioso d) desordenado e) despreocupado.

**46) La “Onza” es a libra, como**

- a) Gramos a kilos b) Kilos a Newton c) temperatura a tiempo d) Quilates a calidad.

**47) En la siguiente oración identifique al sujeto: “Iremos en la metro-vía después”**

- a) Tácito b) Iremos c) nosotros d) ellos e) después.

**48) Martillo es al carpintero, como**

- a) Llave a mucama b) computador a docente c) Ninguna d) hojas al árbol e) alicate al electricista.

**49) En la mañana tomé el \_\_\_\_\_ en la \_\_\_\_\_ correcta.**

- a) Bus y tarde   b) jugo y hora   c) remedio y semana   d) Bus y hora   e) café y forma.

**50) Identifique el término opuesto a: “inminente”.**

- a) Fácil   b) imposible   c) nunca   d) improbable   e) predecible

## 2) TIPOLOGÍAS Y FUNCIONES EN LAS PALABRAS

Un sinónimo es una palabra o una expresión, donde su escritura y sonido puede ser diferente, pero su significado o acción es igual o similar a otra palabra, la llamada sinonimia es cuando los términos son intercambiables sin afectar la oración; la sinonimia puede ser conceptual, (idéntica), referencial, (igual referente pero diferente significado), y contextual, (donde el intercambio depende del predicado); es decir, es un sinónimo correcto cuando son del mismo campo semántico y clase gramatical dentro de la oración, (adjetivo, sustantivo o verbo).

En ocasiones los sonidos suelen engañar cuando ocurre la diferencia de este, con la semejanza o sinónimo buscado y viceversa. Caso contrario es un antónimo, o palabra que significa lo opuesto o contrario al significado, o acción de otra palabra, los antónimos son graduales, (cuando existen varias palabras a contradecir), complementarios, (cuando son únicos), y recíprocos, (cuando existe una relación de dependencia). Las palabras homónimas no son sinónimas, son palabras de igual escritura, y a veces de igual sonido, (homófonas), pero con diferentes significados, el cual va a depender del contexto de la oración.

La analogía semántica es la tendencia a construir oraciones con palabras diferentes pero análogas; es decir, palabras de significancia consecuente, caso particular de los verbos como palabras de acciones similares. Cuando la analogía es de orden fonético se denomina léxica, luego la función de las oraciones análogas es la de obtener discursos diferentes con significados relacionados.

También existen los inicios o terminaciones en las palabras que modifican o condicionan su significado; son los prefijos y los sufijos; un prefijo es un afijo de palabra o sílaba que se antepone a una palabra para modificar su significado o acción, este proceso se llama neologismo. Un sufijo es un afijo formado por una palabra o sílaba que, al colocarse al final de una palabra, la modifica en significado o acción, en este último caso, por lo general, son pronombres que se agregan a un verbo; los afijos modifican una gran variedad de palabras cambiando su morfología o género.

Un adjetivo es una palabra que, al añadirse en la oración, caracteriza o renombra al sujeto, de forma adyacente, antes o después para producir un complemento nominal; los adjetivos tienen una gran variedad de utilidades, según su acción a modificar y el criterio a seguir, del adjetivo se deriva el epíteto, como un uso exagerado o plural de adjetivos calificativos. De forma similar existe el llamado adverbio, o palabra invariable que complementan a la acción verbal en la oración o de cualquier otra palabra, un adverbio tiene una gran cantidad de aplicaciones gramaticales en: cantidad, lugar, modo, tiempo, y negación, entre muchas otras.

A manera de cierre del tema de la caracterización de las palabras, se llama símil a una figura retórica que usa la comparación o semejanza entre diferentes o similares términos, para buscar brillo o acciones compuestas; el símil por lo general es un recurso de ampliación o explicación, y la metáfora como acción y voz de desplazamiento entre los significados de dos o más términos, con fines estéticos, literarios y volumétricos de la oración. La metáfora es un arte y recurso gramatical que busca una mayor

sensibilidad en la comunicación, nace en la literatura épica y llega a ser una hermenéutica de la lírica y la poesía moderna; la metáfora como epistemología literaria, es el estilo de describir realidades por medio de un lenguaje simbólico.

## 2.a) 10 Ejercicios resueltos

Desde la óptica de la comparación por símil diga

a) “Un bosque siempre tiene”. a) Árboles b) montañas c) laguna d) refugios.

**Respuesta:** en un bosque el común de existencia está en sus árboles, a tal punto que la palabra arboles puede ser un símil de la palabra bosque, opción “a”. **Un bosque siempre tiene árboles.**

b) No puede haber una fiesta o reunión sin. a) Bebidas b) asistentes c) comida d) peleas

**Respuesta:** para que exista el concepto de reunión debe haber la asistencia, si bien en toda reunión pueden estar presentes las bebidas, la comida y los problemas, el símil adecuado aquí es el de la “b”.

**No puede haber una fiesta o reunión sin asistentes.**

c) En la siguiente frase: “esa ji ji vivarachos y espeluznantes que salen cómo lagartijas de su boca”, ¿A qué figura literaria se recurre?

a) Una reiteración b) un símil c) una metáfora d) una hipérbole

**Respuesta:** se recurre a una comparación de los “Ji ji vivarachos y espeluznantes”, como lagartijas; entonces la figura es **una metáfora**.

De las siguientes palabras, seleccione la opción que se asemeje a un antónimo

d) VIGOR, Opciones: a) índole b) desembarazo c) murria d) lasitud

**Respuesta:** la palabra es “lasitud” por su significado y porque la otra opción no tiene relación con la palabra vigor.

Identifique el sinónimo de la palabra subrayada

e) “Los temas debatidos hoy acerca del deterioro del medio ambiente son múltiples, ya que la disponibilidad de recursos naturales a los que el hombre puede acceder tiene la limitante de agotarse en un tiempo cortó”. a) Terminarse b) llenarse c) colmarse d) ampliarse.

**Respuesta:** el sinónimo de la palabra agotarse es la de **terminarse**, en tiempo y significancia.

f) “Esto se repitió algunas veces, al envidioso le pareció extraño, cuando miro la copa del árbol se encontró con un pequeño hombre de gran sombrero que estaba encaramado en una rama y le saludo agitando su mano de muñeco de trapo. a) Elevado b) alzado c) trepado d) sublevado.

**Respuesta:** si bien tanto elevado y alzado son palabras análogas, el sinónimo correcto es **trepado**.

g) Identifique el sinónimo del sujeto en el contexto de la siguiente oración: “La lluvia torrencial nos impidió salir a tiempo. a) Clima b) tormenta c) aguacero d) vendaval.

**Respuesta:** al ser una lluvia torrencial no necesariamente se refiere a una tormenta, que tiene otros elementos que la caracterizan, el sinónimo aquí correcto es el de **aguacero**.

h) Identifique las oraciones que usan prefijos: 1) Varias escuelas fueron visitadas por los médicos. 2) Se realizaron los estudios estadísticos correspondientes. 3) Se puede prevenir el embarazo adolescente. 4) Se espera superar la crisis con el apoyo internacional. a) 1-2 b) 2-3 c) 2-3-4 d) 4-5

**Respuesta:** en la tercera oración la palabra prevenir, tiene el prefijo “pre”; luego en la cuarta oración las palabras: superar e internacional, tiene prefijos. La opción correcta es la “d”, **4 y 5**.

i) Diga en cuales oraciones hay prefijos y en cuales hay sufijos solamente

1) En la niñez, es un simbolismo de lograr la acción del caminante. 2) Técnicamente lo subterráneo es sucio. 3) La acción hidratante es un intercambio de fluidos. a) 1, 2 b) 1, 3 c) 1, 2, y 3 d) 2

**Respuesta:** la primera oración tiene tres sufijos, en las palabras niñez, simbolismo y caminante; y la tercera oración tiene dos prefijos, en las palabras hidratante e intercambio. Luego la segunda oración tiene un prefijo en la palabra subterráneo, y un sufijo en técnicamente. Es la “b”.

j) Identifique al menos un epíteto, de la siguiente frase: “Zeus el que amontona las nubes, él olímpico y de invictas manos, trono en los cielos con su ira”.

a) Nubes b) Dios supremo c) con su ira d) él olímpico e) el que amontona las nubes

**Respuesta:** al ser un epíteto una especie de adjetivo repetido que busca caracterizar o renombrar al sujeto, las frases: él olímpico y él que amontona las nubes, así como él de invictas manos, constituyen epítetos conocidos en la religión griega, sobre este dios; hoy día llamada “mitología griega”. Entonces las respuestas correctas son la “d” y la “e”.

## 2.b) 10 Ejercicios propuestos

Por analogía de comparación, ¿Los siguientes sujetos tienen por **símil**?

a) Un profesional siempre tiene. **Opciones:** Título. Trabajo. Dinero. Problemas. Canas.

b) Un encuentro deportivo exige. **Opciones:** Pasabolas. Apuestas. Adversarios. Público

De las siguientes palabras, seleccione la opción que se asemeje a un **Antónimo**

c) PERNICIOSO. **Opciones:** Benéfico. Satisfactorio. Agradable. Deleitante.

d) INNATO. **Opciones:** Afectado. Aficionado. Nonato. Adquirido.

e) OSTENTOSO. **Opciones:** Desinteresado. Glorioso. Sobrio. Petulante.

f) Identifique la palabra que tiene un significado similar a Riguroso

**Opciones:** Impreciso. Estricto. Blando. Flexible.

g) Seleccione cuatro antónimos de la palabra: "Perfección"

**Opciones:** 1. Prototipo 2. Defecto 3. Deficiencia 4. Falla 5. Culminación 6. Anomalía

h) Encuentre que palabras de acción representan metáforas en la siguiente frase: "El amor me ha enseñado que es adrenalina pura, como volar alto más allá de las nubes, y como caer desde un rascacielos".

i) Identifique las palabras con prefijos. **Opciones:** 1) Transatlántico 2) subterráneo 3) motocicleta 4) hidrografía 5) azulejo 6) numerador.

j) Del ejercicio anterior, señale que palabras usan sufijos

**2.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) En términos de una palabra por comparación, Un caudillo siempre tiene**

- a) Belleza    b) discurso    c) elegancia    d) pueblo    e) poder

**De las siguientes palabras, seleccione la opción que se asemeje a un antónimo**

**2) AGRESTE.** a) Nómada    b) sedentario    c) nómada    d) urbano    e) ninguna de estas

**3) CONFIRMAR.** a) Plantear    b) afirmar    c) negar    d) objetar    e) desmentir

**4) MISÓGINO.** a) Misántropo    b) mujeriego    c) amigable    d) abúlico    e) ninguna

**5) Completé la oración con palabras homónimas, que den sentido al contexto: “Cuando fui a que me reparen el reloj, hicieron la pieza en un \_\_\_\_\_ y después vimos un \_\_\_\_\_ en el parque,**

- a) Mandril – mandril, b) gato – gato, c) imán – imán, d) coco – coco, e) banco – banco

**6) Encuentre que palabra es una metáfora en la siguiente oración: “Tus ojos son los resplandores de una mañana en un bosque escondido”.**

- a) Mañana    b) los resplandores    c) bosque    d) escondido    e) ninguna

**7) De la siguiente frase, que palabra se extrae como una metáfora: “El miedo es la muralla que separa lo que crees que eres de lo que podrías alcanzar a ser”**

- a) Eres    b) miedo    c) muralla    d) separa    e) lo que crees

**8) Elija el antónimo de la palabra: “Reticencia”**

- a) Paciencia    b) suspicacia    c) atención    d) retenido    e) confianza

**9) Identifique el sinónimo de la palabra subrayada de: “El gamusino es un animal imaginario, cuyo nombre se usa para hacer bromas a un cazador novato”**

- a) Experto    b) bisoño    c) hábil    d) veterano    e) experimentado

**10) Identifique el antónimo de la palabra subrayada de: “El dirigente que fue difamado presento una querrela”** a) Contienda    b) queja    c) concordia    d) demanda    e) juicio

**11) La palabra antónima de \_\_\_\_\_ es \_\_\_\_\_. a) Imparcialidad – arbitrariedad    b) imparcialidad – justicia**

- c) injusticia – arbitrariedad    d) injusticia – abuso    e) fuerza – poder.

- 12) Identifique el sinónimo de la palabra subrayada de: “El mar azul es profundo y movido”  
a) Hueco    b) vacío    c) orilla    d) oleaje    e) abismo
- 13) Identifique el antónimo de la palabra subrayada de: “el aviador resultó ser un As de esta disciplina” a) Profesional    b) triunfador    c) ganador    d) perdedor    e) ninguna
- 14) La palabra antónima de \_\_\_\_\_ es \_\_\_\_\_.  
a) Flexible –pesado    b) liviano –ígneo    c) débil –liviano    d) injusticia -atrocidad    e) liviano –pesado.
- 15) Identifique el antónimo de la palabra subrayada: “El camino por el que iba, era tan turbio que apenas sentía la luz del día. a) Diáfano    b) alterado    c) opaco    d) sosegado    e) vorágine
- 16) Identifique el antónimo de la palabra resaltada en la oración: “Su serenidad nos sirvió de ejemplo para calmarnos. a) Tranquilidad    b) sosiego    c) pasividad    d) calma    e) ansiedad
- 17) Identifique el antónimo de la palabra subrayada de: “El mundo de la posguerra fría será una configuración propensa al conflicto”  
a) Estructuración    b) deformación    c) composición    d) formación    e) ordenamiento.
- 18) Completé la oración con palabras homónimas, que tengan sentido del contexto: “En él \_\_\_\_\_ me pagaron el cheque, y luego en la plaza observé las aves sentado en un \_\_\_\_\_.  
a) Cajero – cajero    b) banco – banco    c) ninguna    d) hoyo – olla    e) caja– caja
- 19) Encuentre que palabra o palabras, es una metáfora en la siguiente oración: “Yo disfruto el dulce néctar de tus labios”. a) El dulce néctar    b) néctar    c) dulce    d) disfruto    e) ninguna
- 20) Seleccione dos sinónimos de la palabra: “Perfección” 1. Excelente    2. Defecto    3. Nirvana    4. Fallar    5. Perpetuo.    a) 1-5    b) 1-2-3    c) 1-3    d) 3-4    e) 4-5
- 21) Encuentre que palabras representan una metáfora en la siguiente frase: "El miedo a no poder seguir es como una llama volcánica en tu espalda alta"  
a) Llama    b) llama volcánica    c) llama en tu espalda    d) volcánica    e) no poder seguir.
- 22) Identifique los prefijos: 1) Superconductor    2) Predispuesto    3) Maravilla    4) Geomundo    5) Intensamente    6) Panacea.    a) Todas    b) 3-5    c) 1-2-4    d) 1-2-3    e) 2-3-5.

- 23) Del ejercicio 22, ¿Que palabras usan sufijos? a) Ninguna b) 1-3 c) 5-3 d) 5-6 e) 6-5-3
- 24) Identifique el sinónimo de la palabra subrayada de: “la abscisa es perpendicular a la ordenada” a) Ortogonal b) paralelo c) llano d) anormal e) colineal
- 25) Complete la oración con palabras homófonas, que tengan sentido del contexto: “Entonces la señora toma la \_\_\_\_\_ y junto a otras verduras espero a que el agua \_\_\_\_\_.”  
a) Bota – vota b) ninguna c) savia -- sabía d) asta – hasta e) hierba– hierva
- 26) Encuentre que palabras, son una símil en la siguiente oración: “La caballería atravesó el campo enemigo como un barco rompe las aguas del mar”.  
a) Campo - barco b) atravesó - enemigo c) caballería - campo d) atravesó - rompe e) ninguna
- 27) Por analogía de comparación, la palabra ingeniero ¿Es un profesional qué?  
a) Trabaja b) da clases c) se las ingenia d) investiga e) es productivo
- 28) Seleccione la opción que se asemeje a un antónimo de la palabra ETERNO  
a) Éter b) cielo c) mortal d) divino e) ninguna.
- 29) Seleccione la opción que se asemeje a dos sinónimos de la palabra PEDAGOGÍA  
a) Enseñanza y aprendizaje b) aprendizaje y saber c) saber y enseñanza d) didáctica y enseñanza e) pediatría y juventud.
- 30) Identifique las oraciones que usan sufijos  
1) Los aviones están en el aeropuerto. 2) La estudiante se mantiene preocupada por sus notas.  
3) El obrero trabajó durísimo para terminar la obra. 4) El poderoso mar golpeará rocas, en marea alta.  
a) 1-2 b) 2-3 c) 2-3-4 d) 4-1 e) 3-4.
- 31) Encuentre la metáfora en la siguiente oración: "Sentir su aliento, en su sola presencia, era sentir el fuego que va quemándote desde el interior. Un fuego que consume, que destruye todas tus razones" a) Fuego como aliento b) Su aliento como el fuego c) su aliento quema d) No hay.
- 32) Identifique que recurso literario resalta en la siguiente frase: “Las verdes hierbas doblaron sus espigas al viento, al eólico incansable, al furtivo poder”.  
a) Adjetivos b) metáfora c) epíteto d) símil e) hipérbole.

**33) ¿Qué figura literaria se identifica en la siguiente frase: “Te entregue la primavera de mi vida”**

a) Comparación    b) adjetivo    c) epíteto    d) metáfora    e) adverbio.

**34) ¿Qué figura literaria se identifica en la siguiente frase?: “La soberbia es la raíz sembrada, como el origen de toda la maldad”.**    a) Adjetivo    b) metáfora    c) símil    d) Adjetivo    e) ninguno.

**35) En términos de una palabra por comparación, Un buen político siempre debe tener**

a) Argumentos al hablar    b) elegancia    c) partidarios    d) meta    e) cargo

**36) Identifique el sinónimo de la palabra subrayada de: “la ordenada es Paralela a la vertical”**

a) Ortogonal    b) llano    c) opuesto    d) normal    e) co-lineal

**37) Complete la oración con palabras homófonas, que tengan sentido del contexto: “Entonces la joven Scout tomó el \_\_\_\_\_ de la bandera, para luego cubrir sus ojos \_\_\_\_\_ donde no podría mirar”.**    a) Hasta -- asta    b) savia -- sabía    c) asta – hasta    d) hierba– hierva    e) Ninguna.

**38) Encuentre que palabras funcionan como metáforas, en la siguiente oración: “El discurso atravesó la audiencia parecido a un veloz pez en el río”.**

a) Veloz pez    b) pez    c) el río    d) pez y río    e) río y pez.

**39) Por analogía de comparación, la palabra “Lógica” ¿Es la idea o pensar de?**

a) Las oraciones    b) el logo o símbolo    c) la filosofía    d) la verdad    e) el intelecto.

**40) Seleccione la opción que se asemeje a un sinónimo de la palabra “ETERNO”**

a) Éter    b) olimpo    c) cielo    d) divino    e) Por siempre.

**41) Encuentre el gentilicio correcto de una persona nacida en Dinamarca, agregando el sufijo correcto, para dar forma a este adjetivo.**

a) Dinamarqués    b) dinamarqués    c) danés    d) danés    e) dinamarqueño.

**42) El prefijo agregado a la palabra “quieto”, en la siguiente oración: “El niño es muy inquieto”, la transforma en un:**    a) Verbo    b) adjetivo    c) adverbio    d) pronombre    e) sujeto.

**43) La forma tipo Apócope del adjetivo “Primero” es**

a) Primo    b) primerísimo    c) premier    d) el uno    e) primer.

**44) ¿Qué destaca en la siguiente frase? “Soy Poseidón dios del mar, quien sacude la tierra, el segundo Crónida y dueño del fiero tridente”.**

- a) Hipérbole      b) metáfora      c) símil      d) epítetos      e) adjetivos.

**45) Identifique que morfología de la oración representa la palabra subrayada en: “Mis amigos de la universidad viven muy lejos”.**

- a) Adjetivo      b) Adverbio      c) un verbo      d) epíteto      e) hipérbole.

**46) Seleccione la opción que se asemeje a un sinónimo de la palabra “Esposa”**

- a) Madre      b) esposo      c) casada      d) conyugue      e) Por siempre.

**47) Encuentre el gentilicio de una persona nacida en el Reino Unido, como adjetivo.**

- a) Real      b) inglés      c) U.K      d) reino unidense      e) ingleses.

**48) En la siguiente oración: “Desde aquella noche comenzó a soñar con Thor”. Señale que palabra es un adjetivo:**

- a) Desde      b) a soñar      c) aquella      d) Thor      e) noche.

**49) La forma tipo Apócope del adjetivo “Bueno” es**

- a) Buen      b) buenísimo      c) mal      d) buenos      e) bonachón.

**50) ¿Qué destaca en la siguiente frase? “Aquileo: el Pelión, el de los pies ligeros, el de la armadura de bronce”.**

- a) Adjetivos      b) verbos      c) hipérbole      d) epíteto      e) adverbio.

### 3) GÉNEROS Y FIGURAS DE LA LITERATURA

Los géneros literarios se originan desde la antigua Grecia, cuando Aristóteles estableció la Épica como una forma de contar los hechos reales o imaginarios; todo género es una especie de clasificación de lo escrito en función de: la estructura, la temática y el público destinado para su lectura, que ubican al autor de forma general. Con la Épica nace la narrativa contada por oradores de plaza, llamados “Rapsodas” y es la metáfora el estilo relevante, (como una comparación de un hecho, persona u objeto con una figura o imposibilidad real de ser), de ella se derivan los subgéneros: el cuento, la fábula y el himno, como lírica positiva, que tienen sus versiones y usos modernos.

La Lírica es el siguiente género literario, cuya característica es la de revelar los sentimientos del autor y de los protagonistas involucrados en la historia, de la lírica nace el Poema, los cantares y la novela, que evolucionaron hasta nuestros días como obra de extensión, de hecho, en el nacer de la era contemporánea, es el romanticismo el movimiento cultural que busca romper con la ilustración y el racionalismo del Renacimiento, al dar prioridad a los sentimientos. El siguiente género en surgir es el Drama, de donde se derivan la tragedia y la comedia, y en especial el Teatro, donde por primera vez se habla de actores y actuaciones. Fueron famosos el teatro y la tragedia en el mundo helénico.

En nuestra época es difícil distinguir que género caracteriza una obra, en vista que la tendencia a la “mezcla de géneros” o a la dualidad de pensamientos, crean lo que se llama literatura universal o contemporánea, la cual proviene del modernismo, o movimiento literario del siglo pasado caracterizado por la rebeldía creativa del ser, con una renovación literaria; de hecho, hoy se habla del género didáctico, porque toda obra literaria conlleva un conocimiento que puede ser aprendido.

En otro orden de ideas, se llama Quichuismo a la integración de palabras y sonidos de esta lengua ancestral indígena de la América en el idioma castellano. Actualmente la Real Academia Española, acepta más de 70 palabras con este origen, entre las que destacan: cancha, carpa, caucho, chirimoya, choclo, cóndor, gaucho, llama, morocho, pampa, papa, pita, puma y tata; entre otras, que usamos. Algo similar es el fenómeno llamado extranjerismo, cuando por cruce de culturas y sobre todo de tecnologías nuevas, se adoptan palabras de un idioma a otro, el extranjerismo más difundido en la América es el inglés, el francés y el italiano, vemos algunos ejemplos de palabras que se usan comúnmente como si fueran de nuestro idioma: afiche, barman, bulevar, block, bluetooth, boutique, brindis, capó, chat, casete, chef, closet, clic, club, cápela, elite, email, flash, full, futbol, grafito, golf, jeep, look, manager, marketing, mouse, mozzarella, nylon, net, ok, premier, sándwich, status, man; entre otras.

En el orden de idea de las clasificaciones literarias, se tiene la tipología del texto, como obra completa superior a las 50 páginas, según la UNESCO, en función de su contenido; esta tipología se divide en textos: literarios, humanísticos, científicos, informativos y publicitarios, jurídicos, educativos, históricos, explicativos y descriptivos; entre los más conocidos, con sus caracterizaciones y divisiones propias, todo ello por supuesto, según su presentación, si son textos en físico o en digital. Luego el tipo

de párrafo, como unidad del texto superior a la oración se divide según su función en la página respectiva en: argumentativo, conceptual, descriptivo, explicativo, expositivo, narrativo y comparativo; con las subdivisiones de: cronológico, de causa-efecto, deductivo, inductivo y de conclusiones. Por lógica, la posición del párrafo en la hoja también genera una tipología propia existiendo los llamados párrafos como una unidad textual superior a la oración, pero como un monólogo aparte, consecuente de un párrafo superior, muy usado en el articulado de las leyes y reglamentos.

Una figura literaria de orden milenario y popular es el refrán, como una oración de sentencia, generalmente breve, sacada de la especulación o la experiencia de personajes considerados sabios o líderes en sus comunidades. Que por lo general conllevan el uso de metáforas o símiles, como figuras literarias; el refrán como “verdad oculta” es de utilidad argumentativa tanto en la comunicación como en la escritura, su existencia y compilación es muy basta, al punto que son muchos los refranes sinónimos de personajes en la historia, que nos dejaron y dejan estas vivencias, que extraídas de un contexto particular, tiene aplicaciones a la cotidianidad de nuestras sociedades. Conocer y extraer las ideas de un determinado refrán, es una habilidad que se puede considerar necesaria en el bachiller.

Luego, el nivel del lenguaje va a depender del grupo social que se comunica, su nivel educativo, la pronunciación, la ortografía usada y la valoración técnica o de conocimientos generales, de tal forma que el lenguaje puede ser: familiar, popular vulgar, coloquial, culto, científico y poético; entre las formas más conocidas que van a caracterizar el intercambio de ideas y palabras de cada grupo social que se relaciona. Entre este accionar existen las figuras de la repetición y la hipérbole, donde la primera con más de una decena de divisiones es la estrategia de repetir una sílaba, una palabra, una frase, sonido o contexto, para exaltar o conducir la comunicación o la lectura; y la hipérbole como figura de la comparación por exageración de rasgos de un sujeto o acción, para lograr impacto o interés en lo dicho o escrito.

A manera de cierre, los elementos de toda comunicación son: el emisor, el o los receptores, el canal, el código lenguaje usado y el mensaje, entendiendo que la comunicación es como la actividad consiente entre dos o más participantes, con el fin de dar o recibir información bajo un código o lenguaje compartido; la comunicación puede ser verbal, escrita o de signos y gestos, por su ocurrencia: unilateral o bilateral. Son normas básicas que corresponden a la función del emisor, que debe usar un tono y postura adecuada, así como mantener visión de su audiencia y del receptor que no debe interrumpir al emisor y mantener su contacto visual.

### **3.a) 10 Ejercicios resueltos**

Que palabras son Quichuismo de las siguientes mostradas

a) Chamiza, charco, poster, full, lunch, chambra, cambur, parada y clic.

**Respuesta:** las palabras cambur y parada son del idioma castellano, las palabras chamiza, charco y chambra son los correspondientes quichuismos.

b) Coffe, chat, papa, choclo, shopping, mucha, chuspa, body y jazz

**Respuesta:** en ese caso las palabras: Papas, choclo, mucha y chuspa son quichuismo, el resto son extranjerismos.

Indique que tipo de párrafo o frase se aprecia de

c) “Llamarse jefe para no serlo es el colmo de la miseria”.

**Respuesta:** Lo que Simón Bolívar quiso decir en referencia a la sublevación de Cartagena, es que todo jefe debe asumir su rol, funciones y responsabilidades, del cargo al cual se asigna, porque por lo contrario puede generar caos y desorden. En el párrafo hay una lógica argumentación de una frase, por encima de una exposición, una narración o una comparación; es decir el párrafo es del tipo argumentativo.

d) El club de futbol abre a las 7 AM, no se permiten animales y todos sus miembros deben tener una conducta adecuado en el trato a los demás, en las áreas comunes y en las canchas respectivas; no se permiten las apuestas, hay bebidas y comidas en la fuente de soda y se trabaja corrido hasta las 9 PM.

**Respuesta:** el párrafo ofrece una exposición de cómo funciona un club de futbol, no hay narración o argumentación; es decir es del tipo expositivo.

e) ¿Qué características debe tener un texto científico? De las siguientes: Formalidad, estética, recursos y figuras literarias, objetividad, metáforas, verificable, y narrativa.

**Respuesta:** los textos científicos se basan en una formalidad teórica y en la secuencia de objetivos predeterminados, que deben tener grados de verificación; la respuesta es formalidad, verificable y objetividad.

Diga qué nivel de lenguaje se aprecia en el siguiente comunicado

f) “Caballeros la hoja enviada anoche a sus correos, está referida a las posibles soluciones en la utilidad del nuevo software de gráficas de relaciones en el plano, en donde se pueden realizar diferentes traslaciones y figuras a 3.0, para el modelo de texto virtual que estamos diseñando”.

**Respuesta:** en el fragmento no se dicen vulgaridades ni es de orden coloquial. Se usan términos tecnológicos, luego el comunicado es técnico.

g) ¿Qué características se adaptan al género de la tragedia? De las siguientes: burlas y risas, el personaje enfrenta una realidad, hay muerte o devastación, hay exaltaciones, se expresan los sentimientos, y hay narrativa de los hechos.

**Respuesta:** la tragedia se basa en la exaltación del personaje al enfrentar una realidad, por lo general ocurren muertes y devastaciones.

En las siguientes oraciones del poema, diga donde hay hipérbolos y repeticiones

h) "El teclado llora sonidos verdes,

Porque la hoja que cae muere de caerse.

En un vaivén leve, ligero y simple

Como si Eolo pudiese sostenerla en mente"

**Respuesta:** en la primera y cuarta oración hay exageraciones de hechos, cuando se dice que un teclado llora sonidos, en referencia a la producción de tonos de lastima, y cuando se afirma que el Dios griego de los vientos la sostiene; son hipérbolos. En la segunda y tercera hay repeticiones cuando la hoja cae de caerse y en un vaivén leve, ligero y simple, son repeticiones.

En los siguientes reactivos indique cuál es el significado que mejor se ajusta al sentido del refrán.

i) "En martes 13, ni te cases ni te embarques"

**Respuesta:** es un dicho popular y una creencia que los días martes 13 son de mala suerte, esto en referencia a un hecho medieval histórico, sobre la matanza de los caballeros templarios, que ocurrió de forma masiva en un único día 13, que se supone era un día martes, en el calendario español y viernes en el almanaque anglosajón.

j) "Para comer la nuez hay que romper la cáscara"

**Respuesta:** si bien todo beneficio que busquemos debe pasar por un esfuerzo para su logro, el refrán se refiere a que existe un factor de motivación a la hora de buscar nuestros objetivos en función de su dificultad.

### 3.b) 10 ejercicios propuestos

Género que caracteriza las siguientes obras: Lírica. Épica. Tragedia

a) La "Ilíada" canta las hazañas de héroes griegos y troyanos, en el último año de la guerra de Troya.

b) "Canto poético a la victoria olímpica" e "Himnos a las almas en el tártaro".

Que palabras son extranjerismo de las siguientes mostradas

c) 1) Choclo, 2) Charco, 3) Marketing, 4) Ok, 5) Chambra, 6) Email, 7) Clic.

d) 1) Casete, 2) Chef, 3) Papa, 4) Shopping, 5) Mucha, 6) Body, 7) Jazz

Escoja la frase que explique el refrán

e) **“A palabras necias, oídos sordos”** 1) Muchas personas dicen groserías. 2) Muchas personas hablan sin pensar en sus palabras usadas. 3) No hay que hacer caso del que habla sin razón.  
4) Todos alguna vez dijimos alguna necesidad. 5) El ruido ensordece.

f) **“Dios los hace y ellos se juntan”** 1) Todos los hijos del Señor deben unirse y superar sus diferencias. 2) Da a entender que dos personas son parecidas en conducta. 3) Las personas de una misma religión se juntan. 4) Las personas pese a sus diferencias se unen.

De los siguientes poemas que figura resalta: 1) Repetición, 2) Hipérbole

g) No me mires, que miran que nos miramos; miremos la manera de no mirarnos.

h) Tus ojos azules como el mar. Tus labios rojos como cerezas. Tus cabellos dorados como el sol.

i) ¿Qué características debe tener una obra literaria? De las siguientes: 1) Formalidad, 2) Estética, 3) Objetividad, 4) Metáforas y símiles, 5) Verificable, 6) Narrativa, 7) Explicaciones.

j) En una comunicación verbal unilateral de un idioma debe haber como mínimo: 1) Gestos y palabras, 2) Escrituras, 3) Canal, 4) Contexto, 5) Emisor, 6) Emisores y receptores, 7) Receptores.

### **3.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**De las siguientes palabras diferentes al idioma castellano**

**a) Carpa, b) choro, c) afiche, d) block, e) gaucho, f) pampa, g) nylon, h) pita, i) premier, j) net.**

**1) Cuales son Extranjerismo:** a) a-b-c-d-h b) c-d-e-f c) c-d-g-i-j d) b-e-f-h e) d-g-h-j

**2) Cuales son solo Quichuismos:** a) b-c-d-i b) c-d-g-h c) a-g-i-j d) e-f-h-j e) a-b-e-f

**De los siguientes párrafos, diga su tipología**

**3) Una familia es aquella que siempre estará contigo por más conflictos que haya. Puede haber diferencias, y a pesar de eso arreglan sus problemas porque siempre habrá algo que los una, el lazo familiar. Aun si hay una sola persona, ésa es tú familia.**

a) Expositivo b) familiar c) narrativo d) explicativo e) descriptivo

**4) La luna llena en uno de sus cuatro ciclos, se caracteriza por la redondez completa de la superficie selenita, un brillo que aclara la noche y en donde se pueden apreciar ciertas estructuras de la superficie, como picos y cordilleras de nuestro planeta binario, que algunos llaman satélite.** a) Descriptivo b) conceptual c) narrativo d) ninguno e) argumentativo.

**Encuentre el significado de los siguientes refranes**

**5) "Unos amasan la harina y otros se comen el pan"** a) Es conveniente aprovechar nuestras aptitudes, b) Algunos se aprovechan de la candidez de otros, c) No todos se dedican a lo mismo, d) El trabajo de la gente va en su beneficio, e) Ninguna.

**6) "Por el hilo se saca el ovillo"** a) Por la parte se puede deducir el todo, b) Cuando iniciamos algo debemos concluirlo, c) Todo elemento tiene partes constitutivas, d) Las cosas siempre parecen lo que son, e) De lo poco sale lo mucho.

**7) "Loro viejo no aprende a hablar"** a) Los loros aprenden a hablar de jóvenes, b) Referido a que en la vejes es más difícil el aprendizaje, c) No todos saben hablar, d) Las aves chillan o cantan, pero no hablan, e) Ninguna

**Diga el nivel del lenguaje que se puede percibir de las siguientes oraciones**

**8) Puede usted sentirse orgulloso de la premura del trabajo realizado**

a) Culto b) técnico c) coloquial d) explicativo e) descriptivo

**9) Diga qué nivel de lenguaje tiene esta oración: ¡No jodas! ¿Y eso con que se come?**

- a) Técnico    b) ninguna    c) coloquial    d) descriptivo    e) vulgar

**10) Para resolver una ecuación cuadrática en su forma canónica, se aplica su ecuación radical para dos posibles respuestas, cuidando del hecho que no habrá solución si el radicando es negativo. ¿Qué nivel tiene este párrafo?**

- a) Técnico    b) coloquial    c) descriptivo    d) vulgar    e) familiar

**11) “A padre trabajador, hijo gastador”** a) Muchos padres trabajan sin descanso. b) Existen padres que trabajan mucho, mientras los hijos malgastan lo obtenido. c) La vida es siempre injusta. d) Los hijos son desconsiderados. e) Ninguna

**12) “Más sabe el diablo por viejo que por diablo”** a) El diablo es un viejo, b) Los viejos pueden ser diablos, c) El diablo es omnisciente, d) mucha de la sabiduría se adquiere por las experiencias en la vida, e) Todo viejo es un sabio.

**13) la obra teatral griega; “Edipo rey”, referida a como el personaje descubre sus nefastas acciones pasadas y el pecado de incesto en que vive, corresponde al género literario**

- a) Tragedia    b) Drama    c) Lírica    d) Épica    e) Fábula

**14) La siguiente estrofa corresponde, a que género literario**

¡Salve, oh Patria, mil veces! ¡Oh Patria! ¡Gloria a ti! ¡Gloria a ti! Ya tu pecho, tu pecho rebosa.

Gozo y paz ya tu pecho rebosa, y tu frente y tu frente radiosa. Más que el sol contemplamos lucir.

- a) Lírica    b) Épica    c) Himno    d) Cuento    e) Fábula

**15) La corta historia de lo ocurrido entre la Liebre y la tortuga, es una anécdota que se ubica en ¿Que género literario?** a) Tragedia    b) Fabula    c) Drama    d) Épica    e) Cuento

**16) “Quien madruga Dios lo ayuda”** a) Es bueno despertar temprano, b) Dios ayuda a todos, c) Dios nunca olvida, d) Si te levantas tarde no hay ayuda, e) Comenzar temprano es un indicio de éxito.

**17) “Del dicho al hecho hay buen trecho”** a) Lo que se dice se hace, b) Para hacerlo hay que decirlo, c) Una cosa es decir que se va hacer y otra cosa es realizarlo, d) Para poder hacer hay que recorrer, e) Ninguna de estas

**18) “No es oro todo aquello que reluce”** a) Las apariencias pueden engañar, b) si reluce no es de oro, c) El oro es un metal brillante, d) lo que reluce a priori es bueno, e) Ninguna de estas.

**19) Donde está la hipérbole en la siguiente oración: “Te lo he dicho diez y hasta un millón de veces, ya deja de hacerte el tonto y olvidado”.**

a) Diez    b) tonto y olvidado    c) he dicho    d) un millón de veces    e) ninguna

**20) Donde está la hipérbole en la siguiente oración: “Eres más lento que un caracol y una tortuga juntos.”** a) Lento    b) caracol    c) una tortuga    d) un caracol y una tortuga    e) ninguna

**21) Donde está la hipérbole en la siguiente oración: “Sobre lo discutido ayer, ahora ¡Lo sabe todo el mundo!”** a) Todo el mundo    b) ahora    c) lo sabe    d) lo sabe todo    e) ninguna

**22) Identifique la frase que explica el refrán: “A caballo regalado no se le miran los dientes”.**

a) No se debe criticar a algo que uno recibe como obsequio, b) Un caballo es un regalo caro, por lo tanto, los dientes no son importantes, c) Acercarse a alguien desconocido puede exponerte a un ataque, d) No te fijes en las apariencias sino en los valores, e) Todos los caballos tienen sus dientes sanos.

**23) ¿Qué explica el refrán? “Cae más rápido un mentiroso, que un invalido”** a) Los inválidos son mentirosos, b) las verdades las dicen los cojos, c) las mentiras se les descubren a los mentirosos y los hacen “caer”, d) para no caer se debe usar muletas e) Ninguna.

**24) ¿Que figura literaria se usa en el refrán del ejercicio anterior?**

a) Un símil, al comparar “caída” con “descubrir”, b) una metáfora, c) una hipérbole en la palabra “más”, d) una repetición en “cae el invalido”, e) Ninguna.

**25) Explique qué quiso decir el emperador, Napoleón Bonaparte en la frase: “Despacio... Que tengo mucha prisa”** a) Mintió, quería premura, b) que con cuidado se evitan los errores y se puede ir más rápido c) que ir despacio es ir rápido d) la prisa trae cansancio, e) no todo lo lento es rápido.

**26) Identifique la frase que explica el refrán: “Quien siembra vientos..., cosecha tempestades”**

a) Comer mucho genera gases, b) el árbol del “viento” da frutos, c) gritar a otros puede generar odios, d) él que dice mentiras y discordias, puede generar conflictos mayores, e) toda tempestad es un viento.

**27) Explique qué dice el refrán: “La ociosidad es la madre de todos los vicios”** a) Todo vicio tiene madre y padre, b) que los vicios producen ociosidad, c) el ocio es un vicio, d) los vicios dañan a las madres, e) por lo general los vicios nacen de la inactividad y el dejarse.

**28) Diga qué nivel de lenguaje tiene la oración: “Mi Paíto fue a trabajar y mi mamita se quedó a cuidar a mis tritoncitos”.** a) Técnico b) coloquial c) descriptivo d) vulgar e) Ninguna.

**29) La obra literaria de Julio Verne: “20.000 leguas de viaje submarino”. Que cuenta las aventuras del profesor Aromat, bordo del Nautilus”, es una**

a) Épica b) Ciencia ficción c) Tragedia d) Didáctica e) Fabula.

**30) La frase: “A buen entendedor.... Pocas palabras” es un**

a) Refrán b) Poema c) Símil d) Oratoria e) Hipérbole.

**31) ¿Que recurso literario destaca en la siguiente frase? “El viento se llevó los algodones, que estaban suspendidos en el aire”.** a) Comparación b) metáfora c) hipérbole d) ironía e) imagen.

**32) De las siguientes líneas: “No hay extensión más grande que mi herida, lloro mi desventura en sus conjuntos, y siento más tu partida que mi vida”.**

a) Lírica b) Himno c) Tragedia d) épica e) Metáfora.

**33) Entonces Perseo limpio en la orilla del mar sus manos ensangrentadas del cuello de la Medusa, ocasionando que algunas algas cercanas se petrificaran, ese es el origen de los corales. Este mito, obedece al género.** a) Épico b) Himnos c) Tragedia d) mito e) odas.

**34) ¿Qué frase explica mejor el siguiente refrán? “Con la vara que mides, serás medido”.**

a) La medida es con la vara b) Si juzgas serás juzgado c) Como tratas serás tratado d) medir es malo e) si mides a otros, entonces serás medido.

**35) ¿Qué indica la siguiente frase? “Que el apetito obedezca la razón”.**

a) El hambre hace perder la razón b) la razón controla el hambre c) comer es inteligente. d) Hay que comer sin excesos e) la razón es apetecible.

**36) La Sátira, es un subgénero de la lírica, ¿Que busca, sobre cualquier hecho o persona?**

a) Causarle riza b) molestarlo c) ridiculizarlo d) mejorarlo e) identificarlo.

37) **¿Qué uso lingüístico destaca en la siguiente oración? “El amateur realizo su debut como chef de cocina”.** a) Extranjeros b) Quichuismo c) poema d) francés e) extranjerismo.

38) **En la frase: “La joven calincha se abrió paso por la cancha de pelota rumbo a la meta”. ¿Qué uso lingüístico sobresale?** a) Quichuismo b) extranjerismo c) indígena d) pampa e) ninguno.

39) **Que uso se repite en la oración: “El cóndor voló por la pampa, con la capacidad de distinguir entre un poroto y un choclo”.** a) Símil b) descripción c) quichuismo d) argentino e) indio.

40) **¿Qué se extrae del siguiente refrán: “No hay mal que por bien no venga”**

a) Para el bien debe haber un mal b) lo bueno es malo y viceversa c) casi siempre de la experiencia que sea, se saca un conocer d) el bien proviene de lo malo e) para el mal, buena cara.

41) **¿Qué uso lingüístico destaca en? “La chica en la banca de su balcón, sintió capricho por comer espagueti”.** a) Quichuismo b) lirica c) italiano d) extranjerismo e) francés.

42) **Que puede enseñar la siguiente frase: “El flojo termina trabajando el doble”.**

a) Es un refrán popular sobre la pobreza b) eludir el trabajo, puede ocasionar que este se incremente c) el trabajador trabaja la mitad d) anécdota e) aplícate y trabajarás menos.

43) **Si se afirma: “A cada cerdo le llega su navidad” o “A cada pavo le llega su cena de gracias”, se refiere como enseñanza que:** a) Es un decir tipo refrán, sobre las personas sucias o muy elegantes b) al final la justicia siempre llega c) todos tenemos un destino inevitable d) referencia indígena e) es malo ser un cerdo o un pavo.

44) **Que enseña la frase: “Cada loco con su tema, y cada lobo por su senda”**

a) Los locos son temáticos b) el lobo recorre sendas c) el lobo está loco d) en cada cabeza hay un pensar y un camino e) cada quien tiene derecho a pensar y seguir su camino, y no debemos meternos en sus vidas.

45) **¿Qué uso lingüístico se usa en la siguiente oración? “A un clic de su mouse el video paso del disquete a su email”.** a) Americanismo b) refrán c) épica d) inglés e) extranjerismo.

46) **¿Qué palabras fueron adoptadas por el español en la siguiente oración? “Mi tío parqueo su auto cerca de la cancha, para ir a ver el futbol desde la vitrina élite del estadio”.**

a) Parqueo y vitrina b) Futbol y estadio c) cancha, parqueo y futbol d) cancha y estadio e) futbol.

**47) ¡Cuando el río suena, es porque piedras trae! Esta expresión que nos dice.**

a) La impresión de algo o sobre alguien, nos dice lo que viene    b) los ríos traen piedras    c) las piedras en el zapato pueden evitarse    d) las cosas malas por lo general se anuncian    e) refrán de cautela.

**48) Que indica el siguiente refrán popular: “Cuando el gato sale los ratones hacen fiesta”.**

a) Los que vigilan no se divierten    b) Si el profesor sale los alumnos se copian    c) referido a que en determinadas organizaciones se debe vigilar el orden    d) el gato casa a los ratones    e) el gato no es invitado a la fiesta de los ratones.

**49) El siguiente dicho: “Si presto al cobrar molesto”, se refiere a**

a) Prestar dinero a los amigos es delicado    b) las deudas ocasionan el problema de tener que cobrarlas    c) El dinero corrompe la amistad    d) advertencia del cuidado que se debe tener al prestar dinero    e) se debe prestar a los enemigos.

**50) ¿A qué se refiere el siguiente refrán? “De noche todos los gatos son pardos”.**

a) Los gatos salen de noche    b) los gatos blancos o negros duermen en casa    c) de noche todas las personas parecen de color pardo    d) la noche esconde algo    e) en la noche es más fácil ocultar las cosas o confundirlas.

#### 4) ANÁLISIS DE ENSAYOS Y FRAGMENTOS LITERARIOS

El ensayo es considerado por algunos autores como un género literario, en vista que su finalidad es analizar y argumentar ideas, sobre un tema más extenso, es una especie de resumen de posturas de un autor con el carácter propedéutico, por lo que se puede definir por su tamaño, como un resumen introductorio de una obra dentro del género didáctico. Los ensayos son parte importante en la formación cognitiva del estudiante, considerando que, con ellos se puede evaluar la capacidad de comprensión, es decir cuando se analizan, además de la capacidad de escritura y creación. En términos filosóficos, un ensayo es una obra leve que lleva subjetividades de su autor, que no necesariamente busca la cohesión fiel del lector, ni requiere de verificaciones formales; es decir un ensayo es un compendio de lógicas inductivas, (de una idea o verdad particular se extraen ideas e inferencias empíricas), y deductivas, (que es obtener una verdad particular a partir de verdades generales concluidas); cuyo análisis y extracción de sus ideas principales, es una habilidad necesaria en todo bachiller.

Los ensayos tienen estructuras flexibles, por lo general de: introducción, desarrollo y conclusiones, bajo una óptica de exploración y persuasión se aborda un tema sin agotarlo; un ensayo nace con los pasos de: a) documentación, b) organización, y c) redacción; o sea una especie de micro tesis donde se destaca el análisis y la síntesis de ideas, a manera de un “libre discurso reflexivo, elaborado, por un autor específico”.

Los ensayos se analizan a partir del contexto en qué se ubican, su autor o autores, con los objetivos o propósitos observables, su estructura, sus comentarios críticos y por su valoración; entre algunos consejos de utilidad se tiene: a) Es importante realizar toda la lectura haciendo énfasis en su parte introductoria, b) No ver su extensión, si no las palabras en sus párrafos de nuestra mejor comprensión, estando claros con su estructura, c) identificar la temática, los personajes involucrados, su autor, su estilo de narrativa, su nivel del lenguaje, sus figuras y características literarias, d) realiza apuntes al margen, en tu segunda lectura evitando “encierres”, cuando no entiendes alguna palabra específica, ubica las oraciones de las ideas, e) ubica el contexto de la obra a ver si recuerdas obras similares.

Es bueno saber que toda obra es un medio, un arte de cómo un determinado autor, expresa sus ideas y resultados de sus investigaciones personales, luego el análisis de una obra no es más que entrar en ella y detectar estas ideas y experiencias de su autor; además, de qué figuras literarias se valió para redactarlo e idealizarlo. A manera de cierre el análisis de un texto o fragmento es: leer, volver a leer, subrayar al reconocer las ideas y sus argumentos, respondiendo por lógica, sobre lo que se pregunta.

Entre algunas definiciones de interés a la hora de realizar análisis de ensayos se tienen

- 1) **Análisis:** estudio específico para descubrir y comprender las partes de una estructura mayor.
- 2) **Actitud:** disposición en ánimo, para realizar una actividad educativa.
- 3) **Concepto:** idea abstracta generalizada, que puede ser verificada.

- 4) **Definición:** acción de conocer el concepto en su extensión y comprensión.
- 5) **Dialéctica:** dialogo consensuado en un tema a discutir y resolver, praxis de ideas.
- 6) **Enigma:** definición ambigua, vacío del conocer en la praxis de un concepto.
- 7) **Epistemología:** estudio crítico de la actividad científica, el cómo y porqué se aprende.
- 8) **Estética:** reflexión sobre la calidad de belleza.
- 9) **Ética:** es la reflexión propia, sobre la moral establecida.
- 10) **Filosofía:** reflexiones en consideraciones del conocimiento, ciencia amiga del conocer.
- 11) **Hermenéutica:** ciencia de la interpretación crítica y metodológica de los textos antiguos.
- 12) **Hipótesis:** propuesta inductiva por ser verificada.
- 13) **Intuición:** conocimiento innato adquirido por la visión.
- 14) **Idea principal o central:** como la oración que resume o incluye las demás dentro del párrafo.
- 15) **Idea secundaria:** son los aspectos, detalles o razones derivadas de la idea principal.
- 16) **Lógica:** métodos y principios del razonamiento para el conocer.
- 17) **Mayéutica:** forma de generar ideas y conceptos por la similitud en conjeturas de ironías, o a través de la práctica por dialéctica.
- 18) **Mensaje:** sencillez o profundidad de razones que extrae el lector, pretendidas por el autor.
- 19) **Paradigma:** idea, ejemplo o concepto prototipo, que sirve de norma a seguir.
- 20) **Paráfrasis:** ampliación explicativa de un texto o parte de él; argumentación libre.
- 21) **Postura del autor:** es su contexto narrativo o explicativo, y no necesariamente igual al de su o sus lectores. Es por análisis lo que se considera es su punto de vista, que ser diferente a la idea principal.
- 22) **Proposición:** afirmación del autor, que puede ser únicamente verdadera o falsa.
- 23) **Retórica:** arte conjetural del discurso, para persuadir.
- 24) **Rigor:** calidad de precisión y exactitud.
- 25) **Síntesis:** método por causa efecto para reunir elementos destacados de una obra.
- 26) **Tautología:** repetición de una idea o pensamiento.
- 27) **Temática:** asunto que caracteriza el hecho narrado, o su caracterización.
- 28) **Teorema:** expresión o proposición que puede ser demostrada.
- 29) **Teoría:** conocimiento basado en teoremas ordenados, que es verificable, y tiene aplicación.
- 30) **Tesis:** Pensamiento concluido, libre, de impacto social, que tiene criterio propio y rigurosidad.
- 31) **Utopía:** idealización no realizable, proyecto o doctrina fabulosa.

Hay que recordar siempre que, ante un párrafo o texto literario de singular magnitud, debemos enfocarnos en las preguntas específicas que nos hacen, por supuesto luego de una primera y total lectura; buscar las respuestas sin haber leído es un desorden que conduce a la pérdida de tiempo con una alta probabilidad de error. Entre las preguntas más comunes están: 1) el tema del texto, referido a que sujeto u objeto; 2) la idea principal, que es el argumento de peso o idea relevante, de donde se

desprenden las demás; 3) la o las ideas secundarias, que son ideas derivadas de la principal o informaciones adicionales que complementa el argumento; 4) la postura del autor, referida a su opinión particular sobre la argumentación, por lo general en línea con la idea principal; 5) la posibilidad de ideas implícitas o secundarias “ocultas” en determinadas frases; y 6) preguntas específicas sobre diferentes temas que pueden aparecer.

#### 4.a) 10 Ejercicios resueltos

Lea el siguiente fragmento, luego responda las preguntas

Todo el proceso humano está entretelado constituyendo un todo en el que no hay parte separable. El viaje a la luna es un punto de convergencia de todo lo que en los últimos cincuenta años el hombre ha aprendido sobre: energía, metales, comunicaciones, mecánica, configuración del universo, matemática y su geofísica. Hace cien años el viaje a la luna no pasaba de ser una fantasía de narradores populares como Julio Verne, en su cuento: “De la tierra a la luna”. No había entonces ni la más remota posibilidad de realizarlo. En nuestros días, por el contrario, era prácticamente inevitable el llegar a hacerlo. En cierto modo, el viaje a la luna es el paso más reciente en el antiguo afán del hombre para alcanzar y dominar lo que no tiene. Mientras la tierra temblaba en Cabo Kennedy, bajo el impacto de los gases de los gigantescos cohetes de propulsión, en el fondo de los ojos que seguían el ascenso increíble del gran pájaro de fuego hacia el cielo ilimitado, brillaba el mismo reflejo de codicia con orgullo, que debió tener la mirada del primer cazador que disparó una flecha.

a) ¿Qué se indica en la primera parte del párrafo?

**Respuesta:** en vista que la primera oración es una conjetura de los procesos humanos, lo que indica el párrafo es que: “el viaje a la Luna es un punto de convergencia de lo hasta ahora aprendido por el hombre” o de lo aprendido en los últimos 50 años.

b) ¿Hace 100 años el viaje a la luna se consideraba cómo?

**Respuesta:** como una fantasía de narradores populares, como Julio Verne: “De la tierra a la Luna”.

c) ¿Qué símil se aprecia en el cierre del fragmento?

**Respuesta:** en la comparación del orgullo al logro humano, entre la primera flecha lanzada y el cohete, (llamado aquí también por metáfora: pájaro de fuego).

d) ¿Cuál fue el sitio del lanzamiento, en donde la tierra tembló?

**Respuesta:** claramente indica que fue en el “Cabo Kennedy”.

Lea el siguiente párrafo y responda

Nigima, un volcán que emergió del océano en noviembre de 2013 se unió a otra isla cercana que se formó también de un volcán, cuya erupción fue hace 40 años. Nigima surgió a unos 500 metros de este volcán llamado Nishinoshuma. Ahora, según las observaciones hechas a fines marzo, las islas se han vuelto una y miden cerca de un Kilómetro de ancho, en su punto más alto, la nueva isla tiene 60 metros sobre el nivel del mar. Eso es el triple del punto más alto observado en diciembre, según publico la CNN: “Una isla se come a otra en Japón”, 13 de abril de 2014.

e) Su idea principal es.

**Respuesta:** que la unión de dos formaciones volcánicas, con 40 años de separación, ha constituido una nueva isla en el Japón.

f) Señale una idea secundaria.

**Respuesta:** la nueva isla ha crecido el triple de alto en los últimos cinco meses, o las islas con 500 metros de separación de inicio, se unieron en cuatro meses.

g) ¿Existe una figura literaria que se pueda apreciar en este fragmento de párrafo descriptivo?

**Respuesta:** si en el artículo de CNN, se usa la metáfora: una isla “se come” a otra en el Japón.

h) A que conclusión lógica se puede llegar de las siguientes informaciones

1) Los lunes Linda almuerza con su mamá Elba, 2) Ayer fue viernes, y 3) Pasado mañana es el cumpleaños de Elba.

**Respuesta:** si bien es obvio que mañana toca almuerzo en casa de su mamá, la conclusión lógica es que Linda debe llevar un obsequio a Elba, por ser ese lunes día de su cumpleaños.

i) Identifique el significado de la palabra: “desarraigados” de acuerdo con el siguiente texto

En una tediosa tarde de la adolescencia, caminaba por las calles en busca del sentido de la vida, cuando encontré una pareja de personajes extraviados por el mundo, pareja de **desarraigados** auténticos como Gregorio Sansa, el Quijote, El Centauro y la Penélope en Albura, en el alero de las palomas sucias.

**Respuesta:** precisamente es el significado de la palabra en sí, desarraigados que no tienen arraigo cuando vagan en el mundo, como el famoso Quijote y otros ejemplos

j) Elija la opción que reproduce una de las ideas secundarias del siguiente párrafo

Una manera de prevenir accidentes es el orden. Los lugares que tienen objetos tirados por el piso o las escaleras aumentan las probabilidades de que alguien se tropiece o resbale, igualmente, tener cajones y el ropero ordenados ayuda a estar más seguro, en la cocina todo debe estar ordenado, teniendo

precaución de que los objetos peligrosos como los cuchillos no estén al alcance de los niños pequeños que pueden cortarse. Tampoco las medicinas deben estar cerca de los alimentos. En la cocina ocurren accidentes por quemaduras que dejarían secuelas con marcas permanentes.

**Respuesta:** la idea general es el orden y la limpieza en el hogar, como estrategia para prevenir accidentes; entonces una idea secundaria sería una que se derive de esta o sea un ejemplo, veamos las siguientes, todas posibles: 1) los lugares con objetos tirados por el piso o las escaleras, aumentan las probabilidades de que alguien se tropiece o resbale, 2) en la cocina los objetos como los cuchillos deben estar fuera del alcance de los niños, 3) en la cocina ocurren accidentes por quemaduras, que pueden dejar marcas permanentes.

#### **4.b) 10 problemas propuestos**

En base a la lectura siguiente, responda las siguientes preguntas

¿Revisas tu celular inteligente cada cinco minutos? ¿Has sentido vibraciones y sonidos falsos? ¿Te llevas tu celular a la mesa e incluso hasta al baño? Si es así, seguramente perteneces a los miles de personas que padecen nomofobia, el término surgió como abreviatura de “no-mobile-phone-phobia”, (miedo a no tener el teléfono), durante un estudio realizado por una empresa inglesa, para señalar la ansiedad y angustia que produce el estar sin el celular. Si bien la denominación «fobia» podría ser incorrecta, un estudio conducido por el psicólogo Richard Balding, reveló que, efectivamente, el uso constante de estos aparatos aumenta los niveles de estrés, lo que a su vez incrementa los comportamientos compulsivos como el buscar incesantemente nuevas alertas, mensajes y actualizaciones. Durante el experimento, se les aplicó un cuestionario psicosomático de estrés a 100 participantes, (entre estudiantes y empleados); donde se confirmó la existencia de un círculo vicioso: si bien las personas adquirirían el celular inteligente para manejar su carga de trabajo, una vez que el aparato extendía virtualmente su vida social, la angustia con un alto nivel de estrés se disparaban, cuando ocurrían los casos de: el tenerlo siempre a la mano, el asegurarse de siempre tener batería, o el miedo a perder la señal.

a) ¿Cuál es el tema central del párrafo?

b) ¿Qué significa la abreviatura “Nomofobia”?

c) ¿Cuál es una idea secundaria? Opciones

1) Quienes usan teléfonos inteligentes buscan que éste registre nuevos mensajes. 2) El nombre nomofobia surgió abreviando la frase no-mobile-phone-phobia. 3) Los estudiantes y empleados son incapaces de dejar inactivos sus teléfonos celulares. 4) La nomofobia es el estrés ocasionado por el uso compulsivo del celular.

d) En el texto, la palabra DISPARAR implica el desarrollo del estrés como proceso

e) ¿Qué resulta incompatible con la información textual acerca de los individuos nomofóbicos? Opciones: 1) incrementan sus niveles de estrés debido al uso compulsivo de sus celulares. 2) buscan de manera incesante, solo nuevas actualizaciones en sus teléfonos móviles. 3) acusan cierto temor ante una posible descarga del celular o la pérdida de señal. 4) pueden sentir subjetivamente que el teléfono celular se encuentra vibrando.

Luego de hacer la siguiente lectura, responda las preguntas

La Antropología como ciencia ha hecho grandes aportes a la comprensión, en el estudio de las diferentes culturas. Se puede decir que partió de análisis básicos sobre el comportamiento humano, hasta lograr construcciones más complejas que van más allá de la sola cultura material. Desde una perspectiva histórica, la discusión en torno a este concepto también ha posibilitado el dialogo con otras ramas del conocimiento. En este sentido no se puede hablar exclusivamente de cultura desde la antropología, sin tener en cuenta factores fundamentales de la economía, la sociología, la psicología, la filosofía, entre muchas otras que le apartaron elementos de análisis para su definición.

f) Identifique la postura crítica del autor. Opciones

1) La antropología como ciencia ha hecho grandes aportes a la comprensión y estudio de las diferentes culturas. 2) Para establecer la definición de cultura no inciden los principios fundamentales de la economía, la sociología u otras ciencias. 3) La antropología partió de análisis básicos del estudio del comportamiento humano, hasta lograr construcciones más complejas, al punto que no se puede hablar exclusivamente de cultura desde la antropología. 4) Hablar de cultura implica un análisis de los factores fundamentales de las diferentes ramas de las Ciencias Sociales.

g) ¿Qué otros factores se deben considerar junto a la antropología para hablar de cultura?

1) Las perspectivas históricas 2) las construcciones complejas, 3) la economía, la sociología, la psicología, la filosofía, entre muchas otras, 4) ninguna de estas.

De la siguiente lectura

Hay varios tipos de viaje, a veces se viaja por turismo, otras por trabajo, o por supervivencia como los miles de desplazados que hay en el mundo. Hay viajes placenteros y hay los que causan tristeza. Sin embargo, todo desplazamiento físico implica un viaje interior. El ser humano, cuando sale de su rutina, del ambiente con el que está familiarizado, se sensibiliza. Recupera habilidades de observación en meditación, piensa más en su presente, pasado y futuro, desplazando las formas de pensar habituales hacia estados en los que se experimentan nuevos puntos de vista.

h) Identifique la idea central del párrafo.

1) Todo viaje requiere de habilidades de observación, 2) Hay distintos tipos de viaje, solo algunos son placenteros, 3) El ser humano es capaz de meditar en diversas circunstancias, 4) El desplazamiento físico estimula un desplazamiento de la forma de predecir.

i) ¿Qué pasa cuando el ser humano sale de su rutina?

Del siguiente párrafo

La buena comunicación con el entorno social que nos rodea logra que desarrollemos habilidades para expresarnos fácilmente, mantener una buena relación con otras personas y expresar adecuadamente lo que deseamos o pensamos. Todo ello para poder formar parte de una sociedad al sentirnos más seguros de nosotros mismos.

j) Identifique la idea principal. Opciones: 1) La comunicación permite una buena relación con otras personas, 2) Debemos aprender a expresar adecuadamente lo que deseamos y lo que pensamos, 3) Debemos desarrollar habilidades para expresarnos de manera correcta, 4) Es conveniente desarrollar habilidades para expresarnos de manera correcta.

#### **4.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**Lectura:** Ecuador registró una inflación anual 3,67 % en el 2014 frente al 2,70 % del 2013, según el último reporte del Índice de Precios al Consumidor (IPC), publicado por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC). El país registró una inflación mensual de 0,11%. La división de alimentos y bebidas no alcohólicas es la que más constituyó en la variación mensual del IPC con el 27,74 % del total, seguida de Recreaciones y Cultura con el 19,27%. Esmeraldas es la ciudad con la inflación mensual más alta con el 0,60% seguida de Machala con 0,41 %. Mientras, Loja y Manta son las que menos inflación tienen con el 0,12 % y 0,18 % respectivamente. En 2014 la canasta Básica se ubicó en \$646,30 mientras el ingreso familiar promedio mensual estaba percibido en \$634,67. En diciembre 2013, la Canasta Básica es de \$620,86 con un ingreso familiar de \$593,6.

##### **1) Identifique el argumento general.**

- a) La canasta básica alcanzó los USD 620,86 en diciembre de 2013.
- b) El INEC realizó la publicación del último reporte del Índice de Precios al Consumidor (IPC).
- c) Ecuador registró una inflación anual de 3,67% en el 2014 frente al 2,70% del 2013.
- d) La canasta básica se ubicó en USD 646,30 en el 2014, según un comunicado de INEC.
- e) El ingreso promedio familiar sigue por debajo de la canasta básica.

##### **2) Las inflaciones mensuales, más alta y baja corresponden a las ciudades de**

- a) Loja y Quito, b) Guayaquil y Loja, c) Quito y Guayaquil, d) Esmeralda y Loja, e) Manta y Loja.

**Con base la lectura siguiente:** El estudio del movimiento se refiere al cambio de ubicación en el espacio en relación del tiempo, tal como es medido por un observador físico. Por lo general, el cambio de ubicación puede verse influido por las propiedades internas de un cuerpo o de un sistema físico. Incluso el estado del movimiento en toda su generalidad lleva a considerar el cambio de dicho estado físico. La física clásica nació estudiando la cinemática de los cuerpos rígidos.

##### **3) ¿El tema central es?**

- a) El estudio del movimiento se refiere al cambio de ubicación en el espacio en relación del tiempo
- b) Esta disciplina describe el modo en que se mueve un cuerpo
- c) La descripción del movimiento de los cuerpos físicos se denomina cinemática
- d) El movimiento debe ser medido por un observador físico, e) Ninguna de estas

##### **4) ¿De dónde nace la física clásica?**

- a) Del estudio del tiempo, b) Del estudio del espacio físico, c) Del estado del movimiento, d) Por la inercia, e) Por el estudio de la cinemática de los cuerpos rígidos.

**De la siguiente lectura:** En mi viaje a Marbella conocí a un taxista que me contó sobre sus múltiples aventuras, una de ellas me impactó tanto que quisiera relatarles. Resulta que Raúl, el famoso cantante, andaba con una de sus múltiples novias en Sierra Nevada, esquiendo, cuando su novia murió a consecuencia de una caída en la montaña, donde el único que la vio despeñarse fue nuestro famosillo amigo. Pero un empleado del hotel, telefoneo a la policía, y Raúl fue detenido. Los periodistas quedaron muy sorprendidos por las declaraciones del empleado: “no conozco a Raúl ni a su novia, pero no dude, que era culpable por la muerte de la dama, apenas lo supe”.

**5) Infiera la idea implícita del texto.**

a) Raúl conoció a un taxista en un viaje a Marbella, b) El empleado emitió un juicio de valor apresurado  
c) La muerte de la novia de Raúl fue en un despeñadero, d) Los periodistas quedaron muy sorprendidos por las declaraciones del empleado, e) La historia del taxista es impactante.

**Párrafo:** “Todos cuando favorecen a otros, se favorecen a sí mismos; donde no me refiero al hecho de que el socorrido querrá socorrer y el defendido proteger, o que el buen ejemplo retorna, describiendo un círculo, hacía el que lo da, sino que el valor de toda virtud radica en ella misma, ya que no se practica en orden al premio: la recompensa de la acción virtuosa, es haberla realizado.”

**6) La razón de toda virtud radica.** a) El favorecer a los demás. b) El derecho al premio. c) La propia realización. d) La acción solidaria. e) Ninguna.

**7) ¿Quiénes se favorecen a sí mismos?** a) Todos cuando favorecen a otros, b) El socorrido, c) el valor de toda virtud, d) Ellos mismos, e) Ninguna de estas.

**Lectura:** Jerusalén es un centro religioso para judíos, cristianos y musulmanes, lo cual nos dice algo sobre las bases de estas religiones. Precisamente por eso resulta tan trágico que justamente Jerusalén se haya convertido en la manzana de la discordia, en el sentido de que la gente se mata a millares porque no se ponen de acuerdo, sobre quién debe gobernar la “Ciudad Eterna”.

**8) ¿Qué idea es incompatible con el contenido textual?** a) Existen religiones con ciertas bases históricas comunes. b) Jerusalén se ha convertido en una manzana de la discordia. c) La historia ampara el derecho de los judíos, cristianos y musulmanes. d) La soberanía de la “Ciudad Eterna” debe pertenecer a una única religión. e) Ninguna de estas.

**9) ¿Cuáles son las religiones involucradas?** a) budismo y cristianismo. b) cristianismo con judaísmo. c) islam, cristianismo más judaísmo. d) judaísmo e islam. e) Buda y Confucio.

**Con base a la siguiente lectura:** Este viernes, los precios del petróleo terminaron con una ligera baja en Nueva York, mercado caracterizado por la sobreoferta. El precio del barril venezolano experimentó un descenso de \$4,61 cerrando en \$42,44. Con un 9,8% menos que la semana pasada, informó este viernes el Ministerio de Petróleo de este país a través de su cuenta de redes sociales. Es la decimoséptima semana seguida en que retrocede el valor del crudo venezolano con sus derivados, que han perdido más de 50% de su precio desde finales de junio a la semana del 22 de diciembre, el crudo, que aporta 96% de los ingresos de esta nación sudamericana, que tiene las mayores reservas mundiales, se reducen drásticamente en un momento delicado, con una economía en recesión, una inflación estimada en 64% en 2014. Sin embargo, el Ejecutivo venezolano ha sostenido que mantendrá el gasto en áreas sociales y que el país cuenta con recursos suficientes para cubrir deudas.

**10) La idea secundaria es:** a) El ejecutivo venezolano sostuvo que el país cuenta con recursos para cubrir compromisos de deuda. b) El crudo venezolano registró una caída con relación a la semana pasada. c) El crudo venezolano, que aporta 96% de los ingresos de esta nación, cerró en USD 49,52 d) Precio del petróleo bajo en Nueva York debido a la sobreoferta en el mercado. e) es una caída del precio en 50% en 17 semanas.

**11) La idea principal es:** a) El país cuenta con recursos suficientes. b) Seguirá el gasto en áreas sociales. c) Hay recursos para pagar compromisos de deuda. d) La inflación se estima en un 64%. e) Los ingresos de la nación se reducen en un momento delicado.

**12) ¿Qué postura crítica agrega el autor?, Sobre el ejecutivo de Venezuela.** a) El crudo aporta el 96% de los ingresos, b) Que el país cuenta con recursos suficientes c) Que el crudo venezolano ha perdido el 50% de su valor, d) Se mantendrán los gastos sociales, e) No hay.

**13) Con base en las premisas, identifique la conclusión lógica.**

Para la mayoría de los jóvenes, la Filosofía es difícil de entender con una lectura aburrida. Los maestros no dominan adecuadamente la Filosofía. Los jóvenes prefieren lecturas más amenas con fácil asimilación. Opciones: a) Los jóvenes desean aprender Filosofía. b) Los jóvenes no elijen leer Filosofía. c) Los jóvenes buscan maestros que enseñen Filosofía. d) La Filosofía es fácil de entender para los jóvenes. e) Toda filosofía es bella.

**Fragmento:** hemos progresado muy deprisa, encarcelándonos en nosotros mismos; el maquinismo que crea abundancia nos deja en necesidad, donde nuestros conocimientos nos hacen cínicos. Luego nuestra inteligencia nos hace duros y secos, porque pensamos demasiado con poco sentimiento, más que maquinas necesitamos humanidad, más que inteligencia, dulzura y bondad.

**14) ¿Cuál es la idea principal? Opciones:** a) La abundancia crea necesidades. b) La inteligencia es un peligro. c) Se debe tener una actitud crítica ante el progreso. d) El progreso deshumanizó al ser humano. e) Somos duros y cínicos.

**Párrafo:** la riqueza del lenguaje puede medirse por el número de sus palabras, pero no su poder; hay escritores exitosos con un vocabulario restringido, al sacar matices por ser maestros de la “colocación”, como en el ajedrez, las palabras valen por su posición y por la estructura que forman. Solo el escritor mediocre desdeña palabras como si fueran peones, si saber que estos coronan.

**15) ¿Cuál es una posible paráfrasis del párrafo?**

a) Un buen escritor juega con la posición de las palabras. b) Un brillante jugador de ajedrez desdeña ciertas piezas. c) Las palabras y las piezas pequeñas guardan potencial. d) El poder intrínseco de las palabras, determina la riqueza del lenguaje. e) El lenguaje se mide por el número de sus palabras.

**Del párrafo:** el verdadero artista nada produce, porque la pequeñez del libro, ante el arte subjetivamente creado es notable. Vivimos poemas maravillosos, que cuando se quiere escribirlos se derrumban. Las concepciones perfectas se vuelven grotescas al darles forma. Además, para nosotros es casi imposible crear algo que valga la pena.

**16) Identifica la intensión del narrador:** a) Manifestar que el arte es irrealizable por el ser humano. b) Solo lo vivido se transforma en poemas. c) Los artistas genuinos son prolíficos. d) Las formas perfectas surgen de concepciones perfectas. e) Ninguna de estas.

**17) Identifique cuál de las siguientes expresiones es una proposición**

a) ¡Socorro! ¡Auxilio! b) Juan Flores fue el segundo presidente. c) Felicidades por tu triunfo en el baile, d) Ninguna, e) ¿Dónde vive el señor?

**18) Si P y Q, son dos formas proposicionales tautológicas, entonces es cierto**

a) P y Q, no son proposiciones tautológicas, b) P y Q es una contradicción c) Q y P están en contingencia, d) P y Q es una tautología, e) Q y P es una contradicción.

**Del fragmento de fábula:** Estando un pomposo león en su roca, observó a sus súbditos con desdén, se gloriaba de su poder y su señorío sobre los demás, hasta que fijó su mirada en una pequeña mosca a la que empezó a burlarse: Oh tu insignificante insecto volador ¿Qué haces por acá? En verdad que eres digna de vergüenza con lastima, pues no tienes ni dominios ni poder, ¿Qué harías tú contra mi fuerza? En ese momento la mosca voló, molesto y pico al león tantas veces que este se rindió pidiendo que lo dejara en paz, por supuesto luego de agotarse en brincos con zarpazos al aire, sin poder atrapar o dañar a la hábil mosca; el león se retiró a su cueva pensativo.

**19) ¿Cuál es el mensaje principal del fragmento? Opciones:** a) León no casa mosca, b) La mosca es más fuerte, c) No hay que burlarse de los demás sin necesidad, d) La mosca es veloz y hábil, e) La gloria es dañina.

**20) ¿Qué pudo pensar el León en su retiro?** a) Hay que ser más humilde, b) Debemos expresar siempre nuestros logros, c) Lo pequeño es tu enemigo, d) No hay rival pequeño, así que no se debe buscar, e) Para después me burlo de la vaca.

**De la fábula:** estando los ratones reunidos en asamblea, decidían que hacer con el nuevo gato de la casa, pues este vigilaba la despensa con sigilo, donde ya había atrapado a dos ratones. Uno sabio dijo, ¡Pongámosle una campanita en el cuello al gato, cuando este dormido, así sabremos cuando se acerque! Todos aplaudieron la brillante idea, pero a la hora de decidir quién lo haría, nadie estuvo dispuesto; así terminó la asamblea, todos opinaron, pero nadie quiso hacer nada.

**21) ¿Cuál es la idea principal de esta famosa fábula?** a) Los ratones se reúnen, b) Siempre el sabio opina, c) Los gatos atrapan a los ratones, d) Colocar la campanita en el cuello al gato, e) Las ideas son buenas pero lo importante es realizarlas.

**22) ¿Qué frase explica la postura del autor?** a) Todos aplaudieron la brillante idea, b) Nadie está dispuesto a hacer las cosas, c) Todos opinaron, pero nadie hizo nada, d) Decidían que hacer con el nuevo gato, e) ¡Pongámosle una campanita en el cuello!

**De la biografía:** Las etiquetas de filósofo, matemático, escritor y educador, son apropiadas, pero no bastan para darnos una idea de la persona que fue Bertrand Russell. Vivió 97 años (1872 a 1970), se casó en cuatro ocasiones, escribió más de 70 libros, estuvo dos veces encarcelado, recibió el premio Nobel, viajó a Alemania, Rusia, China y los EE.UU. Luchó por el voto de la mujer, el pacifismo con la fundación de una organización mundial de naciones, que lograra poner fin a todas las guerras. Sus obras en el ámbito de la lógica y los fundamentos de la matemática supusieron su mayor aportación al campo de la filosofía. Fuera de ésta es conocido por sus, entonces "escandalosos", escritos en torno a la religión, la guerra, el matrimonio, el trabajo o el sexo. Figura controvertida y polémica, amada por unos y vilipendiada por otros, sus vidas con sus obras son de talante crítico, pasión profunda, en una independencia de pensamiento, que late aún, hoy día.

**23) El escritor Bertrand Russell, por su figura controvertida y polémica, fue**

a) Que se casó 4 veces, b) Que vivió 97 años, c) Que escribió 70 libros, d) Amado por unos y vilipendiado por otros, e) Conocido por sus escritos.

**24) Viajó por países y luchó por conseguir...** a) El voto femenino y el fin de las guerras, b) El premio Nobel, c) La etiqueta de filósofo, matemático y escritor, d) Estar dos veces preso, e) Frescura y vitalidad en sus escritos.

**25) Su vida y obras se caracterizaron por:** a) No bastan para darnos una idea de quien fue, b) Obras de lógica y matemáticas, c) Pasión crítica e independencia de su pensamiento, d) Frescura y vitalidad, e) El latir en sus lectores.

**Del siguiente ensayo:** Estudiosos, estudiantes y docentes del mundo: “Estamos salvados”, tenemos en nuestros dedos golpeadores de teclas, las herramientas puras para el aprendizaje total, somos los que manejamos las nuevas tecnologías para la información y la comunicación (Tic`s) o sea la era del internet ¿Quién como la bestia www? Algo así como la era del hierro, en la revolución industrial. Pero cuidado con el uso de estas tecnologías que son en realidad una lluvia de información que le puede ser dispersa o distractora a cualquier mente en cualquier edad, en especial las mentes juveniles, adictas a lo visual, cuidado con lo simple o lo abrumador de las redes sociales cuando se le compara con lo específico, verificable y profundo de toda investigación; de hecho que maestro o profesor puede conducir o estimular la construcción del conocimiento, cuando las cansadas corneas, son dominadas por las pantallas.

**26) ¿La postura del autor, sobre las Tic`s es?**

a) Estamos salvados, b) Quien como la bestia www., c) Cuidado con esta lluvia de información, d) Las Tic`s son investigaciones, e) Las pantallas cansan la córnea.

**27) ¿La idea principal es?** a) Las redes sociales son informaciones dispersas no verificadas, b) Los maestros deben usar redes sociales, c) Las Tic`s ayudan a las mentes juveniles, d) El www, es como la era del hierro en la revolución industrial, e) Por las redes se pueden hacer investigaciones.

**Sobre el ensayo de la historia de las escuelas:** Este cuento inicia desde la antigua Grecia, en donde por primera vez en la historia se data de la existencia de estas instituciones que iniciaron sin formalidad, en la casa del aristócrata Acamos, fundada por Platón; desde siempre era un maestro con variados discípulos o seguidores, ahora se reúnen en esta sede, una serie de personas buscadores de la verdad, donde se impartían conocimientos de geometría y filosofía, se llamó Academia, o “Casa de Acamos”. Similar situación se presentó en un espacio propiedad del oligarca Pitágoras, un siglo antes. Luego con el geómetra Euclides, el tecnólogo Arquímedes, y la filosofía generalizada de Aristóteles; el conocimiento llega a la era Medieval, de la mano, de las ciudades griegas y luego del imperio Romano, donde la educación era selectiva como asunto del Estado. La escuela entonces adquirió una estructura altruista en dirección de su funcionamiento, similar a un monasterio, forma que existe en la actualidad

donde el Rector es una especie de abad; pero la crisis de la iglesia por su supra-poder sobre la vida, la invención de la imprenta, así como la aventura humana de la exploración de nuestro planeta, van a desatar la necesidad social de un centro de adiestramiento para conocimientos generales, destinados a todos los miembros de la sociedad en diferentes niveles educativos desde la niñez.

**28) En base a la lectura diga, ¿Cómo se llamó la primera escuela?**

a) Matemática b) Acamos c) Pitagórica d) Academia e) Liceo.

**29) ¿Desde cuándo la educación selectiva es un asunto del Estado?**

a) Con Euclides, b) Con Sócrates más Platón, c) Desde las ciudades griegas d) Desde Arquímedes con Pitágoras, e) En la época moderna.

**30) ¿Cómo es la estructura de la escuela desde el Medioevo a la actualidad?**

a) Una monarquía plena b) De cemento c) Similar a un monasterio d) Un castillo e) Tipo rectora.

**El origen griego de los apellidos:** En el mundo helénico, a diferencia de otras latitudes donde la distinción del nombre iba de la mano de los sitios geográficos o de características corporales, el nombre de los ciudadanos y héroes de renombre se acompañaba del nombre del padre con la terminación “ida”, a forma de segundo nombre o de apellido; es decir Aquileo el de los pies ligeros por ser hijo del rey Peleo, se le llamaba “Pelida”. O al mismo dios supremo de esa mitología, por ser hijo del titán Crono, se le llamo: “Zeus Crónida”.

**31) En base a la lectura, ¿Que implica el sufijo “ida” en un nombre?**

a) Es un apellido b) Es un dios c) que se es hijo de ese nombre d) el padre e) ser hijo.

**32) Un escritor de nombre Alberto y padre con nombre de Pedro, ¿Cómo se llamaría en el mundo griego?** a) Albertiada b) pedroida c) Pedida d) Alberto Pedrida e) Pedrida.

**De la lectura:** Los manglares son lugares poblados por el árbol “Mangle”, de raíces aéreas en aguas saladas poco profundas y lodosas, su semilla es un vástago puntiagudo colgante que, al desprenderse del árbol, debe caer insertado en el fango que la misma planta origina con la putrefacción de sus hojas atrapadas en su red de raíces, para que desde allí crezca otro mangle, si no cae en esa vertical la semilla se pierde.

**33) El mangle es un tipo de árbol que crece en**

a) El mar b) los ríos c) aguas saladas profundas d) ríos poco profundos e) marinas poco profundas.

**34) ¿Cómo es su semilla?**

a) Un vástago redondo b) Puntiaguda c) vástago agudo y colgante d) lápiz colgante e) horizontal.

**35) ¿Qué se requiere para que de la semilla nazca otro mangle?**

- a) Que caiga al lodo
- b) que al caer se inserte en el fango
- c) que flote en el agua y siga su recorrido.
- d) que sea vertical
- e) que se atrape por las raíces colgantes.

**Misterio americano:** En una región llana al sur del Perú llamada "Nazca", hay líneas y figuras geométricas de todo tipo, no fue, sino a mediados del siglo 20 cuando en vuelos aéreos por la zona, se descubre que dichas figuras son completas en colosales diseños que solo se aprecian desde el aire, luego ¿Cómo es esto posible? Si su antigüedad data de poblaciones indígenas americanas post paleolíticas; una racional explicación dice que figuraban o querían comunicarse con los dioses.

**36) ¿Qué hay en la región peruana de Nazca?**

- a) Figuras colosales de todo tipo
- b) extraterrestres
- c) figuras geométricas pequeñas
- d) diseños geométricos en las montañas
- e) pinturas post paleolíticas.

**37) ¿Qué explicación hay?**

- a) Fueron hechas por astronautas
- b) son para la paz
- c) buscan comunicarse con Ovnis
- d) pedían lluvias ante la sequía
- e) era su forma de hablar con los dioses.

**Historia de la escritura:** La escritura humana evoluciono desde el 4000 a.C. Iniciando con figuras pictóricas que significaban palabras, sonidos o incluso ideas, (alfabeto chino), hasta el sintético alfabeto griego que permitió su universalidad para la comunicación, por su versatilidad, desde el 500 a.C. No fue sino hasta 1799 con el hallazgo de la piedra de "Rosetta", por parte de los ejércitos de Napoleón Bonaparte, con datación de 200 a.C. Contentiva de un decreto del Faraón Ptolomeo, en tres idiomas o formas de escritura antigua diferentes. Que estudiosos europeos descifraron para 1822 los Jeroglíficos egipcios y Mesopotámicos, descubriéndose conocimientos perdidos para la humanidad, en esas civilizaciones. Una de las cosas descubiertas es que cada región desarrollo una linealidad diferente para seguir en la escritura, por ejemplo, en Egipto fue de izquierda a derecha y en la siguiente línea de derecha a izquierda, (Bustrófedon), en Grecia siempre era de izquierda a derecha como en la actualidad, y en Mesopotamia era en columnas cuneiformes de arriba hacia abajo.

**38) ¿Cómo fue la evolución de la escritura?**

- a) Con la reina Rosetta
- b) desde figuras específicas a letras combinadas
- c) desde el 4000 al 500 a.C.
- d) Como decreto de Ptolomeo
- e) desde Egipto, China y Grecia.

**39) ¿En qué año se logró descifrar la piedra de Rosetta?**

- a) 500 a.C.
- b) 1799
- c) 200 a.C.
- d) 1822
- e) 1900.

**40) ¿Qué Contenía la piedra de Rosetta en tres idiomas antiguos diferentes?**

- a) Un decreto de Napoleón    b) un decreto faraónico    c) la clave de la escritura pictórica    d) los sonidos en los dibujos egipcios    e) la vida de Ptolomeo.

**41) ¿Cómo era la escritura de los egipcios en su linealidad a seguir, de los Jeroglíficos?**

- a) De derecha a izquierda    b) de izquierda a derecha    c) en continuidad de izquierda a derecha y luego de derecha a izquierda    d) de arriba abajo    e) de abajo para arriba.

**Los códigos modernos:** En la actualidad existen diferentes códigos para la comunicación a distancia y para personas incapacitadas, primero el código del francés Louis Braille desarrollado por él en 1829, y formado por letras en altorrelieves específicos en presencia o ausencia de puntos sobre la hoja, de tal forma que los invidentes pueden leer usando el tacto con sus dedos. Luego el código Morse desarrollado como acción a usar con el Telégrafo en 1835, consiste en reproducir las letras del alfabeto en combinaciones de puntos y rayas, a forma de código binario, que se transmite eléctricamente; hoy en día este código ha sido traducido en una intermitencia de luz, y usado aún en diferentes actividades, especialmente en la comunicación marítima, por su efectividad en clave, a distancia.

**42) ¿Qué debe usarse para descifrar el código Braille?**

- a) Relieves específicos sobre una hoja    b) sensibilidad en los dedos    c) escritura de puntos y rayas    d) sentir la luz    e) Un telégrafo.

**43) Que tienen en común los códigos: ¿Morse y Braille?**

- a) Las líneas    b) los espacios vacíos    c) el uso de la electricidad    d) los puntos    e) nada.

**Los poemas Épicos:** La voz griega “Epos” significa narración, luego la “Épica es la o las ideas desarrolladas por la narración, que luego fueron convertidos en escritos universales; similar a la voz Aristotélica de la “Lógica”, que significa la idea o razonamiento sobre el logo o sobre algún hecho. Fueron los narradores o recitadores de las historias mitológicas, “Los Aedos”, que al cantar y repetir las hazañas de Dioses y Héroes, terminaron por escribir buena parte de la literatura helénica, que vendrá a ser el fundamento de toda la literatura universal y actual. Iniciando con el inmortal Homero, cantando episodios del llamado “Ciclo Troyano”, a quien se le otorga la autoría de la “La Iliada” y “La Odisea”; luego con Esquilo, Sófocles y Eurípides, se abre el llamado notable arte de la humanidad, denominado: “El teatro”, con obras inmortales desde la “Tragedia” a la “Sátira”, que involucraron números temas: históricos, humanos y sobre el pensamiento filosófico de la época; por extraño que parezca, precisamente el escenario y la audiencia pronto evolucionan, desde una obra diseñada y un público en general, a un salón específico con un maestro particular, y discípulos escogidos, nace la escuela.

**44) ¿Que famoso Aedo se destacó por cantar el ciclo Troyano?**

- a) Homero    b) Aristóteles    c) Eurípides    d) Esquilo    e) Sófocles.

**45) ¿Qué significa la palabra Épica?**

- a) Heroísmo    b) Memorable    c) Hazañas de Héroes    d) la idea de cada narración    e) historia olímpica.

**46) La escuela antigua, puede considerarse una evolución de**

- a) El teatro    b) Las obras trágicas    c) la academia    d) los Aedos    e) el séptimo arte.

**47) Una idea implícita del autor es que**

- a) Toda escuela es en su esencia, un teatro.  
b) El filósofo maestro o director de una escuela, es una especie de Aedo.  
c) El público general puede ahora considerarse como alumnos    d) Homero es el primer gran maestro.  
e) Por lógica en las obras teatrales había conocimientos.

**El Medioevo:** La edad media es un nombre que etiqueta un periodo humano de más de 10 siglos que va desde el fraccionamiento del imperio Romano, 480 d.C. Hasta el descubrimiento de América y la redondez de la Tierra, en el 1500, (Prerrenacimiento). Época de arraigo religioso, de guerras contantes, de conflictos filosóficos, enfermedades regionales y evolución notoria de la literatura, que se hace moderna cuando el héroe o protagonista deja de ser un noble, a poseer defectos humanos, desde el intachable Amadís de Gaula, el Cid Campeador, (señor justo y vencedor), y los caballeros Templarios, hasta el Lazarillo de Tormes y el gran Don Quijote de la Mancha. Ahora se destaca una especie de didáctica en la vida de los personajes, como finalidad histórica en superior al mero héroe y sus hazañas; es pues una especie de lección de vida para todos. En este sentido destaca la lección moral de la obra “La Celestina”, como “Texto Teatral”, que ejemplariza la tragedia de los personajes al perseguir las pasiones carnales en relaciones ilícitas.

**48) Que considera el autor que es: ¿Una especie de lección de vida para todos?**

- a) El Amadís de Gaula y el Cid    b) el Lazarillo de Tormes y el Quijote de la Mancha    c) descubrir la redondez de la tierra    d) el arraigo religioso    e) la didáctica implícita en la vida de los personajes.

**49) ¿Cuándo la literatura se hace moderna?**

- a) En el 480    b) en el 1500    c) Con el Cid Campeador    d) cuando el protagonista posee defectos humanos    e) En el prerrenacimiento.

**50) ¿Qué obra nos da una un ejemplo teatral, sobre la búsqueda de las pasiones carnales?**

- a) Los Templarios    b) el Cid Campeador    c) el Lazarillo de Tormes    d) la Celestina    e) el Quijote.

## SEGUNDA PARTE: “RAZONAMIENTO NUMÉRICO”

### SECCIONES

#### 5) LOS NÚMEROS REALES

El hombre en su necesidad de comunicarse ha utilizado símbolos que le permiten cuantificar valores en la naturaleza a su alrededor, es donde surgen los llamados números naturales o enteros positivos:  $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$ ; conjunto infinito en una dirección, cuyas operaciones generan otros números diferentes. Si sumamos o multiplicamos se genera otro número natural, pero al restar pueden surgir los llamados números negativos u opuestos, de hecho, si se resta por el opuesto exacto, se genera el cero o vacío, el cuál es considerado dentro de este nuevo grupo, sin embargo, no lo es por su condición de neutro y no ser un entero. Todos estos números son los llamados enteros, que son crecientes infinitos al alejarse del cero u origen:  $\mathbf{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ ; es decir un conjunto infinito en ambas direcciones. Su primera clasificación es la de “Par” o  $2N$  y la de “Impar” como él ( $2N + 1$ ). Los números enteros cumplen con las leyes conmutativas de la suma, las leyes asociativas y distributivas de la suma, resta y producto, el elemento neutro de la suma y resta que es el cero; el elemento neutro del producto y la división es el uno.

La división de enteros genera los llamados números racionales que incluyen la parte decimal de todo número expresado en estas latitudes como  $(E,dd)$  o  $(a/b)$ , donde el número de arriba se llama numerador y el divisor o de abajo se llama denominador; como ejemplos entre una infinidad, tenemos:  $\mathbf{Q} = \{0,33; 0,5; 2,456; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{8}\}$ ; entre una infinidad de expresiones. Donde todo número entero es un racional exacto o división sin residuo. En toda división no se permite que el denominador sea cero, este es un resultado llamado indefinido, que por propiedad se asume como el valor  $\pm \infty$ , o infinito.

Por la propiedad de la densidad de los números se puede afirmar que entre dos enteros continuos existen infinitos números racionales. Luego la llamada potencia es el procedimiento de expresar una secuencia de productos como:  $A^B =$  multiplicar “A” en “B” veces; es decir  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ , el proceso inverso o la relación inversa en el plano, es la llamada radicación:  $A^{1/B} = \sqrt[B]{A}$ , o sea siguiendo el ejemplo anterior sería entonces  $\sqrt[3]{8} = 2$ . En donde el 8 es la base, el  $1/3$  el exponente y el 2 el resultado de la potencia. La primera separación de los números naturales es la de “Primos” y “No Primos”, se llaman Primos cuando solo son divisibles por ellos mismos, para obtener un resultado entero, en este caso la unidad, entre muchos tenemos:  $\{2, 3, 5, 13, 37, 53, \dots\}$ .

Algunas divisiones sucesivas, por lo general las radicaciones producen los llamados números irracionales, o números que no pueden expresarse como una fracción o razón  $a/b$ . Entre algunos ejemplos de números irracionales tenemos:  $\mathbf{I} = \{\sqrt{2}; \sqrt{5}; \sqrt[3]{7}; \pi; \sqrt[2]{7}; \ln(3)\}$ .

Los números irracionales surgen del trabajo geométrico y trigonométrico de figuras en el plano, como  $\sqrt{2} = 1,4142135\dots$ . Que es la Hipotenusa de un triángulo rectángulo de lado la unidad; es decir

toda raíz se puede construir a partir de la recta real con el uso de un compás; el número de la letra griega “Pi”,  $\pi = 3,141596\dots$  resultado de la división secuencial entre el perímetro y el diámetro de toda circunferencia; o el número de Euler,  $e = 2,718281\dots$  Como la inversión del Logaritmo natural en el origen coordenado.

Entonces el conjunto de los enteros, racionales e irracionales, van a conformar los llamados números reales o conjunto de valores infinitos que el hombre requiere para relacionarse con la naturaleza y realizar estudios y cálculos posibles; los números reales pueden poseer intervalos, los cuales se denominan: abiertos, cuando en sus polos se escribe un paréntesis que significa que no los incluye; cerrados cuando en su expresión se escribe un corchete que indica que incluye los polos, o intervalos mixtos cerrados abiertos. Los intervalos que intentan abarcar todos los números reales son abiertos y se denominan infinitos; esta denominación, es llamada “Indefinición” en el mundo de la matemática básica universitaria, (Cálculo I), la cual junto a las llamadas “Indeterminaciones”, vienen a ser símbolos o números no reales que se estudian en ese nivel.

Entre las operaciones con números reales más comunes está el llamado: a) “Porcentaje” o valores de una cantidad específica en función de un total o de totales, representado por el número cien (100), número icónico en la sociedad. b) El “Interés” o cantidad menor que genera un número mayor por concepto de ganancia o tenencia del dinero o capital; el interés anual, mensual o incluso diario es una realidad en nuestras sociedades, y son cálculos interesantes que todo aspirante a la universidad debe conocer y manejar con cierta habilidad, entendiendo que todo monto por interés se capitaliza o se hace parte de la cantidad que lo genero, vencido su plazo.

Para las operaciones con los números o variables expresados en términos de potencia o radicación existen una serie de normas algebraicas que a continuación se describen

1)  $a^0 = 1$  (Si y solo sí,  $a \neq 0$ ), toda potencia cero indica la división de una base por sí misma

$$2) a^1 = a. \quad 3) a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0). \quad 4) a^m \times a^n = a^{m+n} \quad 5) (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$6) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad 7) (ab)^m = a^m \times b^m \quad 8) \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Todo número elevado a un exponente par siempre es positivo, y todo número elevado a un exponente impar mantiene el signo de base.

Las normas son similares cuando los exponentes son racionales:  $\sqrt[\text{índice}]{\text{Radicando}} = \text{Raíz}.$

$$9) \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad 10) \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad 11) A. \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{A^n \cdot b} \quad 12) \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$13) \sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m} \quad 14) \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m} \quad 15) \sqrt[k]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[kn]{a^m}$$

$$16) \sqrt[n]{a^m} \times \sqrt[q]{b^p} = \sqrt[nq]{a^{mq}b^{np}} \quad 17) \sqrt[n]{a^m \cdot b^n} = b \cdot \sqrt[n]{a^m}$$

Los radicales con la misma base y exponente, o sea con igual índice y radicando se pueden sumar y restar. Luego dos radicales con igual índice se multiplican cuando se realiza el producto de los radicando:  $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ . Si el producto es con radicales de diferentes índices quedo como:  $\sqrt[n]{a^m} \times \sqrt[q]{b^p} = \sqrt[nq]{a^{mq}b^{np}}$

**Notas:** los radicales de índice “Par” deben tener radicando no negativo o los llamados mayores o igual al cero. Porque la raíz resultada es un número con su opuesto, ( $\pm \mathbf{R}$ ), Un radicando negativo de un radical de índice par no existe en los números reales, y se llama “numero complejo” con sus normas respectivas.

Se denomina racionalización al proceso mediante el cual se logra eliminar los radicales del denominador de una división; para el caso expresiones algebraicas y división de polinomios se usan estrategias de simplificación por factorización y conjugadas que se detallaran en la sección 9. El estudio de diferentes fracciones se estudiará en la sección 8.

### 5.a) 10 Ejercicios resueltos

a) ¿Qué número natural no cumple con: “todo número divisible entre 2 y 3 es divisible por 4”?

**Respuesta:** el producto de los dos números es  $2 \times 3 = 6$  (divisible entre los dos), luego 6 no es divisible exacto o entero entre 4.

b) Eduardo tiene dos hermanas y cada una de ellas tiene un hermano, ¿Cuántos son en total?

**Respuesta:** como el conjunto de hermanos no es excluyente; es decir cada hermana tiene al hermano Eduardo, entonces un resultado lógico posible es de tres hermanos.

c) El edificio de la abuela Ana, tiene 38 metros de alto, e incluye una antena de 3 metros y un Penhouse de 5 metros, ¿Cuántos pisos de 3 metros tiene?

**Respuesta:**  $38 - 3 - 5 = 30$  metros, luego  $30/3 = 10$  pisos.

d) Resuelva la siguiente expresión radical  $\sqrt{x-2} = 5$

**Respuesta:** elevando ambas partes al cuadrado se tiene que:  $x - 2 = 25$ ;  $\rightarrow x = 27$ .

e) Un insecto vive 40 veces más que una hormiga, la cual vive 51 días, ¿Cuántos meses vive el insecto?

**Respuesta:**  $40 \times 51 = 2040$  días, luego  $2040 / 30 = 68$  meses.

f) En una caja de minas entran 12 cajetillas de 12 contenedores de minas, si cada contenedor tiene 11 minas, ¿Cuántas hay en total?

**Respuesta:**  $12 \times 12 = 144$ , luego  $144 \times 11 \rightarrow 1440 + 144 = 1584$  minas, trae la caja.

g) A un número natural se le suma 1.263, luego se le resta 2.357 y el resultado es 68, ¿Cuál es el número?

**Respuesta:**  $x + 1263 - 2357 = 68 \rightarrow x = 68 - 1263 + 2357 = 1162$ .

h) Si una ficha blanca se cambia por 4 azules, tres azules por una verde y tres verdes por seis rojas, ¿Cuántas fichas rojas se obtiene con seis blancas?

**Respuesta:**  $6 \times 4 = 24$  azules,  $24/3 = 8$  verdes, luego  $8 \times 2 = 16$  rojas.

i) El papá Alberto pesa 75,6 kilos y sus tres hijas: 32,8; 20,3 y 18 kilos respectivamente, ¿Cuánto pesan en total, el padre y sus hijas?

**Respuesta:**  $75,6 + 32,8 + 20,3 + 18 = 146,7$  kilos.

j) Resolver el siguiente ejemplo de una división de números potenciados:  $\frac{4^{-\frac{1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}}}{9^{-\frac{1}{2}} - 9^{\frac{1}{2}}}$

**Respuesta:**  $\frac{(2^2)^{-\frac{1}{2}} + (2^2)^{\frac{1}{2}}}{(3^2)^{-\frac{1}{2}} - (3^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(2)^{2 * (-\frac{1}{2})} + (2)^{2 * (\frac{1}{2})}}{(3)^{2 * (-\frac{1}{2})} - (3)^{2 * (\frac{1}{2})}} \rightarrow \frac{2^{-1} + 2^1}{3^{-1} - 3^1} = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{3} - 3}$

Luego  $\frac{\frac{5}{2}}{-\frac{8}{3}} = -\frac{15}{16}$

### 5.b) 10 Ejercicios propuestos

a) A un número se le suma 26 y se le resta 12,5; si el resultado es 18,3. ¿Cuál es el número?

b) Dany tiene \$60 y su padre le da \$720,3 luego retira algo y le quedan \$223, ¿Cuánto retiro?

c) La fotocopia de un dibujo la amplía en 2,5 veces, luego se vuelve ampliar en 3,4 veces si el resultado final mide 0,85 metros, ¿Cuántos centímetros tiene el dibujo original?

d) Una tabla de pino se corta a  $\frac{3}{4}$  del tamaño original, luego a este pedazo mayor, se corta a la mitad, ¿Cuánto mide la tabla original si lo que quedó es de 30 centímetros?

e) Un bachiller camina 2 kilómetros, luego en bicicleta recorre la mitad de la distancia total, y finalmente corre hasta alcanzar una meta que está a 20 kilómetros de la partida, ¿Cuánto corrió?

f) En una caja hay 36 cajas menores de esponjas, las cuales tiene 14 esponjas cada una, ¿Cuántas esponjas hay en tres cajas?

g) Un camión recorre entre Quito y Guayaquil la distancia de 540 kilómetros en vías, en nueve horas, ¿A qué rapidez promedio mantenida debe ir para hacer el recorrido en siete horas?

h) Un atleta de velocidad hace 11 segundos en los 100 metros planos, si su rapidez promedio disminuye en 1 m/s para la prueba de los 400 metros planos, ¿En qué tiempo la hace?

i) Un obrero y su carretilla realizan 6 viajes para trasladar 114 kilos de piedra picada, si ahora carga 3 kilos más por viaje, ¿Cuántos viajes requiere para llevar 242 kilos de piedra?

j) De las siguientes expresiones, ¿Cuales son falsas y cuáles verdaderas?

1)  $\sqrt[3]{5} \in \mathbf{R}$ ; 2) 2,7123... Es  $\mathbf{I}$ ; 3) Todo Real es Irracional; 4)  $4,5 \in \mathbf{I}$ ; 5) Los enteros son  $\mathbf{Q}$

### **5.c) 51 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) Natalie come  $\frac{3}{5}$  de sus bocadillos, si ella tenía 100 bocaditos. ¿Cuántos le quedan?**

- a) 38      b) 84      c) 28      d) 40      e) Ninguna

**2) Cierta estadio aumentó la cantidad de asientos en  $\frac{2}{3}$ . Si tenía 210. ¿Cuántos tiene ahora?**

- a) 260      b) 350      c) 380      d) 550      e) Ninguna

**3)Cuál es el número que al sumarle 6, produce un resultado igual al que se obtiene dividiendo entre  $\frac{2}{5}$ .** a) 4      b) 6      c) 10      d) 8      e) Ninguna

**4) El comerciante Marcos, ha ganado \$2100 en tres meses, si en cada mes ganó la mitad de lo ganado en el mes anterior. ¿Cuánto ganó el primer mes?**

- a) \$ 500      b) \$ 600      c) \$1200      d) \$400      e) \$700

**5) Si usted gasta  $\frac{3}{5}$  de un disponible de \$140 ¿Cuánto le queda?**

- a) \$65      b) \$56      c) \$46      d) \$30      e) Ninguna

**6) Habiendo perdido un jugador dos veces la mitad de su dinero le quedó \$600. ¿Cuánto tenía?**

- a) \$2400      b) \$3800      c) \$2000      d) \$3600      e) \$2600

**7) Si  $\frac{4}{3}$  de un entero es - 4. ¿Cuál es el  $\frac{5}{3}$  del número?**

- a) - 5      b) 1      c) - 3      d) - 4      e) Ninguna

**8) Si a un número racional se le suma a sus dos términos de expresión, el denominador, esté resulta duplicado. ¿Hallar la fracción?** a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{2}{3}$       c)  $\frac{5}{7}$       d)  $\frac{3}{4}$       e)  $\frac{1}{3}$

**9) Una persona ha repartido simultáneamente  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; y  $\frac{1}{5}$  de su dinero y aún le quedan \$169 ¿Cuánto tenía?** a) 338      b) 950      c) 870      d) 780      e) Ninguna

**10) El triple de un número natural es el doble de este número más uno. ¿Cuál es el número?**

- a) 3      b) 2      c) 4      d) 1      e) Ninguna

**11) Un perro sale y camina 100 pies, luego corre la tercera parte de la distancia total de 900 pies. ¿Qué distancia le falta para llegar a su meta?** a) 350      b) 280      c) 500      d) 1000      e) 480

12) Una caja de lapiceros tiene una docena y se acomodan 36 cajas en una caja mayor. ¿Cuántos lapiceros hay en tres cajas mayores? a)  $36^2$  b)  $24 \times 12$  c) 400 d)  $12 \times 36$  e) 1440.

13) Un arbolito de "Neen" crece desde los 20 Centímetros, a una tasa de dos centímetros/semana. ¿Cuánto mide un árbol en metros, al año, de ser plantado?

a) 1,24 b) 2,2 c) 1,44 d) 1 e) 1,1

14) En una alcancía hay 10 monedas de 25 centavos, 20 monedas de 50 centavos, 30 de 10 centavos y 40 de 5 centavos. ¿Cuántos dólares hay? a) 30 b) 20 c) 18 d) 17,5 e) 25.

15) ¿La suma de los 20 primeros números naturales es? a) 230 b) 210 c) 85 d) 200 e) 180.

16) Con las normas de las potencias y los radicales, encuentre otra expresión para:  $\sqrt[3]{54}$ .

a) 3 b)  $\sqrt{108}$  c)  $\sqrt[3]{7 \times 9}$  d) Ninguna e)  $3\sqrt[3]{2}$

17) El siguiente número expresado por la radical  $\sqrt[3]{\frac{1}{20}}$ , ¿Puede expresarse como?

a) 6,4 b)  $\sqrt{1,333}$  c)  $\sqrt[3]{50} / 10$  d)  $3\sqrt[3]{25}$  e) 3

18) ¿El resultado de operar los siguientes radicales  $3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{50}$  es?

a)  $20\sqrt{2}$ . b)  $\sqrt{800}$  c)  $10\sqrt[3]{5}$  d)  $3\sqrt[3]{2}$  e) Ninguna

19) En una habitación hay algunas personas, dos palomas, un gato y tres perros. Si se cuentan 26 orejas, ¿Cuántas personas hay en la habitación? a) 10 b) 9 c) 11 d) 12 e) 8.

20) ¿El resultado de la siguiente división de números potenciados  $\frac{(4^3 + 4^2) - 10}{2^3 - 2^0}$  es?

a) 10 b) 7 c) 11 d) 20 e) 16.

21) Simplificar el siguiente producto de potencias da como resultado  $(-1)^3(-1)^2(-2)^0(-2^2)$ .

a) 4 b) 1 c) -1 d) 0 e) -2

22) Si  $x = 2$ , el valor de la expresión:  $x^4 + x^0 - \frac{1}{x} - x^2$  tiene por resultado

a) 3 b) -3 c)  $25/2$  d) 5 e) 4

23) El Simplificar la siguiente resta de potencias:  $\left[\frac{a}{b}\right]^{-1} - \left[\frac{2b}{a}\right]$  da:

- a)  $-b$     b)  $a + b$     c)  $a - 2b$     d)  $-b/a$     e)  $a / b$

24) Si  $a/b = 3/5$  y  $a/c = 5/7$ ; ¿Entonces el valor de  $b/c$  es?

- a)  $3/7$     b)  $21/35$     c)  $21/25$     d)  $25/21$     e)  $7/3$

25) Racionalice la expresión:  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{4} \cdot (5) / \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

- a)  $9\sqrt{5}$     b)  $6\sqrt{5}$     c)  $\sqrt{15}$     d)  $\sqrt{12}$     e)  $8$

26) Una máquina envasadora de cola llena 260 botellas en 15 minutos, ¿Cuántas botellas llenas en dos horas y 45 minutos? a) 3800    b) 3660    c) 2680    d) 2860    e) 1680

27) Una cesta con bananos pesa 30 kilos, si la cesta pesa 3 kilos y cada fruta promedia los 200 gramos, ¿Cuántos de estos frutos hay? a) 130    b) 135    c) 125    d) 140    e) 122.

28) Resolver la expresión potenciada en una nueva expresión:  $(3)^{2^4}$

- a)  $9^3$     b)  $81$     c)  $216$     d)  $27^2$     e)  $81^2$

29) ¿Qué número racional da la expresión potenciada siguiente:  $(-2)^{-1}$

- a)  $2$     b)  $1/2$     c)  $-0,5$     d)  $-2$     e)  $1$

30) ¿Cuál es el valor total que se debe cancelar por un préstamo de \$3600 a 24 meses, si el interés anual es del 12%. a) 4.515,84    b) 915,84    c) 864    d) 4.464    e) 2.345

31) La suma de 2 números es 42, tres veces el mayor es cuatro veces el menor. Hallar los números. a) 28 y 14    b) 20 y 22    c) 24 y 18    d) 27 y 15    e) Ninguna de estas.

32) Al efectuar una suma, se ha puesto el número 4 en vez del 6, en la cifra de las decenas, y 5 en vez de 4, en la de las centenas. ¿En cuánto se aumenta la suma?

- a) 70    b) 50    c) 80    d) 100    d) 60.

33) Para tomar el Bus 44 a las 6:25, salgo de la residencia a las 5:50 y llego a la parada 7 minutos antes de la salida. ¿Cuánto tiempo empleo en ir de mi residencia a la parada?

- a) 26 min    b) 27 min    c)  $\frac{1}{4}$  hora    d) 28 min    e) 1.680 segundos

- 34) El denominador de una fracción es el numerador más dos. Si se suma uno a ambos, el nuevo quebrado es  $\frac{2}{3}$ . Hallar el primer quebrado. a)  $\frac{3}{5}$  b)  $\frac{5}{3}$  c)  $\frac{7}{9}$  d)  $\frac{15}{13}$
- 35) El denominador excede en 3 unidades al numerador, y el triple del denominador es cuatro veces el numerador más 4. ¿Cuál es la fracción? a)  $\frac{8}{5}$  b)  $\frac{1}{3}$  c)  $\frac{5}{8}$  d)  $\frac{7}{4}$  e)  $\frac{2}{1}$ .
- 36) La suma de cinco números enteros consecutivos es 185. ¿Cuál es el número menor? a) 33 b) 37 c) 38 d) 39 e) 35.
- 37) ¿En qué tiempo se llena un tanque de  $2,5 \text{ Mts}^3$ , si se le conectan dos tuberías de uno y cuatro litros por minuto? a) 450 Min b) 480 Min c) 500 Min. d) 520 Min.
- 38) El número cuyo doble más 7 es igual a 45 es: a) 14 b) 16 c) 18 d) 19 e) 20.
- 39) Si  $x$  al cuadrado es 121;  $x$  elevado a la cero es: a) 11 b) 10 c) 1 d) 0,1 e) 9.
- 40) La suma de 2 números es 15, dos veces el mayor es tres veces el menor. Hallar los números. a) 6 y 9 b) 10 y 5 c) 7 y 8 d) 15 y 0 e) 13 y 2.
- 41) Al efectuar una suma, se ha puesto el número 6 en vez del 3, en la cifra de las decenas, y 4 en vez de 5, en la de las centenas. ¿En cuánto se disminuye la suma? a) 50 b) 70 c) 10 d) 30 d) 40.
- 42) Para tomar el tranvía a las 6:15 PM, salgo del trabajo a las 5:57 PM y llego a la estación 6 minutos antes de la salida del tren, luego ¿Cuántos segundos pasan en ir del trabajo a la estación? a) 800 b) 700 c) 620 d) 520 e) 720.
- 43) El numerador es el denominador más dos. Si se suma uno a ambos, el nuevo quebrado es  $\frac{3}{2}$ . Hallar la fracción original. a)  $\frac{3}{5}$  b)  $\frac{5}{3}$  c)  $\frac{9}{7}$  d)  $\frac{14}{13}$  e)  $\frac{5}{4}$ .
- 44) El denominador excede en 2 unidades al numerador, y el triple del denominador es dos veces el numerador más 7. ¿Cuál es la fracción? a)  $\frac{3}{5}$  b)  $\frac{4}{3}$  c)  $\frac{5}{3}$  d)  $\frac{1}{3}$  e)  $\frac{2}{3}$ .
- 45) La suma de cinco números enteros consecutivos es 175. ¿Cuál es el número mayor? a) 39 b) 38 c) 37 d) 40 e) 35.

**46) La suma de seis números enteros seguidos es 297. ¿Cuál es el número menor?**

a) 47   b) 45   c) 46   d) 49   e) 48.

**47) Qué número cuadruplicado menos 9 es igual a 23: a) 4   b) 6   c) 8   d) 9   e) 10.**

**48) El número cuyo triple más 12 es igual a 57, sería: a) 16   b) 13   c) 22   d) 15   e) 25.**

**49) Si  $x$  al cubo es 64;  $x$  elevado al cuadrado es: a) 5   b) 25   c) 4   d) 9   e) 16.**

**50) Si la raíz de  $z$  es 2;  $z$  elevado al cubo es: a) 66   b) 64   c) 55   d) 16   e) 81.**

**51) Rehacer el problema número 9, considerando que la persona reparte el dinero, de tal forma que la segunda y tercera entrega, son en relación con lo que le queda; es decir no es simultaneo.**

a) 1.500   b) 422,5   c) 450   d) 502,5   e) 522.

## 6) SERIES Y SUCESIONES

Conjunto de números letras o símbolos, con una secuencia lógica en términos algebraicos y alfabéticos con operaciones de: suma, resta, producto, división, potencia o de cualquier combinación posible que la caracterice, denominado elemento de razón. Las sucesiones numéricas y mixtas son llamadas alfanuméricas, o series; la idea general es la de conseguir los términos faltantes, sean o estén estos de inicio, internos o en la secuencia; donde incluso se puede realizar operaciones algébricas básicas con ellos. Este tema es de importancia en el llamado pensamiento abstracto, porque allí se realizan operaciones de sucesiones de forma visual, con figuras del plano y del espacio.

### 6.a) 10 Ejercicios resueltos

a) ¿Qué número sigue de la siguiente sucesión? **2; 5; 11; 23; \_\_\_;**

**Respuesta:** Al segundo término se le sumo 3 del primero, luego al tercero se le sumo 6; esta tendencia indica que a partir del tercer término se suma el doble cada vez, entonces al quinto elemento se le suma 24, resultando en **47**.

b) ¿Qué combinación sigue? de: **aa; ab; ac; ad; \_\_\_;**

**Respuesta:** La secuencia indica que se acompaña de la “a” al término alfabético siguiente; es decir el siguiente símbolo de la secuencia es el **ae**.

c) Complete la secuencia: 7; 12; 16; 22; 26; 33; \_\_\_; \_\_\_;

**Respuesta:** Al primer término se le sumo 5 y al siguiente 4, luego se sumó 6 y 4 de nuevo, y finalmente 7 para obtener el 33. Los siguientes términos serán de sumar 4 y 8, son el **37** y el **45**.

d) Escriba la potencia que sigue de la serie:  $5^8; 7^9; 11^{11}; 17^{14};$  \_\_\_;

**Respuesta:** La base se incrementa en dos, cuatro y seis; luego el exponente en uno, dos y tres. Entonces al seguir esta secuencia, la potencia que sigue es de base 25 y exponente 18:  **$25^{18}$** .

e) ¿Qué letra sigue? H; J; I; K; M; L; N; \_\_\_;

**Respuesta:** Se observa que el siguiente término es un avance de dos letras y que luego aparece la letra intermedia, la secuencia queda descubierta de un avance por cada dos términos; luego la letra que sigue es la anterior a la “O”, es decir la letra **P**.

f) Encuentre los términos siguientes de la sucesión: 34; 30; 25; 19; 12; \_\_\_; \_\_\_;

**Respuesta:** A cada término se le fue restando el siguiente número natural a partir del 4, entonces al 12 se le resta 8 y al resultado se le resta 9, de donde se obtienen: **4 y - 5**.

g) ¿Qué letra sigue a la siguiente secuencia? Z; y; a; b; x; w; c; d; V; \_\_\_\_;

**Respuesta:** Se puede apreciar que es un avance alfabético desde los extremos de dos en dos, empezando por la letra final del alfabeto clásico; entonces la letra que sigue será la **U**.

h) Encuentre el siguiente par de números de: 3; 2; 9; 8; 27; 26; \_\_\_\_; \_\_\_\_;

**Respuesta:** Al primer término se le resta la unidad, luego se potencia al cuadrado en donde se le resta de nuevo la unidad; es decir  $3^3$  es 27 y 26 respectivamente. Entonces los siguientes términos son:  $3^4$  menos uno, o sea **81 y 80**.

i) Complete la sucesión de letras del alfabeto español: A; C; F; J; \_\_\_\_; T; \_\_\_\_;

**Respuesta:** La secuencia tiene un incremento por término, por unidad cada vez, luego a la "J" se le avanza 5 letras obteniéndose la "Ñ", a esta 6 letra obteniéndose la "T" y luego 7 términos a esta letra, por lo que se retorna en el ciclo a la "A". Es decir, los términos faltantes son: **Ñ y A**.

j) Encuentre el valor del cuarto término de la serie: 12; 36; 144; \_\_\_\_;

**Respuesta:** El segundo término se obtiene de multiplicar por tres el primero, luego el tercer término de multiplicar por 4 el segundo; entonces la secuencia indica que el cuarto valor faltante es el resultado de multiplicar por 5 el tercer término. Esto es el valor de:  $144 \times 5 = 720$ .

### 6.b) 10 Ejercicios propuestos

a) ¿Cuál es el quinto elemento de una serie de números impares de dos en dos, iniciando por 5?

b) Complete la sucesión de Fibonacci, en los términos faltantes

1; 1; 2; 3; 5; 8; \_\_\_\_; \_\_\_\_;

c) Describa la siguiente sucesión, hallando el término siguiente

1; 2; 4; 8; 16; 32; \_\_\_\_;

d) Complete la siguiente serie

1; 4; 9; 16; \_\_\_\_; \_\_\_\_;

e) Encuentre el término que falta en la siguiente sucesión

100; 99; 97; 94; \_\_\_\_; 85; 79;

f) Que número falta en la secuencia

2; 3; 5; 7; \_\_\_\_; 13;

g) Halle el primer término de la secuencia

\_\_\_\_; -3; -7; -8; -12; -13;

h) Descubra el quinto elemento de la serie

2; 4; 8; 16; \_\_\_\_;

i) ¿Qué número racional falta en la sucesión siguiente?

0,5;  $\frac{1}{3}$ ; 0,25;  $\frac{1}{5}$ ; \_\_\_\_;  $\frac{1}{7}$ ;

j) Complete la serie

20; 16; 19; 15; 18; 14; 17; \_\_\_\_; 16.

### **6.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

1) ¿Cuál es el número que sigue en la sucesión? 6; 7; 8; 9; 10; \_\_\_;

- a) 11      b) 10      c) 13      d) 8      e) 9

2) ¿Cuál es el número que sigue? 1; 3; 9; 27; \_\_\_; a) 36    b) 81    c) 74    d) 8    e) 45

3) ¿Cuál número sigue en la sucesión? 2; 6; 14; 30; \_\_\_; a) 47    b) 38    c) 44    d) 52    e) 62

4) ¿Qué número sigue? 8; 12; 17; 21; 26; 30; \_\_\_; a) 36    b) 35    c) 38    d) 33    e) 40

5) ¿Qué letra continúa la serie? d; f; h; j; l; \_\_\_; a) n    b) o    c) q    d) y    e) ñ

6) ¿Qué letra continúa? a; b; a; c; b; d; \_\_\_; a) b    b) a    c) d    d) c    e) g

7) ¿Cuál es el racional que sigue en la sucesión?  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{5}{2}$ ;  $\frac{9}{2}$ ;  $\frac{13}{2}$ ; \_\_\_;

- a)  $\frac{12}{2}$     b)  $\frac{15}{2}$     c)  $\frac{17}{2}$     d)  $\frac{19}{2}$     e)  $\frac{1}{2}$

8) ¿Cuál es el número que sigue en la sucesión? 340; 170; 85; \_\_\_;

- a) 42,5    b) 43    c) 40,5    d) 42    e) 46

9) ¿Cuál es el número natural que sigue? 35; 70; 50; 100; 80; \_\_\_;

- a) 120    b) 150    c) 160    d) 180    e) 140

10) ¿Cuál es el número que falta? 4; 9; 16; 25; \_\_\_; 49;

- a) 42    b) 21    c) 36    d) 54    e) 64

11) ¿Cuál es el número siguiente? 10; 20; 40; 80; 160; \_\_\_;

- a) 160    b) 320    c) 100    d) 140    e) 180

12) ¿Qué número sigue? 3; 13; 4; 15; 5; \_\_\_; a) 20    b) 23    c) 17    d) 25    e) 19

13) ¿Cuál es el número que sigue? 6; 36; 16; 96; \_\_\_; a) 66    b) 76    c) 26    d) 36    e) 46

14) ¿Cuál es el número que sigue? 300; 260; 220; 180; 140; \_\_\_;

- a) 100    b) 140    c) 160    d) 170    e) 120

15) ¿Cuáles números faltan en la sucesión? 9; 24; 39; 54; 69; \_\_\_\_; \_\_\_\_; 114;

a) 84 y 99    b) 100 y 115    c) 83 y 98    d) 85 y 100    e) Ningunas de estas.

16) ¿Qué letra continúa la serie? z; q; y; p; x; o; w; \_\_\_\_;

a) v    b) ñ    c) r    d) t    e) p

17) ¿Qué letra falta en la serie? z; a; y; b; \_\_\_\_; c;    a) c    b) x    c) e    d) y    e) i

18) En la serie hay un número equivocado, ¿Diga cuál es? 1; 5; 2; 6; 3; 7; 4; 9; 5;

a) 7    b) 9    c) 6    d) 10    e) 8

19) Hallar el término faltante: 26; \_\_\_\_; 234; 702;    a) 63    b) 36    c) 78    d) 85    e) 70

20) ¿Qué números faltan? 15; 13; 17; \_\_\_\_; 19; \_\_\_\_;

a) 15 y 17    b) 14 y 16    c) 15 y 20    d) 12 y 21    e) 21 y 10

21) La suma del sexto y octavo término, de la siguiente serie: 0,8; 0,95; 1,1; 1,25; 1,40. Es

a) 1,85    b) 3,60    c) 5,10    d) 3,40    e) 2,70

22) Complete la siguiente secuencia de letras mayúsculas: A, C, \_\_\_\_, H, K, M, O

a) D    b) E    c) G    d) B    e) F

23) Complete la serie alfanumérica en su siguiente término: a/2, 6/d, g/18, \_\_\_\_

a) j/54    b) 54/j    c) 54/i    d) i/54    e) Ninguna

24) Complete la sucesión de números naturales 19; 20; 23; \_\_\_\_; 35; 44; \_\_\_\_ 68; 83;

a) 27 y 56    b) 29 y 55    c) 28 y 55    d) 28 y 60    e) 27 y 55

25) ¿Qué letra continúa la serie? B; E; i; L; P; \_\_\_\_ .    a) S    b) R    c) T    d) U    e) Q

26) Complete la sucesión: 0; 3; 8; 15; 24; \_\_\_\_; \_\_\_\_; 61

a) Ninguna    b) 30 y 45    c) 33 y 46    d) 35 y 48    e) 32 y 45

27) Complete la siguiente serie de números primos: 3; 7; 13; 19; \_\_\_\_;

a) 27    b) 37    c) 23    d) 31    e) 29

- 28) Escriba los dos términos iniciales de la serie numérica: \_\_\_; \_\_\_; 132; 125; 116; 109.  
 a) Ninguna de estas    b) 147 y 140    c) 148 y 140    d) 147 y 139    e) 150 y 142
- 29) Complete la sucesión siguiente: 0,2, 1; 1,8; \_\_\_; 3,4; \_\_\_; 5.  
 a) 2,6 y 4,0    b) 2,6 y 4,2    c) 2,4 y 4,2    d) Ninguna    e) 4,2 y 2,6
- 30) Encuentre el quinto término de la serie: - 7; 1; - 1/7; 1/49; \_\_\_.  
 a) 1/343    b) - 1/49    c) - 1/343    d) 1/14    e) - 1/21
- 31) ¿Qué números faltan? 10; 13; 7; \_\_\_; 4; \_\_\_;  
 a) 14 y 10    b) 7 y 10    c) 10 y 7    d) 12 y 8    e) 1 y 6
- 32) La suma del sexto y séptimo término de la siguiente serie: 0,1; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5. Es  
 a) 1,9    b) 2,1    c) 3,1    d) 3,0    e) 2,7
- 33) Complete la siguiente secuencia de letras: A, B, E, \_\_\_\_, I, \_\_\_\_, M  
 a) F y J    b) J y F    c) G y H    d) B y F    e) F y K
- 34) De la serie alfanumérica ¿Qué términos siguen?: a/2, 3/z, b/5, \_\_\_\_, \_\_\_\_.  
 a) 7/a con b/11    b) 7/a con y/11    c) a/7 con 11/y    d) Ninguna    e) 7/y con 11/c.
- 35) Complete la sucesión de números 12; 20; 2; \_\_\_; 1; 9; \_\_\_.  
 a) 10 y 9    b) 0,9 y 10    c) 9 y 10    d) 10 y 0,9    e) 9 y 0,9
- 36) ¿Qué letra continúa? B; E; I; N; \_\_\_ a) U    b) S    c) T    d) V    e) P
- 37) Complete la sucesión de enteros negativos: 0; -3, -8, -15; -24; \_\_\_;  
 a) 35    b) -35    c) -36    d) 48    e) -45
- 38) Complete la siguiente serie de números: 2; 4; 3; 9; 5; 25; \_\_\_; \_\_\_.  
 a) 7 y 11    b) 7 y 42    c) 7 y 7    d) 49 y 7    e) 7 y 49
- 39) Complete la sucesión que apertura una caja fuerte: 01; 70; 02; 80; 03; 90; 04; \_\_\_.  
 a) 10    b) 05    c) 11    d) Ninguna    e) 100

40) Encuentre el término siguiente de la serie: -1; 1; -2; 1/2; -3; 1/3; \_\_\_\_.

- a) 4    b) -5    c) -4    d) 1/4    e) - 1/4

41) Complete los extremos de la siguiente serie: \_\_\_\_; 12; 30; 15; 36; 18; 42; \_\_\_\_.

- a) 24 y 20    b) 23 y 21    c) 9 y 48    d) 21 y 24    e) 24 y 21

42) ¿Qué número central, completa la secuencia? 18; 16; 12; \_\_\_\_; -2; -12; -24.

- a) 4    b) 0    c) 2    d) 6    e) 1.

43) Halle los polos de la sucesión: \_\_\_\_; e; g; j; n; r; \_\_\_\_.

- a) d con z    b) c con w    c) d con x    d) Ninguna    e) b con w.

44) ¿Qué número central, completa la secuencia? -25; -18; -10; \_\_\_\_; 9; 20; 32.

- a) 1    b) -1    c) 2    d) 0    e) -2.

45) Un padre tiene tres hijas, donde sus fechas de nacimiento son: 26/6/04, 03/3/09 y 04/9/10.

¿Qué dígitos faltan a la siguiente secuencia de seguridad elegida, para la seguridad de su hogar:

6; 3; 9; 10; \_\_\_\_; 04; 26; 03; \_\_\_\_?    a) 09 y 04    b) 4 y 09    c) 3 y 03    d) 9 y 04    e) 03 y 04.

46) Encuentre que número falta en la siguiente serie: 1024; 32; 36; 6; \_\_\_\_;  $\sqrt{10}$ .

- a) 9    b) 10    c) 36    d) 12    e) 32.

47) Encuentre que número falta en la siguiente serie: 256; 16; 4; \_\_\_\_;  $\sqrt{2}$ ;

- a) 1,4142    b) 1    c) 2    d) 0    e) Ninguna.

48) De la siguiente sucesión de letras, encuentre la que sigue: A; z; b; Y; C; x, \_\_\_\_.

- a) D    b) e    c) W    d) a    e) d.

49) ¿Qué número irracional sigue en la serie: 2,449... ; 2,236... ; 2; 1,732... ; \_\_\_\_.

- a) 1,41    b) 1,55...    c) 1,3    d)  $\sqrt{2}$     e) 1.

50) ¿Qué valor "Notable" falta en la siguiente secuencia: 270°; 180°; 90; \_\_\_\_; 45°; 30°?

- a) 60°    b) 240°    c) 360°    d) 0°    e) 53°.

## 7) PROPORCIONES Y FRACCIONES

Es una expresión que relaciona dos o más razones en proporcionalidad directa o indirecta, donde esta razón, es una caracterización de dependencia, se dice: si “a” es proporcional a “b” entonces puede existir que “c” es proporcional a “d”, denotado  $a : b$  y  $c : d$ . Una proporción es una expresión de la relación de igualdad entre dos o más razones; en el mundo del bachiller, la proporción más común es de dos razones y se le llama la regla de tres, porque a partir de tres datos conocidos se calcula el cuarto valor; este proceder, puede combinarse en una regla de tres compuesta, como muy posibles reglas de 5 o de 7 proporciones relacionadas, de ser él caso. Una proporción muy común en utilidad por los ciudadanos es el porcentaje como proporción parte de 100, de una o varias cantidades; el porcentaje puede ser de simple a compuesto cuando se aplica seguidamente, en esta sección se apertura la utilidad del porcentaje, que se completa en ejercicios de mayor dificultad en la sección 9, del planteo y solución de ecuaciones. Otra proporción menormente usada es la llamada docena, o grupos de 12 elementos y la “Gruesa”, como el número de doce docenas, con valor de 144.

Luego las fracciones son expresiones de números racionales de la forma numerador entre denominador, como se mencionó en la sección de los números reales, las fracciones se llaman propias cuando el numerador es menor al denominador, con el número resultante inferior a la unidad, ( $1/2$ ;  $2/3$  y  $5/8$  entre una infinidad), también conocidos como números decimales, luego se llaman fracciones impropias cuando el numerador es mayor, ( $4/3$ ;  $5/2$  y  $6/4$ , entre muchas otras). De hecho hay formas de expresión llamadas mixtas, cuando la fracción es de resultado superior a la unidad, expresándose como una fracción propia al ser acompañada del entero inferior inmediato, por ejemplo:  $1$  y  $2/3$  ó  $1\frac{2}{3}$ , que es 1,666... Que, de hecho, su forma impropia, es  $6/9$ .

La norma de toda fracción es que su expresión sea la mínima numérica; es decir se opera hasta donde se puede la división del numerador con el denominador, esto es, por ejemplo, que el número: 0,45 es igual a:  $45/100 = 9/20$ . Entre los números decimales podemos distinguir los decimales exactos, con cifras decimales finitas, periódicos cuando tienen una “parte” de dígitos periódicas, que se repite indefinidamente.

**Transformación por producto de “10” y resta:** si  $x = E,dd..$ . Se multiplica por 10 ó 100 esta relación para resolverse, veamos: sea  $x = 0,2525.. \rightarrow 100x = 25,2525$ . Luego restando ambas relaciones quedas:  $99x = 25$ , de donde se obtiene la fracción:  $x = 25/99$ .

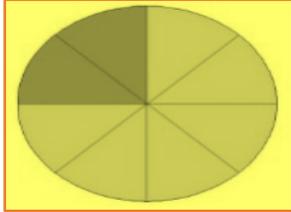
**Transformación de decimal periódico puro a fracción:** El numerador es el periodo del número decimal, donde el denominador, son tantos 9 como cifras tenga el período. Por ejemplo, se tiene el número:  $0.818181 \dots = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$  o la expresión mixta como:  $2.151515 \dots = 2 + \frac{15}{99} = 2 + \frac{5}{33} = \frac{71}{33}$ .

**Transformación de decimal periódico mixto a fracción:** En el numerador se pone la parte no periódica seguida de un periodo, menos la parte no periódica, en el denominador se ponen tantos dígitos “9” como cifras tenga el periodo con “Ceros” como cifras tenga la parte decimal no periódica.

**Por ejemplos:**  $0.46666 \dots = \frac{46-4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$ . Y  $1.02333 \dots = 1 + \frac{23-2}{90} = 1 + \frac{21}{90} = 1 + \frac{7}{30} = \frac{307}{300}$

Todos estos resultados pueden ser confirmados por medio de la calculadora.

Las fracciones enteras a menudo se expresan con un dibujo esquemático, como, por ejemplo:



Dibujo que expresa en diferentes colores, que, de ocho valores o divisiones, de destacan dos, es decir:  $2/8$ . También llamado grafico de "Torta".

### 7.a) 10 Ejercicios resueltos

a) ¿Cuál es el valor de P, si 40 es a 20 como P es a 2?

**Respuesta:**  $40:20 :: P:2 \quad \frac{40}{20} = \frac{P}{2} \Rightarrow \frac{40 \times 2}{20} = P \rightarrow P = 4$

b) Con 20 trabajadores se hace 50 muebles, ¿Cuántos muebles se harán con 12 trabajadores?

**Respuesta:** Trabajadores    Muebles

$$\begin{array}{ccc} 20 & 50 & \rightarrow \frac{12 \times 50}{20} = 30 \text{ muebles} \\ 12 & X & \end{array}$$

c) Si 8 obreros construyen un muro en 15 horas, ¿Cuánto tardaran 5 obreros, en levantar el mismo muro? **Respuesta:** Trabajadores    Horas

$$\begin{array}{ccc} 8 & 15 & \rightarrow \frac{8 \times 15}{5} = 24 \text{ horas} \\ 5 & X & \end{array}$$

d) Si 12 trabajadores construyen un muro de 50 metros en 15 horas, ¿Cuántos trabajadores se necesitarán para levantar un muro de 75 metros en 30 horas?

**Respuesta:** Trabajadores    Metros    Horas

$$\begin{array}{ccc} 12 & 50 & 15 \rightarrow \frac{12 \times 75 \times 15}{50 \times 30} = 9 \text{ trabajadores} \\ X & 75 & 30 \end{array}$$

e) Si se tiene la siguiente relación entre números: 369 es a 123 ¿Entonces 213 es a?

**Respuesta:** Por lógica o por división se observa que la relación es a 3; es decir 369 entre 3 es 123.

Luego: 213 entre 3 es 71. O sea queda la relación **213: 71**.

f) Transforme el siguiente número racional periódico:  $(0,1616\dots)$ , a su fracción racional exacta, o a la más equivalente.

**Respuesta:** Decimal periódico = Periodo / (9...Veces digitales del periodo)  $\rightarrow$   
 $0,1616 = 16/99$ , resultado que se puede confirmar, como su mínima expresión.

g) Transforme el siguiente número decimal,  $(0,5999\dots)$ , en su mínima expresión de fracción

**Respuesta:** Decimal periódico después de dígitos o números no comunes  $\rightarrow$   
(Dígito(s) con el periodo – dígito(s)) / 90. Veces el lugar del dígito.

Esto es que  $0,5999\dots = (59 - 5) / 90 = 9/15 = 3/5 = 0,6$ . Es decir la mejor fracción es equivalente.

h) Transforme el número  $2,4666\dots$  En su respectiva fracción impropia

**Respuesta:**  $2,4666\dots = 2 + (46 - 4) / 90 \rightarrow 222/90 = 74/30$  esto es: **37/15**.

i) Si  $3/4$  del número es 7 más que la  $1/6$  del mismo número. ¿Cuál es el número?

$$A(3/4) = 7 + A/6 \rightarrow (14/24)A = 7 \rightarrow 7A = 12 \times 7 \text{ Luego } \mathbf{A = 12}.$$

j) Si a una fracción ordinaria se le suman a sus dos términos su denominador, está resulta triplicada. Hallar dicha fracción.

**Respuesta:**  $A / B \rightarrow (A + B) / 2B = 3A/B$ . Luego resolviendo:  $A + B = 6A$ , entonces queda que  $B = 5A$   
Existiendo una finidad de respuesta, cuya mínima fracción es que:  $A/B = \mathbf{1/5}$ .

### 7.b) 10 Ejercicios propuestos

a) Habiendo perdido la mitad de su dinero, un apostador volvió al juego y perdió de nuevo la mitad, repitió lo mismo por tercera vez, hasta que le quedaron \$200. ¿Cuánto dinero tenía de inicio?

b) Si al numerador y denominador de un número racional, se le agrega la cuarta parte del denominador, el valor de la fracción aumenta en su séptima parte:  $1,7(a/b)$ . Encuentre la fracción.

c) ¿La mejor expresión racional del número  $0,03333\dots$  es?

d) ¿Cuál es el número que, aumentado en 8, produce un resultado igual al de dividirlo entre  $3/5$ .

e) Un comerciante ha ganado durante 4 años una suma total de \$15000, si en cada año ganó la mitad de lo ganado en el año anterior. ¿Cuánto ganó el primer año?

f) Una persona ha repartido a sus ahijados  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; y  $\frac{1}{5}$  de un dinero disponible, si le quedan \$260 ¿Cuánto dinero tenía?

g) Las edades de dos primos están a razón de 4:7. ¿Qué edad tiene cada uno si la diferencia de sus edades es de 15 años?

h) Las edades de tres personas están en relación 1:3:7 si el del medio tiene 27 años. ¿Cuántos años tiene el menor y el mayor?

i) Transformar a fracción impropia el siguiente decimal continuo (2,06666...)

j) Transformar a fracción mínima el número 3,8888...

### **7.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

- 1) En un día de trabajo de 8 horas, un soldador ha armado 10 estantes. ¿Cuántas horas tardará en hacer 25? a) 10 b) 20 c) 15 d) 22 e) Ninguna de estas.
- 2) ¿Cuál será la altura de una columna que produce una sombra de 4,5 metros; sabiendo que a la misma hora una varilla vertical de 0,49 metros arroja una sombra de 0,63 metros?  
a) 3,2 b) 2,7 c) 3,5 d) 4,2 e) 3,0
- 3) Si para pintar 180 M<sup>2</sup> se necesitan 24 Litros de pintura. ¿Cuántos Litros se necesitarán para un área de 12 metros de largo por 10 de ancho? a) 10 b) 12 c) 24 d) 16 e) Ninguna
- 4) Un automóvil recorre 50 Km de recta, en 1H 32 min. ¿En qué tiempo recorrerá 30 Km?  
a) 67 min 2S. b) 55 min 8S. c) 40 min 1S. d) 35 min 12S. e) 55,2 min.
- 5) Doce obreros han hecho la mitad de un trabajo en 18 horas. A esa altura de la obra 4 obreros abandonan el trabajo ¿Cuántas horas tardan en terminarlo los obreros que quedan?  
a) 27 h b) 17 h c) 32 h d) 25 h e) Ninguna
- 6) Un ganadero tiene 36 vacas y alimento para ellas por 28 días. Con 20 vacas más ¿Cuántos días podrá alimentarlas? a) 12 b) 16 c) 24 d) 18 e) 20
- 7) Para empapelar una habitación se necesitan 15 rollos de papel de 0,45 m de ancho. ¿Cuántos rollos se necesitarán, si el ancho es 0,75 m? a) 8 b) 11 c) 30 d) 10 e) 9
- 8) Un herrero compró 33 Kg de electrodos a \$62 el Kg ¿Cuántos Kg a \$66 podría haber comprado con esa misma suma de dinero? a) 23 Kg b) 31 Kg c) 18 Kg d) 6 Kg e) 24 Kg.
- 9) Un trabajo puede ser realizado por 80 obreros en 42 días. Si el plazo para terminarlo es de 30 días. ¿Cuántos obreros deberán sumarse? a) 128 b) 144 c) 134 d) 120 e) 112
- 10) Una familia compuesta de 6 personas consume en 2 días 3Kg de pan. ¿Cuántos Kg de pan serán consumidos en 5 días, estando dos personas ausentes?  
a) 3,5 Kg b) 5 Kg c) 6 Kg d) 12,5Kg e) Ninguna

11) Para cavar una zanja de 78 M. de largo por 90 cm de ancho y 75 cm de profundidad, se necesitan 39 obreros. ¿Cuántos obreros habrá que disminuir para hacer en el mismo tiempo una zanja de 60 M, de largo por 0,5 M, de ancho y 45 cm de profundidad?

- a) 25      b) 35      c) 29      d) 19      e) 10

12) Transformar la cifra a fracción: 0,181818.

- a) 909/500      b) 18/99      c) 18/100      d) 6/11      e) 9/11

13) Transformar a fracción mínima el siguiente número 0,212121...

- a) 21/100      b) 21/11      c) 7/11      d) 7/33      e) 21/12

14) Transformar a fracción impropia el siguiente número de tres dígitos: 2,75

- a) 11/4      b) 275/9      c) 275/10      d) 11/5      e) 5/2

15) Se han pagado \$14.400 a 24 obreros que han trabajado 54 horas. ¿Cuántos \$ se debe pagar, a 15 obreros que trabajan 108 horas? a) 6.000      b) 12.000      c) 20.000      d) 15.000      e) 18.000

16) Un ciclista a 12 Km/h de promedio, recorre un camino empleando 9 días a razón de 7 horas por día. ¿A qué velocidad tendrá que ir si desea emplear 54 horas?

- a) 24 Km/h      b) 16 Km/h      c) 14 Km/h      d) 20 Km/h      e) 18 Km/h

17) Una pileta se llenó en 3 días dejando abiertas 2 llaves que arrojan 120 litros por día cada una, ¿Cuántos días se precisarán para llenar la misma pileta si se dejan abiertas 4 llaves que arrojan 90 litros en total, por día? a) 2      b) 4      c) 5      d) 6      e) 1

18) Si 24 obreros pueden finalizar un trabajo en 46 días trabajando 7 horas diarias. ¿Cuántos días emplearán si se aumenta un 75% el número de obreros y se trabajan 8 horas diarias?

- a) 23      b) 19      c) 21      d) 9      e) 15

19) Un socio que ha colocado \$7000 en total durante 5 meses, ha ganado \$1200 mensuales. ¿Cuál es el capital del primer mes, de un segundo socio que ganó \$4200, en 7 meses, en el mismo negocio? a) 1000      b) 1750      c) 700      d) 1800      e) 800

20) Se necesitan 3 bobinas de papel de 336 Kg cada una para imprimir 5000 ejemplares de una obra. ¿Cuántas bobinas de 504 Kg se necesitarán para imprimir 8000 ejemplares de otra obra, que tiene cinco octavos del número de páginas de la primera?

- a) 6      b) 8      c) 4      d) 5      e) 2

21) Los Perezosos son considerados animales muy lentos, en una hora llegan a recorrer 40 metros. Calcule la distancia en metros, que recorrerán en 3 días, 3 horas y 30 minutos.

- a) 2400      b) 3020      c) 2880      d) 3300      e) 1100

22) Hallar la fracción, cuando al numerador se le suma dos y al denominador se le suma uno, y se obtiene  $\frac{1}{2}$ ; más si al numerador se le suma uno y al denominador se le resta dos, se obtiene  $\frac{3}{5}$ . a)  $\frac{4}{9}$       b)  $\frac{2}{5}$       c)  $\frac{3}{7}$       d)  $\frac{2}{7}$       e)  $\frac{3}{5}$ .

23) Un grupo de marineros tienen alimentos para 15 días; pero si hubiese 2 marinos más, los alimentos durarían 3 días menos. ¿Cuántos marineros integran el grupo original?

- a) 6      b) 8      c) 12      d) 18      e) 10

24) Cuatro amigos pueden terminar una obra en 20 días. Si después de cuatro días llega un amigo más, ¿En cuántos días más, terminaran la obra?

- a) 12      b) 13      c) 14      d) 12,8      e) 10

25) Juan es el doble de rápido que Pedro. Si juntos pueden hacer una obra en 10 días, ¿Cuánto tiempo en días le tomará a Juan hacerlo solo? a) 13      b) 14      c) 15      d) 16      e) 12

26) En una tribu del río Tulcán, se usa el siguiente trueque: Un collar y un escudo se cambian por una lanza, una lanza se cambia por tres cuchillos, como dos escudos también se cambian por tres cuchillos. ¿Cuántos collares son, una lanza? a) 1      b) 2      c)  $\frac{1}{2}$       d)  $\frac{3}{2}$       e) 3

27) Las masas de sal y agua separadas, del mar están en razón 7:193 ¿Cuántos kilogramos de solo sal hay en 1000 Kg de agua salada de mar? a) 35      b) 186      c) 193      d) 200      e) 180

28) Dos obreros tardan 12 días en levantar un muro de ladrillos, ¿Cuántos días necesitaran 4 obreros para levantar un muro 3 veces mayor? a) 12      b) 10      c) 6      d) 24      e) 18

29) Dos engranajes giran conectados, uno de 32 dientes y otro de 8 dientes. Si él primero gira  $700^\circ$ , ¿Cuántas vueltas hace el segundo? a) 7,5      b) 7,77...      c) 2800      d) 8      e) 6

**30) Convierta el número 4,3222... En la mejor fracción expresada.**

- a)  $\frac{399}{90}$     b)  $\frac{389}{90}$     c)  $\frac{390}{99}$     d)  $\frac{391}{99}$     e) Ninguna

**31) La familia Pereira Bauza tiene: el padre, la madre, tres hijas, y cada una de ellas tiene un hermano. ¿Cuántos son, en total?** a) 6    b) 7    c) 8    d) 9    e) Ninguna de estas.

**32) Si doce cañas de azúcar producen 2,5 litros de Zumo, y 10 litros de zumo producen 3 kilos de melaza para fabricar la azúcar. Calcule cuantas cañas se requieren por kilo de melaza.**

- a) 14    b) 15    c) 14,5    d) 16    e) 15,2.

**33) Una tropa de 16 personas, consume en 3 días 13 kilogramos en panes, ¿Cuántos kilos de pan comerán en 10 días, con cuatro personas menos?**

- a) 48    b) 32,5    c) 44    d) 30,5    e) 36.

**34) Si presto  $\frac{1}{6}$  de mi dinero y luego obsequio  $\frac{4}{10}$  de él, ¿Qué proporción me queda?**

- a)  $\frac{1}{4}$     b)  $\frac{1}{3}$     c)  $\frac{1}{2}$     d)  $\frac{1}{5}$     e) 60%.

**35) La niña Grecia tiene \$12, su hermana menor tiene la mitad de esto, y su hermana mayor cuenta tres veces lo de ambas niñas, ¿Cuánto dinero tienen las hermanas?**

- a) \$70    b) \$62    c) \$72    d) \$82    e) \$68.

**36) En una finca de 7 hectáreas hay 25 vacas valoradas en \$223 cada una, si se venden  $\frac{3}{5}$  de estos animales, ¿Qué dinero se obtiene?** a) 3.300    b) 3.250    c) 1.000    d) 3.345    e) 2.045.

**37) A cambio de 200 caballos se cambian 100 vacas, 100 ovejas y \$250; ¿Qué precio tiene cada caballo, si cada vaca cuesta \$120, y que por 20 ovejas se pagan \$210?**

- a) 67    b) 66,5    c) 70    d) 50    e) 120.

**38) Diez obreros se demoran 2 días en hacer una pared, a 7 horas al día de trabajo. ¿Cuántos días se demorarán en hacer la misma obra, 8 obreros a 3,5 horas al día?**

- a) 5    b) 6    c) 7    d) 5,5    e) 10.

**39) En una clase de 42 estudiantes hay 24 chicos. ¿Qué porcentaje de la clase son las chicas?**

- a) 46%    b) 42%    c) 42,86%    d) 44,2%    e) 52%.

40) Tengo "X" dólares, de los cuales gasto en compras  $\frac{3}{4}$  del dinero y luego regalo la mitad, de lo que me queda. ¿Qué fracción de dinero me queda?

- a)  $\frac{x}{5}$    b)  $\frac{x}{4}$    c)  $\frac{x}{6}$    d) \$10   e)  $\frac{x}{8}$ .

41) Usted compra 1.140 caramelos al mayor, con la oferta de recibir uno adicional por cada docena, ¿Cuántos caramelos lleva? a) 1.200   b) 1.230   c) 1.440   d) 1.325   e) 1.235.

42) Con un litro de pintura se consigue pintar las  $\frac{3}{4}$  partes de una tabla cuya superficie es de 8 metros cuadrados. ¿Qué superficie de la misma madera podrá pintarse con 0,25 litros de pintura? a) 2.5   b) 2   c)  $\frac{3}{5}$    d) 1,5   e)  $\frac{2}{3}$ .

43) Si mezclamos 3 litros de agua con 5 litros de Pepsi Cola, ¿Qué proporción de refresco hay en cada litro de mezcla? a)  $\frac{3}{4}$    b)  $\frac{5}{8}$    c)  $\frac{3}{8}$    d)  $\frac{7}{8}$    e) 62,5%.

44) La diferencia entre el 60% y el 54% de un número es 126. ¿Cuál es el número?

- a) 2.500   b) 2.100   c) 2.000   d) 2.550   e) Ninguno de estos.

45) Cuánto recibe una persona por concepto de intereses, en dos años, si deposita \$8.400 al 4,8% anual. a) 825,75   b) 875,25   c) 850   d) 855,55   e) 840.

46) Un guardia, en su recorrido nocturno pasa por frente de un local cada 48 minutos. ¿En su turno de 6,4 horas, cuantas veces paso por allí? a) 4,8   b) 5   c) 10   d) 8   e) 9.

47) En una clase de 40 estudiantes, 4 se retiraron y 18 aplazaron el curso, ¿Qué porcentaje de estudiantes, aprobaron la asignatura? a) 45%   b) 46%   c) 40%   d) 42%   e) 44%.

48) El 24% de una deuda es \$270, entonces ¿Qué valor, es esta?

- a) \$1.100   b) \$480   c) \$1.125   d) \$1.250   e) \$540.

49) Un automóvil Toyota, está asegurado por el 75% de su valor, correspondiente a \$4.500 dólares. ¿El valor del automóvil en dólares es? a) 5.000   b) 5.550   c) 4.500   d) 6.000   e) 900.

50) ¿Qué porcentaje es 66 de la fracción  $\frac{1}{3}$ ?

- a) 6.600%   b) 19.800%   c) 10.000%   d) 8.000%   e) 300%.

## 8) POLINOMIOS, REGLAS Y OPERACIONES

El polinomio es una expresión algebraica formada por uno o más términos que contienen una parte numérica (coeficientes), y una parte literal (letras potenciadas), estando separados por signos algebraicos (+, -, \*, /). Por ejemplos:  $3x^3 - 2x + 4$  o  $-x^2 + 5$  o  $x^4/3 + 3x/2$ ; entre toda una infinidad de posibilidades. Se llama Monomio cuando tiene un solo término, Binomio de dos, Trinomio de tres; y Polinomio en general.

El grado de un polinomio es la potencia mayor en uno de sus términos, donde por supuesto se pueden trabajar en función de las operaciones algebraicas conocidas de suma, resta, producto, división y potencia; es decir se puede

**a) Sumar y restar** los términos de potencia igual, veamos

$5x^2y + 8x^2 - y + 2x^2y = 7x^2y + 8x^2 - y$ . Solo se operaron los términos de igual grado.

**b) Multiplicar** todos los términos combinándose, en donde el producto es de los signos, los coeficientes y la parte literal de los términos involucrados, bajo las normas de la potencia, veamos.

Multiplicar  $6x^3$  por  $4x^2 - 6x + 8 = 6x^3(4x^2) - 6x^3(6x) + 6x^3(8) = 24x^5 - 36x^4 + 48x^3$

**c) Dividir** como operación de todos los términos, en donde se dividen los coeficientes con su ley de signos más las normas de la potencia. "Toda fracción algebraica es una división de polinomios".

Ejemplo: divida  $P(x) = 25x^3y^5 - 40x^2y^6 - 30xy^7$  entre  $Q(x) = 5xy^3$

El resultado es:  $5x^2y^2 - 8xy^3 - 6y^4$  División de los coeficientes con sus signos con el de las potencias. Aquí se usó la definición del "máximo común divisor" M.C.D, en donde el denominador debe contener todos los factores con iguales o menor exponentes.

La división se extiende a la llamada división de polinomios de varios términos como por ejemplo, la división de:  $P(x) = 6x^3 - 11x^2 + 12x - 17$  entre  $Q(x) = 3x^2 - x + 4$ . El proceso es un ciclo que inicia al dividir solo los primeros términos de cada polinomio y luego el monomio resultado, se multiplica por el resto de los términos del divisor o denominador, para luego restarse del resto de los términos del numerador; generando un nuevo polinomio "resto", que reinicia el ciclo hasta que no se pueda en el sentido que el grado del denominador supere el grado del numerador; veamos el siguiente ejemplo

$$\begin{array}{r} (6x^3 - 11x^2 + 12x - 17) / (3x^2 - x + 4) \\ -6x^3 + 2x^2 - 8x \quad \mathbf{2x} \\ \hline \end{array}$$

Luego este primer proceso produce el resultado de:  $(-9x^2 + 4x - 17) / (3x^2 - x + 4)$

$$\begin{array}{r} 9x^2 - 3x + 12 \quad \mathbf{-3} \\ \hline \mathbf{x - 5} \end{array}$$

Se concluye que el resultado de dividir  $P(x)$  entre  $Q(x)$  es:  $2x - 3$ , con el resto de  $x - 5$ .

El mundo de los polinomios descubre el desarrollo del Binomio potenciado, bajo el llamado triángulo de "Pascal" cuando se tiene la forma:  $(x + a)^n$ , en donde se tienen los resultados

$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$  y/o  $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ . Llamados trinomio cuadrado perfecto o “**Notable**”  
 $(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$  y/o  $(x - a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$ .

Para  $n$  igual a 2 y 3 respectivamente, donde se desprenden las llamadas formas “conjugadas” como: dos polinomios de grados inmediatos inferiores, que se conjugan por producto entre ellos, para formar un polinomio de grado superior; veamos la conjunción más famosa llamada factorización por signos opuestos o por diferencia al cuadrado.

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ ; De donde los polinomios de grado unos se conjugan en producto para generar el polinomio de grado dos. El trinomio que va a generar la ecuación de segundo grado es de la forma:  $x^2 + bx + c$ . Cuya factorización por habilidad en diferencia al cuadrado origina los binomios producto:  $(x + d)(x - e)$ ; donde el coeficiente “ $b$ ” es la diferencia  $d, e$  y el coeficiente “ $c$ ” es el producto entre  $d$  y  $e$ . El ejemplo correspondiente para un binomio de grado 3 tiene las posibilidades siguientes

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 - x.y + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - x.y + y^2)$$

Cuyos desarrollos demuestran que se cumple con esta relación polinómica, en donde dos polinomios de grado uno y dos respectivamente, se conjugan en producto para formar un polinomio de grado tres. La idea del desarrollo de polinomios potenciados, con sus posibles conjugaciones es la de lograr la llamada “Factorización” de todo polinomio, cuando se puede expresar en términos de binomios o trinomios que se operan por producto entre sí; es decir la factorización es la expresión de un polinomio en factores de grado inferior. Esta será una aplicación importante y necesaria para todo estudiante en el mundo universitario.

El Máximo Común Divisor de varios polinomios serán los factores primos comunes al menor exponente de todos los factores involucrados, obtenidos de la factorización de cada polinomio del grupo de donde se desea obtener su M.C.D. Análogamente el llamado Mínimo Común Múltiplo de dos o más polinomios es el producto de los factores primos, elevando cada uno al mayor exponente que tengan en descomposición los polinomios.

La factorización más elemental es la del factor común en todos los términos, seguida de la factorización por separación y agrupación de binomio semejantes, más la estrategia de factorización de polinomios de coeficientes enteros, llamada de “Ruffini”. La factorización por “Paolo Ruffini” es una secuencia, donde el polinomio es “procesado” por un entero que resulte ser divisor del término sin la variable o final, llamado independiente; véase el ejercicio resuelto de esta técnica, en el ejemplo resuelto “e”. Las diferentes estrategias para factorizar polinomios se usan como método de simplificar las llamadas funciones cocientes o fracciones algebraicas, que no es más que un cociente de polinomios. Luego las fracciones algebraicas se pueden operar entre sí en sumas y restas, productos y divisiones. De hecho, para esta última operación, se incrementa la dificultad cuando tanto el numerador como el denominador contienen divisiones previas; a tales fracciones algebraicas se les

denomina "complejas". Para multiplicar dos expresiones polinómicas que contengan radicales, se procede como una multiplicación de dos polinomios cualquiera, considerando ahora la potencia fracción; cuando el denominador de la fracción es de la forma  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$  se puede racionalizar multiplicando ambos términos de la fracción por  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ , puesto que

$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ , como conjugación. De forma similar se obtiene por conjugada, la racionalización de expresiones algebraicas con radicales cúbicas, esto es

$$(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) (\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a + b \quad \text{Y} \quad (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) (\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a - b$$

### 8.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Factorizar el siguiente polinomio:  $4x^2 - 121$

**Respuesta:** Polinomio de grado 2, con dos términos, indica que se puede intentar por términos conjugados, al convertir:  $4x^2$  en  $(2x)^2$  y  $121$  en  $11^2$ . Esto es  $(2x + 11)(2x - 11)$ , cuyo producto da:  $4x^2 - 22x + 22x - 121$ . Que es igual a:  $4x^2 - 121$ .

b) Factorice los siguientes polinomios:  $a^2 + 2a - 15$  Y  $x^2 + 7x + 12$  por estrategia lógica de producto de dos binomios

**Respuesta:**  $a^2 + 2a - 15 \rightarrow (a + c)(a - d)$  Donde  $c - d = 2$  y  $cd = 15$ .

Esto se obtiene con el ensayo:  $c = 5$  y  $d = 3$ . Es decir:  $a^2 + 2a - 15 = (a + 5)(a - 3)$

$x^2 + 7x + 12 \rightarrow (x + e)(x + f)$  Donde  $e + f = 7$  y  $ef = 12$ . Esto es:  $c = 4$  y  $d = 3$

Es decir:  $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$ .

c) Factorice el siguiente polinomio de grado dos:  $2x^2 - 7x + 6$

**Respuesta:**  $2x^2 - 7x + 6 = (x + a)(2x + b)$  Donde  $2a + b = -7$  y  $ab = 6$ .

Esto es:  $a = -2$  y  $b = -3$ .  $\rightarrow 2x^2 - 7x + 6 = (x - 2)(2x - 3)$

d) Demuestre la factorización cúbica conjugada con este polinomio de grado seis  $x^6 - y^6$

**Respuesta:** aceptando el primer binomio se tiene que:  $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$

Y que cada binomio cubico queda como:

$$x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \quad \text{Y} \quad x^3 + y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Se demuestra que:  $x^6 - y^6 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2) \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$ .

e) Factorizar por Ruffini el siguiente polinomio de grado tres:  $x^3 - 8x^2 + 16x - 5$

**Respuesta:** las llamadas raíces posibles o términos a factorizar son los valores de  $\pm 1$  y  $\pm 5$ .

Luego con el número  $\pm 1$ , sobre el polinomio:  $(1 - 8 \ 16 \ -5)$ . No se anula el último término.

Usando el número 5, en la secuencia de Ruffini, se anula el último término, quedando:  $(x^2 - 3x + 1)$ ; Es decir el polinomio:  $x^2 - 3x + 1$

Se logra entonces una primera factorización, como:  $x^3 - 8x^2 + 16x - 5 = (x - 5)(x^2 - 3x + 1)$ ;

Es decir, un polinomio de grado tres queda expresado en dos polinomios, de grado uno y dos.

f) Hallar el M.C.D de los siguientes tres polinomios:  $3x^2 - 6x - 24$ ;  $6x^2 - 48x + 96$ ;  $3x^3 - 48x$

**Respuesta:** Factorización del primer polinomio es:  $3x^2 - 6x - 24 = 3(x - 4)(x + 2)$ , por diferencia lógica de productos. Factorización del segundo polinomio:  $6x^2 - 48x + 96 = 6(x - 4)^2$ , por Ruffini: produce una doble raíz de 4 y resta 6. En el tercer polinomio es:  $3x^3 - 48x = 3x(x + 4)(x - 4)$ , por conjugada simple, donde luego de sacar el  $3x$ . Se afirma que el máximo común divisor, es:  $3(x - 4)$ .

g) Simplifique la siguiente fracción algebraica:  $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 - 3x - 2}$

**Respuesta:** La factorización en el numerador y en el denominador es:  $y = \frac{(x-2)(x+5)}{(x-2)(2x+1)}$

Luego se simplifican los factores iguales de  $(x - 2)$ , quedando:  $y = \frac{(x + 5)}{(2x + 1)}$ ; en términos de resultados

se concluye que la fracción algebraica inicial se “sustituye” por esta fracción, como su semejante. Pero en definición de la matemática universitaria, estas fracciones no son iguales, porque la primera tiene una indeterminación en el punto,  $x = 2$ , y el resultado obtenido, no la tiene.

h) Resolver la siguiente suma y resta de fracciones algebraicas:  $y = \frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{x^2-4a^2}$

**Respuesta:** se observa que el denominador de la tercera fracción se puede factorizar en términos de

los otros dos denominadores, esto es:  $\frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{(x+2a)(x-2a)}$ .

Luego se tiene:  $\frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{(x+2a)(x-2a)} = \frac{(x-2a) + (x+2a) - 4a}{(x+2a)(x-2a)} = \frac{2x - 4a}{(x+2a)(x-2a)}$

Se concluye que la fracción  $\frac{1}{x+2a} + \frac{1}{x-2a} - \frac{4a}{x^2-4a^2}$  es semejante a:  $y = \frac{2}{(x+2a)}$ .

i) Simplifique el siguiente producto de fracciones  $\frac{x^2-x-12}{x^2+x-2} \times \frac{x^2-1}{x^2+4x+3}$

**Respuesta:** primero se factorizan los polinomios de grado 2:  $\frac{(x-4)(x+3)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)(x+1)}$

Luego el producto permite que se “cancelen” los términos  $(x - 1)$ ,  $(x + 1)$  y  $(x + 3)$ . Quedando

La fracción como la división de dos polinomios de grado uno:  $y = \frac{x-4}{x+2}$

j) Resuelva y simplifique la siguiente división de fracciones algebraicas  $\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - 9a + 20} / \frac{a^2 - 9a + 18}{a^2 - 11a + 30}$

**Respuesta:** se factorizan los polinomios involucrados como:  $\frac{(a - 2)(a - 3)}{(a - 4)(a - 5)} / \frac{(a - 6)(a - 3)}{(a - 6)(a - 5)}$

Luego por la llamada “doble C” la división queda como:  $\frac{(a - 2).(a - 3).(a - 6).(a - 5)}{(a - 4)(a - 5).(a - 6).(a - 3)}$

De donde se simplifica, como:  $\frac{a - 2}{a - 4}$ ; Fracción semejante a la original, pero no igual.

### 8.b) 10 Ejercicios propuestos

a) Hallar el M.C.M de los polinomios:  $4x^2 - 16$ ;  $3x^2 + 3x - 18$ ;  $2x^2 + 8x + 8$

b) Encuentre una mínima expresión para la siguiente fracción algebraica:  $y = \frac{\frac{x}{x - 1} - 1}{1 + \frac{x}{1 - x}}$

c) Realice el siguiente producto de binomios radicales y simplifique:  $(8.\sqrt{3} - 5.\sqrt{2}).(3.\sqrt{3} + 4.\sqrt{2})$

d) Racionalice la siguiente expresión algebraica:  $\sqrt[2]{\frac{x^2 - 2x + 1}{a^2.(1 - x)^2}}$

e) Racionalizar por factor conjugado la siguiente división, expresada como fracción:  $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ .

f) Encuentre los factores que se conjugan por producto para formar el polinomio:  $x^4 - 81$ .

g) Factorice la siguiente fracción algebraica de polinomios  $\frac{-2x^3 - 6x^2 + 20x}{2x^3 - 3x^2 - 2x}$

h) Factorice en dos factores, por “Ruffini” el siguiente polinomio:  $x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 108x + 81$

i) Encuentre el resto de la división de polinomios:  $6x^3 - 10x^2 - 12x + 15$  entre  $2x^2 - 4$ .

j) Encuentre los factores que se conjugan por división, para formar el polinomio:  $\sqrt[3]{x} - 3$ .

### **8.c) 51 Ejercicios tipo prueba a opciones**

1) Una posible raíz del polinomio:  $x^4 - 16$  es: a) 2 b) 3 c) 4 d) -2 e) No tiene.

2) Los valores que anulan al siguiente polinomio, (raíces):  $x^2 + 7x + 12$  son

a) 4 y 2 b) 3 y 2 c) 4 y 3 d) -3 y 4 e) -4 y -3

3) Simplifique la siguiente fracción de números, obteniendo su resultado  $\frac{2(5)^2 + 4(5)}{5 - (-5)^2}$

a) 13/6 b) -13/4 c) 7/4 d) -7/2 e) 7/2

4) Resolver la siguiente potencia expresándola como polinomio:  $(x^3y^{-4})^3$

a)  $x^6y^{-8}$  b)  $x^6y^{12}$  c)  $x^3y^{-8}$  d)  $x^6y^{-12}$  e) Ninguna de estas.

5) ¿Qué número resulta de la siguiente división de radicales?

$$\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{3^3}}}{\sqrt{3\sqrt[3]{4^2}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 12

6) La siguiente fracción algebraica  $\frac{4 - x^2}{x + 2}$  ¿Se anula con? a) 1 b) -2 c) 3 d) 4 e) 2

7) Ariadna tiene 5 años más que Grecia, donde el producto de sus edades es 84, ¿Qué edades tienen? a) 10 y 5 b) 11 y 6 c) 12 y 7 d) 4 y 9 e) 8 y 13

8) ¿La simplificación de la siguiente fracción algebraica compleja, da?  $\frac{\frac{x}{x^2 - 1} - 1}{1 + \frac{x}{1 - x^2}}$

a) 1 b) -1 c) -2 d) 0 e) 2

9) ¿El polinomio que resulta de la siguiente división es?  $\frac{(x - 4)^4}{(4 - x)^3}$

a) 1 - x b) 4 - x c) x - 4 d) x - 1 e) x - 2

10) ¿Uno de los factores del siguiente polinomio:  $4x^2 - 4x + 1$  es?

a)  $x - 1$  b)  $x - 2$  c)  $x + 2$  d)  $2x - 2$  e)  $2x - 1$

11) ¿La factorización por Ruffini del siguiente polinomio:  $2x^3 + 18x^2 + 54x + 54$  es?

- a)  $2(x + 3)^3$     b)  $(x + 3)^3$     c)  $2(x + 2)^3$     d)  $(2x + 1)^3$     e) Ninguna de estas.

12) ¿La simplificación de la expresión radical siguiente  $\sqrt{\frac{x^4 + x^3}{x \cdot (x + 1)}}$  es?

- a)  $x$     b)  $x + 1$     c)  $x + 2$     d)  $|x|$     e)  $1$

13) ¿Las raíces, o los valores que anulan el siguiente polinomio  $x^2 + 7x + 12$  Son?

- a)  $4$  y  $-3$     b)  $-3$  y  $4$     c)  $-3$  y  $-4$     d)  $2$  y  $4$     e)  $3$  y  $2$

14) Simplificar o desarrollar para obtener el resultado de:  $12000^2 - 11999^2$

- a)  $23.000$     b)  $23.900$     c)  $23.990$     d)  $23.999$     e) Ninguna

15) Simplificar la siguiente expresión:  $\left\{ \frac{[(a) \cdot (a) + a]}{a} \right\} - a$ . Halle su resultado

- a)  $0$     b)  $1$     c)  $a$     d)  $a^2 - a$     e)  $2a$

16) Expresar el siguiente polinomio en sus mínimos términos  $6x - 12y + 18x - 21y + x^2y$

- a)  $20x - 13y$     b)  $8y - 24x + x^2y$     c)  $24x - 33y + yx^2$     d)  $-9xy$     e) Ninguna de estas.

17) ¿Qué polinomio se obtiene al desarrollar el siguiente binomio  $-(x + 2)^3$

- a)  $x^3 + 6 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 8$     b)  $x^2 - 4x + 4$     c)  $-x^2 - 4x - 8$     d)  $x^2 + 2x + 4$     e)  $-x^3 - 6 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 8$ .

18) ¿Qué polinomio se obtiene al desarrollar el siguiente binomio  $(2 + 3x)^2$

- a)  $9 \cdot x^2 + 12x + 4$     b)  $4 + 6x - 9 \cdot x^2$     c)  $8 + 12 + x^2$     d)  $4 + 9x^2$     e) Ninguna

19) ¿Qué valor anula la siguiente fracción algebraica  $\frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 - 3x - 2}$ ?

- a)  $2$     b)  $-2$     c)  $5$     d)  $-5$     e) Ninguna

20) ¿Qué valor anula la siguiente fracción algebraica  $\frac{x + 3}{x \cdot (x + 4) + 3}$ ?

- a)  $-1$     b)  $3$     c)  $-3$     d) No hay    e)  $0$ .

21) La cabeza de un Pescado "Atún" mide 20 Cm, la cola mide: la cabeza más medio cuerpo, el cuerpo como la cabeza y la cola juntas. ¿Cuál es la longitud total del Atún, en centímetros?

- a) 200    b) 120    c) 140    d) 80    e) 160

22) ¿El resultado de la siguiente fracción algebraica compleja  $\frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}$  es?

- a) 2    b) -2    c) 1    d) -1    e) Ninguna

23) Divida el número entero 85 en dos sumandos, de tal forma que el triple de la parte menor sea igual al doble de la parte mayor. a) 40 y 45    b) 36 y 49    c) 51 y 34    d) 50 y 35    e) 36 y 53

24) Si  $12a + 3b = 1$  Y  $7b - 2a = 9$ . ¿El valor  $\frac{a+b}{2}$  es? a) - 1/2    b) 1/2    c) 2    d) -2    e) 3/2.

25) ¿Reduzca la siguiente fracción algebraica  $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$ ?

- a)  $(x-1)/x$     b)  $(x+3)/(x-2)$     c)  $(x-3)/(x+2)$     d) 1    e)  $(x+2)/(x-3)$

26) Si las niñas Esmeralda y Cristal suman su edad es de 20 años, luego su producto es de 91 años cuadrados, ¿Qué polinomio, en variable de "cristal", puede explicar estos datos?

- a)  $c^2 + 91 = 0$     b)  $c^2 - 20c = 0$     c)  $c^2 - 20c + 91 = 0$     d)  $20c + 91 = 0$     e) Ninguna

27) El padre de José tenía "x" años cuando él nació. Si ahora José tiene "y" años ¿Qué edad tendrá el papá en  $2y + 2$  años más? a)  $3y + 2$     b)  $x + 2y$     c)  $2x + 3y$     d)  $x + 3y + 2$     e)  $2x + 2y$

28) El área de un jardín rectangular es de  $6 \text{ m}^2$ , si el largo se representa por  $(x - 2)$ , donde el ancho por  $(x - 3)$ , ¿Cuál es la dimensión del ancho? a) 3    b) 2    c) Ninguna    d) 2/3    e) 3/2

29) 6 conocidos quieren comprar un terreno a partes iguales. Luego dos de ellos desisten y esto hace que los otros 4 tenga que aportar \$2.000. ¿Cuál es el valor del terreno?

- a) \$5.000    b) \$6.000    c) \$3.000    d) \$4.500    e) \$3.200.

30) Si Alberto tiene el doble de edad de su ahijado Edgar, entre ambos multiplican 1.058 años, ¿Cómo se determina la edad de Edgar?

- a)  $2E^2 = 1058$     b)  $E = \sqrt{519}$     c)  $E = \sqrt{1058}$     d)  $2E = \sqrt{529}$     e)  $3E^2 = 2A$

31) La suma de los perímetros de dos cuadrados es 80 cm, la diferencia de sus áreas es 80 cm<sup>2</sup>, ¿Cuál es la suma de las áreas, en cm<sup>2</sup>? a) 144 b) 242 c) 108 d) 208 e) 320.

32) El duplo de las horas que han transcurrido en un miércoles, es igual al cuádruplo de las que faltan. ¿Qué hora es? a) 10:00 b) 12:00 c) 15:00 d) 16:00 e) 7.00.

33) Expresar la ecuación del llenado de un tanque de 100 litros, en minutos, el cual se llena a través de dos llaves surtidoras de 0,5 Lts/s y 6.000 C.C/min.

a)  $100 = 0,5X + 6.000X$  b)  $100 = 30X + 6.000X$  c)  $100 = 30X + 6X$  d)  $100 = 6,5X$ .

34) ¿Cuál es el número real, donde su triple menos 3 es 24? a) 8 b) 3 c) 9 d) 4 e) 10.

35) ¿Si la  $\sqrt[3]{x} = -2$ , entonces  $x^2$  es? a) 16 b) 4 c) 36 d) 49 e) 64.

36) La siguiente fracción algebraica,  $\frac{x^2-4x+4}{5x-10}$  ¿A qué se reduce?

a)  $(x-2)/x$  b)  $(x+2)/(x-2)$  c)  $(x-2)/2$  d) 1 e)  $(x-2)/5$

37) Un reloj de iglesia da en campanadas la hora que anuncia en escala militar, ¿Cuántas campanadas suenan desde la 8 AM hasta las 4 PM? a) 160 b) 108 c) 120 d) 100 e) 144.

38) Rehacer el problema anterior, si la iglesia anuncia las horas en escala latina.

a) 60 b) 10 c) 12 d) 80 e) 54.

39) Expresar la siguiente operación, en polinomio:  $(X-3)^3$

a)  $X^3 - 3X^2 + 9X$ . b)  $3X^3 - 9X^2 + 3X$  c)  $X^3 + 9X^2 + 3X + 81$  d)  $X^3 - 9X^2 + 27X - 27$

40) ¿Reduzca la siguiente fracción algebraica  $\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^2-2x+1}$ ?

a)  $(x-1)/x$  b)  $x/(x-1)$  c)  $x-1$  d)  $x+1$  e)  $(x+2)$

41) Expresar el resultado polinómico de  $(4-2)^3$ .

a)  $4^3 - 6.4^2 + 12.4 - 2$ . b)  $4^3 - 6.4^2 + 12.4 + 8$ . c)  $4^3 - 6.4^2 + 12.4 - 8$ . d)  $4^3 - 6.4^2 - 12.4 + 8$ .

42) Que resultado da el siguiente polinomio,  $(X-3)^4$ , si  $X = 1$ .

a) -16 b) 1 c) 8 d) 4 e) 16.

43) El triple de un número es igual a este, aumentado en 6. Hallar el número.

- a) 6    b) 8    c) 4    d) 5    e) 3.

44) Una aerolínea dispone 140 aviones, de los cuales el 25% tienen 4 turbinas, otro 25% funciona a un motor, y la mitad restante tiene 3 turbinas. ¿Cuántas turbinas hay en total?

- a) 160    b) 415    c) 380    d) 385    e) 245.

45) ¿Las raíces del siguiente polinomio:  $x^2 - 7x + 12$  Son?

- a) 4 y -3.    b) -3 y 4.    c) 3 y 4.    d) 2 y 4.    e) 3 y 2

46) Obtenga el resultado de:  $15^2 - 13^2$

- a) 23    b) 56    c) 28    d) -28    e) 50

47) Simplificar la siguiente expresión:  $\left\{ \frac{[(a) \cdot (a) + a]}{a} \right\} + 2a$ . Hallando su resultado

- a) 3a    b) 3a -1    c) a    d) 3a + 1    e) 2a + 1.

48) ¿Qué valor anula la siguiente fracción algebraica  $\frac{3 - 4}{2x^2 + 5x - 2}$ ?

- a) 2    b) -2    c) 5    d) -5    e) Ninguno.

49) ¿Qué valor o valores, anulan la siguiente fracción  $\frac{x^2 - 3}{x \cdot (x + 4) + 3}$ ?

- a)  $-\sqrt{3}$     b)  $\sqrt[3]{3}$     c) -3    d)  $\pm \sqrt{3}$     e) 0.

50) La copa de un árbol mide 22 metros, las raíces miden la copa más medio tronco, y el tronco como 1/3 de la copa más las raíces. ¿Cuál es la longitud total del Árbol, en metros?

- a) 132    b) 130    c) 176/3    d) 264/3    e) 122

51) Resolver la siguiente expresión, en número:  $(20^2 - 22^2)$

- a) 84    b) 0    c) 4    d) -84    e) -2.

## 9) PLANTEO Y SOLUCIÓN DE ECUACIONES

El planteo de una ecuación sea está lineal, (en términos no potenciados o de grado la unidad), no lineal, (con potencia o radicales: el mundo de los polinomios), o incluso un sistema de “varias” ecuaciones; es en sí una traducción matemática de valores calculables a partir de datos relacionados a una o varias variables por descubrir. Es decir, traducir un enunciado literal al idioma del álgebra que es una ecuación, va a representar una notable habilidad que debe caracterizar a todo bachiller; donde esta sección guarda relación con las dos secciones precedentes, al punto que no es tarea fácil ubicar un problema o situación en cualquiera de ellas, porque por lo general toda ecuación es un polinomio y puede tener proporciones y fracciones. Esto no es raro en el mundo de las matemáticas, cuando desde un origen aceptado como geométrico y de postulados sobre figuras, esta ciencia ha abierto todo un abanico de temas conectados; es decir no es necesario seguir un método particular, siempre hay diferentes caminos para obtener respuesta deseada y correcta.

Toda **Ecuación** es una relación de términos o fracciones algebraicas de operaciones matemáticas por igualdad, donde aparecen valores conocidos llamados “datos”, y desconocidos denominados “incógnitas”; cuando esta relación es por desigualdad se llama **Inecuación**, porque la relación se sustituye por los signos de “mayor que” o mayor e igual que” y “menor que” o “menor e igual que”: ( $>$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $\leq$ ). Los resultados en las inecuaciones no son valores puntuales, son regiones de segmentos; es decir, cantidades en intervalos de números, que pueden ser abiertos o cerrados.

Las ecuaciones se clasificarán con el grado de la potencia involucrada, según las posibles soluciones que resulten, si las variables están en el denominador, (fraccionarias) o si poseen radicales, (irracional). La habilidad es entonces el saber en el enunciado respectivo lo siguiente: ¿Cuál o cuáles son las incógnitas? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué condiciones o las llamadas restricciones de la situación existen? Luego de planteadas se resuelven las ecuaciones, con la estrategia de juntar los términos semejantes, entre los valores conocidos en números, coeficientes o constantes llamados “datos”, y las “variables” desconocidas por descubrir. Veamos los ejemplos.

$$5x - 6 = 2x + 3 \text{ Ecuación lineal cuyo resultado es: } x = 3.$$

$$3x^2 - 9 = 0 \text{ Ecuación de grado 2 cuyo resultado dice que: } x = \pm \sqrt{3}.$$

Toda ecuación igualada a cero está en su forma “Canónica”, y su resultado es “Raíz”; es decir, las raíces de la segunda ecuación son:  $x = \pm 1,73\dots$  Valor que la anula, también llamado discriminante.

### Ecuaciones lineales

El planteo de ecuaciones lineales son por lo general: 1) Relación entre números reales, 2) Relación entre los tiempos de vida o “edades” en determinados individuos, 3) De porcentajes por valoración en términos del número natural 100, 4) Por distribuciones de cantidades entre elementos, entre las más usadas; para los números se requiere la visión del conjunto de los reales, para las edades es vital considerar el tiempo verbal involucrado, en los porcentaje el hecho de las posibles

combinaciones, y en la distribuciones el resto que queda. Recordando que, al existir más de una ecuación, se está en presencia del llamado sistema de ecuaciones.

Un sistema de ecuaciones consiste en varias ecuaciones, cuyo objetivo es encontrar el valor de las incógnitas involucradas, para que un sistema de ecuaciones tenga solución el número de ecuaciones debe ser igual o mayor al número de incógnitas; para su resolución existen varias estrategias, veamos

- a) **Método de adición o sustracción:** Se multiplican las ecuaciones por números que permitan al sumarlas, quede una ecuación con una sola variable a conseguir por despeje, para luego con este resultado encontrar las demás variables.
- b) **Método de la sustitución:** Es cuando se despeja una variable en función de la otra y se sustituye en la relación del sistema para resolver, (casos ya usados desde sección 5).
- c) **Método de igualación:** Es aplicar la sustitución en todas las ecuaciones del sistema y luego por igualación descubrir las variables involucradas.
- d) **Por cambio de variables:** Cuando una variable, generalmente en fracción, potenciada o radicada se “sustituye” para facilitar la solución “previa” del sistema.

Los sistemas de dos incógnitas pueden resolverse gráficamente cuando al dibujar las funciones representadas por las ecuaciones en el plano establecido, se pueden obtener respuestas por las intercepciones entre las gráficas y el eje horizontal, (raíces); entre las regiones que demarcan si son inecuaciones. También existe el método de las matrices cuadradas, llamadas “determinantes”, mediante una secuencia de productos y sumas entre sus valores; incluso por la llamada “Programación Lineal”, cuando el sistema es de suficiente amplitud.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ Determinante de orden dos, cuya resolución es: } D = a.d - b.c$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \text{ Para este ejemplo } D = -30 - (12) = 42.$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \text{ Determinante de orden tres, donde: } D = a.e.i + b.f.g + d.h.c - (c.ef + f.h.a + b.d.i)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 3 \\ 6 & -4 & 5 \end{vmatrix} \text{ Para este ejemplo } D = -30 + 36 - 64 - (-144 - 12 + 40) = 58.$$

Luego la estrategia de resolución de un sistema de ecuaciones por determinantes, llamada la regla de Cramer-McLaurin, establece por formula lo siguiente

Si el sistema es de dos ecuaciones e incógnitas

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array} \right\} \text{ Entonces}$$

El valor de “x” es igual a:  $\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & e \end{vmatrix}} \rightarrow$  la determinante de la variable entre la de los coeficientes.

Y el valor de “y” es igual a:  $\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & e \end{vmatrix}}$  Análogamente.

### Ecuaciones no lineales o potenciadas

Las ecuaciones potenciadas se denominan según el grado mayor involucrado: Cuadráticas para el grado dos, cúbicas de grado tres, y así respectivamente; las ecuaciones de potencia par tienen dos posibles soluciones, donde la ecuación cuadrática en su forma canónica:  $ax^2 + bx + c = 0$ . Tiene por resolución la fórmula,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Sus raíces existirán cuando el valor dentro de la raíz sea mayor o igual a cero; condición matemática necesaria en toda raíz de índice par.

Por supuesto recordemos que también existe la posibilidad de resolver las raíces de una ecuación hecha polinomio, por diferentes técnicas de factorización; como se vio en el tema 8.

### 9.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Calcular el 20% del 15% de 800 Dólares.

**Respuesta:**  $20\% \times 15\% \times 800 = \frac{20}{100} \times \frac{15}{100} \times 800 \rightarrow 0,2 \times 0,15 \times 800 = \mathbf{24 \text{ Dólares}}$ .

b) Una Madre tiene ahora 27 años más que su hijo. Hace 10 años la edad de ella era 10 veces la edad del hijo. Hallar las edades actuales.

**Respuesta:** Entonces se tienen las siguientes ecuaciones, donde la “h” es la edad del hijo y “m” la edad de la madre: Hoy  $M = h + 27$ . Hace 10 años  $M - 10 = 10(h - 10)$ .

Entonces  $h + 17 = 10h - 100 \rightarrow 17 + 100 = 10h - h$ . Luego:  $h = 13$  años. Se concluye que en la actualidad el hijo tiene una edad de **13** y su madre de **40** años.

c) Si a cuatro veces de un entero se le resta 15, se obtiene el triple de ese número más dos, ¿Cuál es el número?

**Respuesta:**  $4z - 15 = 3z + 2$  se obtiene que:  $z = 17$ .

d) Encuentre la expresión de una fracción en donde al sumarle uno al numerador es  $\frac{1}{3}$  y al sumarle uno al denominador es  $\frac{1}{4}$ .

**Respuesta:**  $(N + 1) / D = 1/3$ . Con  $N / (D + 1) = 1/4$ ; de donde se desprende el sistema de ecuaciones  $D = 3N + 3$  Y  $4N = D + 1$ . Luego se puede expresar que:  $4N = 3N + 4$ , obteniéndose la fracción resultante: **4/15**. La cuál confirma las afirmaciones iniciales.

e) En una caja hay 8 monedas que suman \$3, si hay de 0,50 y 0,25, ¿Cuántas hay de cada una?

**Respuesta:**  $A + B = 8$  monedas, y  $0,25A + 0,5B = 3$ . Del sistema de ecuaciones planteado, se desprende que,  $A + (3 - 0,25A) / 0,5 = 8$ .  $\rightarrow A + 6 - 0,5A = 8$ ; de donde se obtiene: **A = 4 y B = 4.**

f) Un número de dos dígitos (ab) cumple: la suma de sus dígitos es igual a 8 y que, si se le suma 18 el resultado es un número que invierte la posición digital, (ba). Halle el número posible

**Respuesta:** Por ensayo y error los números de dos dígitos que cumplen la primera condición son los siguientes: 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71 y 80, de los cuales el único que cumple la siguiente afirmación, es el número 35, que al sumarle 18 da **53.**

g) Una niña le dice a otra, Dame una de tus canicas y tendré el doble de las tuyas; luego esta responde: No dame una tú y tendremos iguales ¿Cuántas canicas tiene cada una?

**Respuesta:** el planteo de ecuaciones lineales queda como:  $A + 1 = 2(B - 1)$  Y  $B + 1 = A - 1$ .

Del sistema se desprende que:  $A + 1 = 2(A - 3) \rightarrow$  **A = 7 y B = 5.**

h) Hace 30 años mi esposa tenía la sexta parte de su edad, luego diga qué edad, tendrá en 4 años

**Respuesta:** El planteamiento es de una sola ecuación,  $L - 30 = L/6 \rightarrow 5L = 180$ . Mi esposa tiene 36 años, y en 4 años tendrá **40 años.**

i) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales  $3x - 4y = x + 6$  Y  $5y - 3x = 2$

**Respuesta:** el sistema queda como: 
$$\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ -3x + 5y = 2 \end{cases}$$

Luego por sustitución se tiene que  $x = 3 + 2y \rightarrow -3(3 + 2y) + 5y = 2$ . Ofrece la ecuación de una sola variable, donde  $-y = 11$ , es decir  $y = -11$ . Y con este valor se tiene que  $x = -19$ .

De otra forma sería con la regla de Cramer en donde

El valor de "x" es igual a  $\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} \rightarrow x = (30 - (-8)) / (10 - 12)$ .  $X = 38 / -2 = -19$

Y el valor de "y" es igual a  $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} / -2$ .  $\rightarrow y = (4 - (-18)) / -2$ .  $Y = 22 / -2 = -11$ .

j) De un paquete de galletas rellenas, la niña mayor saca un tercio, luego su hermana saca otro tercio de las que quedaron y finalmente la niña menor saca otro tercio de las restantes, al revisar el paquete el padre descubre que quedan 8 galletas, ¿Cuántas galletas trae el paquete?

**Respuesta:** La niña mayor saca un tercio y deja  $2/3$  de las galletas, la siguiente niña saca otro tercio de esto que es  $2/9$  y deja:  $2/3 - 2/9 = 4/9$ , de las galletas en el paquete; finalmente la niña menor saca  $4/27$  de galletas, dejando  $8/27$  del total, que es igual a 8; de aquí se desprende que el total original del paquete es de 27 galletas. Confirmando la distribución queda:  $9 + 6 + 4 + 8 = 27$ .

### 9.b) 10 Ejercicios propuestos

- a) El triple de un número más el cuádruple de otro es igual a 10 y el segundo más el cuádruple del primero es 9 ¿Cuáles son estos números?
- b) ¿Qué fracción es igual a  $\frac{1}{2}$ , cuando se suma 2 al numerador, y es igual a  $\frac{1}{8}$  cuando se suma 2 al denominador?
- c) Halla dos números cuya suma es 1, y una de sus diferencias es 7.
- d) Hace 20 años, Mario tuvo la quinta parte de su edad actual. ¿Qué edad tendrá en 8 años?
- e) Manuel tiene el triple de edad de Luisa, que tiene 13 años. ¿Cuántos años pasarán para que la edad de Manuel sea el doble de la edad de Luisa?
- f) La edad de un padre y su hijo suman 35 años, si el padre tuviera 17 años menos y el hijo 8 años más; los dos tendrían la misma edad. Determinar cuántos años tienen el padre y el hijo.
- g) En un salón de clases el número de muchachos es del 80%, si se retiran el 25% de ellos. ¿Qué porcentaje del resto son damas?
- h) Si a un sueldo se le quita el 22%, ¿Qué porcentaje se le debe aplicar para que se iguale?
- i) De una caja de lapiceros una madre entrega la mitad más uno a su hijo mayor y la mitad más uno al hijo menor de lo restante en la caja, si en esta quedan 3 lapiceros ¿Cuántos trae la caja?
- j) Ariadna tiene cinco años más que su hermana Grecia y el producto de sus edades es de ciento cuatro, (104), que edades tienen las hermanas.

**9.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) Una persona gasta el 20% del dinero que tiene, luego el 30% de lo que le queda y por último gasta el 40% del nuevo resto, quedándose con \$3360. ¿Cuánto tenía al principio?**

- a) \$20000    b) \$10000    c) \$5000    d) \$1000    e) \$2000

**2) Un trabajador observa que su salario ha sido descontado en un 20% ¿Cuál debe ser el porcentaje de aumento para que reciba su salario original?**

- a) 10%    b) 15%    c) 25%    d) 20%    e) 30%

**3) Se estima que una máquina experimenta una depreciación de 10% anual. Si al cabo de 4 años su precio es de \$6.561, entonces su costo original es**

- a) \$15.000    b) \$30.000    c) \$10.000    d) \$20.000    e) Ninguna

**4) Hace dos años Marta le dijo a su sobrina: Dentro de cinco años la relación de nuestras edades será 23 y 7. Calcule las edades actuales, en estas familiares, si se llevan entre sí 16 años.**

- a) 16 y 32    b) 20 y 4    c) 11 y 37    d) 19 y 5    e) Ninguna

**5) Israel tuvo su hijo a los 23 años, si actualmente su edad es el doble de la de su hijo. ¿Cuál es la diferencia de sus edades, luego de 10 años?** a) 24    b) 21    c) 22    d) 27    e) 23.

**6) Después de 15 años, la edad del niño Daniel será el quíntuplo de la edad que tenía hace 5 años. ¿Qué edad tiene ahora?** a) 10    b) 20    c) 23    d) 31    e) Ninguna

**7) Un comerciante aumenta el precio de un producto en 20% Luego rebaja este precio en un 10% y después lo incrementa en un 40%, decidiendo finalmente rebajarlo en un 20% para su venta ¿Qué porcentaje ganó?** a) 15%    b) 23,2%    c) 20%    d) 20,96%    e) 22%

**8) Al vender un vehículo en \$5.900 se ganó el 18% del costo. ¿Cuánto costó el vehículo?**

- a) 5.000    b) 10.000    c) 7.200    d) 6.500    e) 4.000

**9) De una bolsa de caramelos un niño toma la cuarta parte y luego su primo toma otra cuarta parte de lo que queda, si de inicio la bolsa tiene 80 caramelos. ¿Cuántos quedan?**

- a) 45    b) 10    c) 60    d) 35    e) 40

**10) Hace 20 años tenía la mitad de la edad que tendré luego de 16 años. ¿Cuál es la edad actual?**

- a) 56    b) 21    c) 24    d) 32    e) Ninguna

- 11) La suma de las edades de 2 adultos es 110, si las edades están en una relación 3 veces, luego de proyectar 13 años. ¿Qué edad tendrá el mayor? a) 90 b) 80 c) 36 d) 35 e) 89
- 12) El padre cumple 51 años y el hijo 24. ¿Dentro de cuántos años el padre tendrá el doble de la edad, de su hijo? a) 3 b) 6 c) 4 d) 5 e) 7
- 13) He comprado 5 latas de refresco y 4 botellas de agua por 6,40 dólares. Luego, con los mismos precios, compro 4 latas de refrescos y 6 botellas de agua por 6,20 dólares. Hallar los precios individuales. a) 0,6 y 0,5 b) 0,8 y 0,6 c) 0,7 ambos d) 4/7 y 2/7 e) Ninguno
- 14) Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Dispone de 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada una? a) 26/24 b) 10/40 c) 37/13 d) 20/30 e) 33/17
- 15) En un corral hay conejos y gallos que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos. a) 35 b) 24 c) 41 d) 27 e) 37
- 16) Dos amigos encuentran 8 monedas de 5 y 50 centavos, al sumar lo encontrado da \$1.3 ¿Cuántas monedas hay de cada clase? a) 5 y 3 b) 2 y 6 c) 1 y 7 d) 4 y 4 e) 3 y 6
- 17) El cociente de una división es 3 y el resto es de 5. Si el divisor disminuye en 2 unidades, el cociente aumenta en 1 y el resto nuevo es 1. Hallar el numerador.  
a) 43 b) 34 c) 41 d) 52 e) 12
- 18) La suma de los dos dígitos de un número, es 9. Si al número se le suma 9, el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso. Hallar el número.  
a) 81 b) 36 c) 63 d) 54 e) 45
- 19) Dos amigos recogieron guayabas y uno dijo: “Si tú me das una, yo tendré el triple que tú”. El otro respondió: “Si tú me das dos frutas, tendremos iguales. ¿Cuántas guayabas tienen cada uno? a) 4 y 6 b) 2 y 4 c) 5 y 7 d) 2 y 3 e) 4 y 8
- 20) La suma de las edades de tres hermanas es de 32 años, si la mayor es la suma de las edades de sus hermanas y la menor tiene 2 años menos que la del medio, ¿Qué edad tiene la hermana mayor? a) 16 b) 17 c) 14 d) Ninguna e) 12

21) Si  $x + 2y = a$ ;  $Y x - 2y = b$ , ¿El valor del producto  $(x.y)$  Es?

- a)  $\frac{a+b}{2}$     b)  $\frac{a-b}{2}$     c)  $\frac{a^2-b^2}{8}$     d)  $a \cdot b$     e) Ninguna de estas

22) Una sustancia de 10 litros contiene 30% de un ácido, cuantos litros de ácido deben agregarse para que la concentración sea del 50%. a) 6    b) 7    c) 4    d) 0    e) 2

23) La base de un rectángulo es tres cm menos que cuatro veces su altura, si su perímetro es de 19 centímetros, ¿Cuál es su altura? a) 1/6    b) 3/7    c) 5/2    d) Ninguna    e) 10/3.

24) Hallar las posibles soluciones de la variable "y" del sistema:  $x^2 - 6y = 2$ , e  $x - 3y = -1$ .

- a)  $\pm \sqrt{3}$ .    b)  $\pm \sqrt{1/3}$ .    c) 1 y - 3/4    d) Ninguna    e) 2 y 1.

25) La inecuación:  $3 < 4x + 7 \leq 15$ , tiene por solución el intervalo

- a) [1; -2]    b) (1; 2)    c) [-1; -2]    d) (-1; 2]    e) Ninguna

26) Resuelva la siguiente ecuación:  $3x^2 - x^2 - 4 = 46$  y ¿Diga que valores dan solución?

- a) 5 y -5    b)  $\pm 4$     c)  $\pm 3$     d) Ninguna    e) 5 y 6

27) Si  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , ¿Entonces el mayor valor de  $3x + 2$  es?

- a) 5    b) 9    c) 12    d) 11    e) 8

28) Un empresario ha tenido el siguiente resultado en ventas: gana un 20%, luego pierde un 10%, después gana un 40% y finalmente pierde un 20%. Calcule que porcentaje obtuvo, en definitiva. a) 25%    b) 20,96%    c) 21%    d) 21,86%    e) 28%

29) La suma de tres números enteros consecutivos es de 156, ¿Cuáles son estos números?

- a) 52, 53 y 54    b) 49, 50 y 51    c) 50, 51 y 52    d) Ninguna    e) 51, 52 y 53

30) Veinticinco panecillos dulces cuestan, tantos dólares, como panecillos se pueden comprar con un dólar ¿Cuántos céntimos cuestan cada panecillo?

- a) 5    b) 10    c) 20    d) 25    e) 15

31) Al producir "n" unidades de muebles, cada uno tiene en materiales \$15, con gastos de producción en "q" ¿Qué expresión representa el costo unitario?

- a)  $q \cdot n + 15$     b)  $n/q + 15$     c)  $15 - q/n$     d)  $q/n - 15$     e)  $15 + q/n$ .

32) Un hotel de 3 pisos tiene 62 habitaciones, en el 2do piso hay 8 habitaciones más que en el primero, y en el tercero solo hay 10 habitaciones ¿Cómo se distribuyen los cuartos en los dos primeros pisos? a) 23 y 29 b) 31 y 21 c) 20 y 32 d) 22 y 30 e) 35 y 17.

33) Un almacenista tiene 480 reglas. Suministra  $\frac{3}{8}$  de las reglas a la división X,  $\frac{1}{4}$  a la división Y, y  $\frac{1}{6}$  a la división Z ¿Cuántas le quedan? a) 120 b) 108 c) 200 d) 100 e) 150.

34) Cuatro veces un número es igual al número aumentado en 15. Hallar el número.

a) 11 b) 5 c) 10 d) 8 e) 3.

35) Un número natural al cuadrado, es igual a ese número más 2, Calcule el número.

a) 1 b) 2 c) 3 d) -2 e) 4.

36) Mario tiene tres veces el número de toronjas que tiene Juan, y entre los dos tienen 36 ¿Cuántas naranjas tiene cada uno? a) 10 y 26 b) 11 y 25 c) 9 y 28 d) 27 y 9.

37) Hallar dos números que sumados den 121 y restados den 43.

a) 82 y 40 b) 39 y 83 c) 80 y 41 d) 39 y 82 e) 80 y 37.

38) Tres personas A, B y C reciben \$3.500, B recibe el triple de A; y C el duplo de lo que recibe B. ¿Cuánto recibe "A"? a) 350 b) 400 c) 300 d) 200 e) 100.

39) Un Bus extraurbano viaja de una ciudad a otra con retorno, en dos horas. Si el viaje de ida demora 10 minutos más que el regreso. ¿Cuántos minutos demora cada viaje?

a) 55 y 60 b) 65 y 55 c) 65 y 40 d) 55 y 75

40) En una clase de 37 Bachilleres, hay 7 Varones menos que hembras. ¿Cuántos varones hay?

a) 16 b) 20 c) 15 d) 18 e) 12.

41) El producto de las edades de dos hermanos es 135, si uno le lleva seis años al otro, exprese la ecuación cuadrática planteada, en función del hermano mayor.

a)  $x^2 + 6x - 135 = 0$  b)  $x^2 - 6x + 135 = 0$  c)  $-x^2 + 6x - 135 = 0$  d)  $x^2 - 6x - 135 = 0$ .

42) Una empresa ganó \$30.000 en tres años. En el segundo año ganó el doble del primero y en el tercer año ganó, los dos años anteriores juntos. ¿Cuál fue la ganancia del primer año?

a) 5.000 b) 5.500 c) 6.500 d) 4.500 e) 6.000.

**43) Hay cuatro números cuya suma es 90. El segundo número es el doble del primero, el tercero es el doble del segundo y el cuarto es el doble del tercero. ¿Cuál es el mayor?**

- a) 55    b) 50    c) 48    d) 42    e) 45.

**44) Un Caballo con su silla de montar valen \$1.100, si el caballo vale \$300 más que la silla, ¿Cuánto vale el Caballo?**    a) \$600    b) \$650    c) \$450    d) \$700    e) \$750.

**45) Dos amigos recogen mangos de un árbol, uno le dice al otro: dame uno y tendré el cuadruple de mangos que tú, el otro responde: mejor dame dos de los tuyos y tendremos iguales ¿Cuántos mangos son en total?**    a) 10    b) 12    c) 13    d) 9    e) 15.

**46) El doble de las horas que han transcurrido de un día, a una hora dada, es igual a cuatro veces las que queda faltan ¿Qué hora es?**    a) 13    b) 12    c) 14    d) 16    e) 15.

**47) Un poste tiene  $\frac{1}{3}$  de su longitud pintado de verde;  $\frac{1}{6}$  pintado de blanco y  $\frac{1}{4}$  de negro, si le quedan 0,64 metros enterrado ¿Cuál es su longitud total?**

- a) 5,5 mts.    b) 2,5 mts.    c) 4,8 mts.    d) 2,46 mts.    e) 2,56 mts.

**48) Compre libros en una feria: A dos por \$5, con venta en \$8, si gano en total \$21 ¿Cuántos libros vendí?**    a) 14    b) 12    c) 13    d) 11    e) 10.

**49) ¿Qué número dividido por 50 da el 3,6%?**    a) 1,0    b) 1,2    c) 1,8    d) 1,9    e) 1,5.

**50) Un obrero recibe un aumento del 25% en su sueldo. Para recibir lo anterior, ¿Qué porcentaje hay que descontarle?**    a) 25%    b) 23%    c) 22%    d) 20%    e) 18,5%.

## 10) PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

La estadística es la ciencia de recolectar datos de una serie de fenómenos controlados, expresarlos debidamente para su interpretación y utilidad, para luego obtener conclusiones e inferencias con margen de validez; la estadística es descriptiva cuando solo expresa los datos de inferencia, donde a partir de una “muestra” se concluye sobre una “población”. La representación de datos va desde una simple tabla, “Tabulación de datos” hasta gráficos, diagramas y pictogramas; el primer valor estadístico conocido es el promedio simple o media aritmética.

El promedio simple o media aritmética es un valor central de una serie de cantidades contables; es la sumatoria de las cantidades entre el número de estas, denotado con la letra “n”; es decir supongamos se tienen 4 valores de masa de un producto, entonces la media llamada simple, es y se denota como:  $\bar{X} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{n}$ . Será así siempre y cuando cada valor tenga el mismo “peso” o represente igual probabilidad de ocurrencia; cuando los valores tienen diferente participación en la distribución de datos se habla entonces del promedio ponderado, caso particular las notas en las diferentes asignaturas universitarias.

La media geométrica es un valor que se obtiene con la fórmula:  $\bar{X}_g = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 \dots a_n}$  en donde los valores se multiplican para luego sacarle la raíz “n-esima”, o sea de índice el número de datos. La media geométrica es diferente de la llamada media o valor central de una distribución dada; aquí debe ordenarse los datos para poder ubicar el valor medio o intermedio.

Esta diferencia no excluye el hecho de que para determinadas distribuciones la media y la media geométrica coincidan; otro valor usado en el mundo estadístico es la “Moda” como valor más común, que más se repite en la distribución u ocurrencia dada, luego la estadística entra al mundo de la combinatoria, en cálculos de los posibles “arreglos” en orden o nó, de un determinado grupo de elementos.

**Combinaciones y Variaciones:** Una combinación, son las posibilidades en que se pueden agrupar “k” elementos de “n” valores conocidos, sin que afecte el orden o posición del arreglo o agrupación; esto es  $C = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  Donde “n factorial” denotado con n! es el producto de todos los valores naturales dados; es decir la factorial del número 4 es:  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ .

Luego, las llamadas Variaciones son arreglos en donde el orden de los grupos los diferencia de tal forma que aumentan las posibilidades, la fórmula de una variación es:  $V = \frac{n!}{(n-k)!}$  Cuando en una variación los conjuntos para agrupar involucran a todos los elementos, se asume que el valor de la diferencia:  $(n - k)!$  es la unidad, entonces a este tipo particular de variación, se le llama “Permutación” queda como:  $P = n!$ . De tal forma que la habilidad a desarrollar en el estudiante es el trabajo de descubrir por el enunciado de la situación, si el problema que se le plantea es una combinación, variación o permutación.

El mundo estadístico entra ahora en su aplicación más importante: la “Probabilidad” como el cálculo de posibles resultados a esperar ante un fenómeno conocido. La probabilidad mide la frecuencia, generalmente expresada en porcentajes, con la que se obtienen resultados de un experimento aleatorio controlado, (se conocen los resultados posibles), en condiciones asumidas como estables. Por ejemplo ¿Cuál es la probabilidad de que salga el naipe “As de Espada” de un mazo de 40 cartas?  $P = \frac{1}{40} \rightarrow P = 0,025$  ó 2,5%. Otro ejemplo ¿Qué probabilidad hay de sacar una metra roja de una funda que contiene 4 metras rojas y tres verdes?

Esto es:  $P = 4/7 = 0,571$  o 57,14%.

Ahora la probabilidad puede componerse cuando los eventos son combinados, cuando son continuados con reposición o no. Por ejemplo, de tres monedas en la mano ¿Qué posibilidad existe de que al lanzarlas las tres, estén caigan de cara? La probabilidad individual es de  $1/2 = 50\%$ , luego la combinación de esta triple probabilidad es de que:  $P = (1/2)(1/2).(1/2)$  o  $(1/2)^3 = 1/8$ . Probabilidad de un 12,5%.

El mundo de las probabilidades es muy amplio, con aplicaciones en todo ámbito profesional, desde estimados o valores esperados simples hasta combinaciones de eventos con distribuciones de frecuencias posibles; las distribuciones son gráficas de posibilidad de ocurrencia ya estandarizadas de uso tabular. Para el nivel preuniversitario solo conoceremos algunas probabilidades, las definiciones que marcan los diferentes promedios de datos conocidos de las posibles “combinaciones”, de ocurrencia de determinados eventos controlados.

### 10.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Ejemplo: encontrar la media aritmética de los valores: 8; 6; 5; 7; 8; 8; 5; 9

**Respuesta:**  $\bar{X} = \frac{5 + 5 + 6 + 7 + 8 + 8 + 8 + 9}{8} = 7$ . Es la media aritmética o promedio simple.

b) Del ejercicio anterior encuentre la Mediana o valor intermedio y diga cuál es la Moda.

**Respuesta:** ordenando los valores se tiene: 5; 5; 6; 7; 8; 8; 8; 9. La mediana está entre el 7 y el 8; la mediana es el número 7,5. Luego la moda o elemento más repetido, es el número 8.

c) Calcular la media geométrica de los siguientes valores: 1; 3; 9; 4.

**Respuesta:** usando la fórmula de media geométrica se tiene:  $\overline{Xg} = \sqrt[4]{1 * 3 * 9 * 4} = \sqrt[4]{108} \sim 3,21$

d) Encuentre las posibles combinaciones de tres letras de las siguientes: A; C; E; X.

**Respuesta:** Se requiere saber las combinaciones posibles en grupos de tres de un total de cuatro, sin considerar el orden interno, esto es:  $C = \frac{n!}{k!(n-k)!} \rightarrow C = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(3 \times 2 \times 1) \cdot 1} = 4$  combinaciones posibles son: A, C y E. A, C y X. A, E, X. Y C, E, X.

e) Calcular los números de 2 dígitos diferentes, que se pueden generar con los números 1, 2, y 3.

**Respuesta:** al intercambiar la posición de los dígitos de un número, éste se hace diferente; es decir estamos en presencia de una variación:  $V = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{1 \times 2 \times 3}{1} = 6$  Números diferentes.

f) Encuentre de que maneras se pueden expresar o arreglar las letras: a, b y c.

**Respuesta:** referido al orden interno posible de las tres letras, es una permutación, esto es  $P = 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ . Posibles grupos: (a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b) y (c, b, a)

g) En una caja hay 10 tacos de madera blancos, 8 verdes y 6 azules, ¿Que probabilidad existe de al azar extraer un taco azul?

**Respuesta:** Hay 6 azules de un total de 24, entonces esta probabilidad es:  $P = 6/24 = 25\%$ .

h) Del ejercicio anterior considere ¿Qué posibilidad hay de extraer otro taco azul sin reponer uno que se haya sacado previamente?

**Respuesta:** ahora el total es de 23, quedando 5 tacos azules, luego la probabilidad de extracción de este segundo evento, es diferente y queda como:  $P = 5/23 = 0,21739\dots$  (21,74)%. Luego la probabilidad de extraer dos tacos azules de la caja original, queda como el producto de estas probabilidades, con resultado del **5,435%**.

i) Encuentre la probabilidad de sacar dos reyes seguidos de un mazo de cartas de 40

**Respuesta:** la probabilidad de que la primera carta sea un Rey es  $P_1 = 4/40 = 10\%$ . Luego que la segunda sea otro Rey sin “reponer” el primero es:  $P_2 = 3/39 = 1/13$ . Entonces la probabilidad buscada es de  $P = P_1 \cdot P_2 = 12/1.560 = 1/130$ . Valor de **0,0076 ó 0,77%**.

j) ¿Que probabilidad hay de al lanzar dos dados de casino, la suma de sus caras sea siete?

**Respuesta:** primero se debe sacar la posibilidad o combinación de que la suma de siete, esto es, para dos dados: 1 + 6, 2 + 5, 3 + 4, 4 + 3, 5 + 2 y 6 + 1. O sea la probabilidad en dos dados de un número individual es de 1/36 y la combinatoria es de seis posibilidades; entonces esta probabilidad es de 6/36, la posibilidad es de 1/6.  $P = 16,67\%$

### 10.b) 10 Ejercicios propuestos

a) En un salón de clase un estudiante obtiene las notas: 10, 9, 8, 2, 7 y 6. ¿Cuál es su promedio?

b) Cual es la media aritmética, la mediana y la media geométrica de los primeros cinco números de la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5.

- c) ¿Cuántos números de tres dígitos diferentes, se construyen con los primeros cinco números naturales?
- d) ¿De qué forma se pueden “Combinar” cuatro letras?
- e) Que probabilidad hay de sacar dos ases de un mazo de 40 cartas con reposición.
- f) De ejercicio anterior, que probabilidad hay de sacar dos “ases” seguidos; es decir sin reposición.
- g) En una ruleta estándar hay 18 casillas rojas, 18 casillas negras y dos verdes, ¿Qué probabilidad existe de que la bola caiga dos veces seguida en casilla roja?
- h) En una funda se tienen tres canicas: una verde y dos azules, ¿Qué probabilidad hay de? al sacar dos canicas sin reposición, éstas sean azules.
- i) Del ejercicio anterior, considere la probabilidad de sacar dos veces una canica verde, si es con reposición en la funda.
- j) Para salir a una avenida hay que cruzar dos semáforos, si el primero está en verde 30 segundos de cada 50, y el siguiente semáforo está, en verde 30 de cada 90 segundos. ¿Qué probabilidad hay de pasar sin esperar?

### **10.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) ¿Cuál es la moda y el promedio simple de los siguientes datos: 2; 3; 4; 4; 5; 6?**

- a) 4    b) 3,5    c) 4,5    d) 2,5    e) Ninguna

**2) ¿Cuál es la media aritmética o promedio simple de los valores: 5, 6, 7, 8, 10, y 20**

- a)  $23/3$     b) 9    c) 9,5    d) 8    e) 7,5

**3) Cual es la media geométrica de los valores: 2,5; 8 y 50.** a) 9    b) 10    c) 9    d) 7    e) 6

**4) En una funda hay 15 pelotitas rojas, 6 blancas y 7 azules, ¿Qué posibilidad hay de extraer una roja?** a)  $15/26$     b)  $13/28$     c)  $15/28$     d) 0,50    e)  $15/22$

**5) Del ejercicio anterior que probabilidad hay de extraer dos pelotitas rojas seguidas.**

- a)  $5/18$     b)  $1/3$     c) 0,35    d) 0,08    e) Ninguna

**6) Si se arrojan al piso dos monedas de 5 centavos, calcule la probabilidad de que, ambas caigan en sello.** a) 0,50    b) 0,25    c) 0,125    d)  $1/3$     e) 0,20

**7) ¿Qué probabilidad hay de sacar una carta número 10 de un juego de naipes de 52 cartas?**

- a) 0,04    b)  $10/52$     c)  $1/52$     d)  $4/50$     e)  $1/13$

**8) Del ejercicio anterior que probabilidad habrá de sacar otra carta número 10 seguida; es decir sin reponer la primera.** a)  $1/200$     b)  $1/9$     c) 0,5%    d) 0,45%    e)  $2/220$

**9) En un Cyber-Café se ofrecen 8 tipos de pastelitos con 3 posibles bebidas, ¿Cuántos menús, pastelito con bebida, se pueden ofrecer?** a) 23    b) 32    c) 24    d) 12    e) 18

**10) Cuantas ensaladas de tres ingredientes se pueden preparar con: cebolla, tomate, lechuga, aguacate y repollo.** a) 10    b) 20    c) 30    d) 12    e) Ninguna

**11) De la situación anterior, cuantas ensaladas de cuatro ingredientes se pueden preparar si se agrega la mayonesa como posibilidad de mezcla.** a) 13    b) 15    c) 12    d) 30    e) 24

**12) Con siete franjas de colores diferentes, cuantas banderas de señales se pueden formar si cada una tiene tres franjas.** a) 30    b) 35    c) 220    d) 200    e) 210

- 13) Al lanzar un par de dados, cual es la probabilidad que la suma de sus caras de arriba, sea de seis. a)  $5/36$  b)  $1/6$  c) 14% d) 20% e)  $7/36$
- 14) Un estudiante obtiene las siguientes notas en tres materias de diferentes "créditos", en matemática de 4 créditos obtiene 5, en inglés de 2 créditos obtiene 7 y en laboratorio de un crédito saca 8. ¿Cuál es su promedio ponderado? a)  $43/7$  b) 5,33 c) 7 d) 6 e) 6,333
- 15) Al lanzar un par de dados, cual es la probabilidad que la suma de sus caras sea de cinco. a)  $1/18$  b)  $1/6$  c)  $1/10$  d) Ninguna e)  $1/9$
- 16) Cuantos números de cuatro dígitos, diferentes se forman con los números: 1, 2, 4, 6, y 0. a) 130 b) 135 c) 120 d) 20 e) 210
- 17) En un reloj de agujas, que denota una vuelta con 60 minutos y 12 horas, el ciclo ¿Qué probabilidad existe de que, al observarlo, el segundero esté entre las doce y las dos? a)  $11/60$  b)  $1/6$  c) 20% d) 25% e) 21%
- 18) En nuestro planeta se colocan 24 líneas verticales de longitud y 11 líneas horizontales de la latitud, ¿Qué probabilidad existe de tocar un sector formado por 12 de estos cuadrantes? a) 5% b) 4,54% c) 10% d)  $1/11$  e)  $2/24$
- 19) En un mazo de cartas españolas, (de 40 Naipes) ¿Qué probabilidad hay de sacar dos figuras: ¿Sota, Caballo o Rey, seguidas? (sin reposición). a)  $2/65$  b) 35% c) 20% d)  $11/130$  e) Ninguna
- 20) Rehacer el problema anterior si el mazo es de 52 cartas con la misma cantidad de figuras. a) 4,98% b) 5% c) 2% d)  $11/220$  e) Ninguna
- 21) En un a clase de Literatura existen 8 mujeres, 5 adolescentes y 10 hombres. Si elegimos un integrante al azar ¿Cuál es la probabilidad en porcentaje de escoger un hombre? a) 40,98% b) 43,48% c) 44% d) 43% e) 42,5%
- 22) Al lanzar dos dados de casino, ¿Que probabilidad hay? Que el número de un dado sea mayor al del otro a)  $1/6$  b)  $5/12$  c)  $1/3$  d)  $1/2$  e)  $1/4$

**23) En una universidad, se realizará un campeonato de fútbol con seis equipos. Si jugaran todos contra todos en la primera ronda, ¿Cuántos partidos deberán programarse aquí?**

- a) 15    b) 12    c) 16    d) 8    e) 14

**24) Un entrenador de básquet dispone de 12 jugadores, aptos para toda posición ¿Cuántos diferentes equipos de 5 jugadores pueden armar?** a) 220    b) 560    c) 792    d) 950    e) 408.

**25) Seis personas, entre ellas Linda y Rosita, van a sentarse a una mesa redonda, de tal forma que “ellas queden juntas ¿De cuantas formas es posible ordenarlas alrededor de la mesa?**

- a) 12    b) 22    c) 36    d) 48    e) 24

**26) En un aula de clase existen cinco ventanas que pueden estar abiertas (A) o cerradas (C) ¿Cuántas posiciones distintas pueden tener las ventanas?** a) 5    b) 10    c) 22    d) 20    e) 32

**27) En 20 personas hay 6 con camiseta azul, 8 con camiseta roja, 2 con camiseta negra y el resto las tienen blanca ¿Qué probabilidad hay de elegir a una persona con camiseta blanca?**

- a) 1/10    b) 1/6    c) 3/10    d) 2/6    e) 1/5

**28) Una funda contiene 6 bolas negras, 6 blancas y 12 azules ¿Determine la probabilidad de que al extraer dos, éstas sean blancas?** a) 1/4    b) 1/5    c) 5/92    d) 1/23    e) 1/36

**29) Al lanzar una pieza de 8 caras numeradas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo impar?** a) 1/8    b) 1/4    c) 3/8    d) 1/2    e) 0,66...

**30) A una reunión asisten 20 personas, al finalizar la misma, todas se despiden con un apretón de manos ¿Cuántos apretones se darán entre los asistentes?**

- a) 190    b) 180    c) 230    d) 280    e) Ninguna.

**31) En una cesta hay 120 bolas blancas y negras, el número de blancas es el triple de las negras. ¿Qué probabilidad hay, de sacar una bola blanca?** a) 75%    b) 80%    c) 50%    d) 33%.

**32) En una escuela para pasar de año, se debe tener un promedio mayor igual a 9 puntos. Si Ariadna tiene por notas: 10; 7,5; 12,5; 14; de un total de 5 asignaturas, ¿Cuál debe ser esta nota, para aprobar el año?** a) 4    b) 1,5    c) 1    d) 2    e) 4,5.

**33) En un restaurante hay tres tipos de sopas, cuatro tipos de guisados, tres tipos de ensaladas y cuatro formas de postre ¿Cuántos menús se pueden elaborar?**

- a) 150    b) 144    c) 120    d) 100    e) 136.

**34) En una “Tasca” trabajan 32 personas. De estos 16 bailan, 12 cantan y bailan, y 25 cantan. ¿Cuántos no canta ni bailan?** a) 2    b) 3    c) 4    d) 5    e) 1.

**35) Al lanzar un par de dados, ¿Cuál es la probabilidad que la suma de sus caras, sea de 4?**

- a) 1/6    b) 1/12    c) 1/10    d) 1/5    e) 1/8.

**36) Cuantos números de tres dígitos diferentes, se forman con los números: 0, 1, 3, 5, y 7.**

- a) 60    b) 35    c) 30    d) 20    e) 21.

**37) En un mazo de cartas españolas, ¿Qué probabilidad hay de sacar tres figuras: ¿Sota, Caballo y Rey, seguidas; es decir sin reposición?**

- a) 1,5%    b) 2,0%    c) 2,23%    d) 2,6%    e) 2,5%.

**38) Rehacer el problema anterior si el mazo es de 52 cartas con la misma cantidad de figuras y siempre hay reposición de la carta sacada.**

- a) 1,23%    b) 1,25%    c) 2%    d) 3%    e) 1,5%.

**39) ¿Cuál es el promedio ponderado de las siguientes notas universitarias, en los siguientes créditos por asignatura? 5 (3); 7(2); 9(2) y 7(3)**

- a) 7,0    b) 8,0    c) 6,0    d) 6,8    e) 7,2.

**40) ¿Cuál es el promedio simple de: 15, 16, 8, 10, y 11?** a) 13    b) 11    c) 10    d) 12    e) 9.

**41) En un salón de clases de décimo año hay 16 jóvenes, ¿Cuántos grupos de 4 personas se pueden formar?** a) 4    b) 1.000    c) 32    d) 1.820    e) 1.600.

**42) Al lanzar tres dados de casino, ¿Que probabilidad hay en porcentaje? Que la suma de sus caras de encima de 4.** a) 1%    b) 3%    c) 1,39%    d) 1,25%    e) 1,44%.

**43) En una universidad, se realizará un campeonato de Voleibol con cinco equipos femeninos. Para un “todos contra todos”, inicial ¿Cuántos juegos son?**

- a) 12    b) 10    c) 11    d) 9    e) 25.

**44) Una cuadrilla de trabajadores de la limpieza, se compone de 6 obreros, ¿De cuantas formas se pueden barajar entre ellos determinadas calles a limpiar?**

- a) 120      b) 720      c) 24      d) 122      e) 250.

**45) En una cesta de mesa hay 10 naranjas, 7 manzanas verdes, 8 guineos y 5 aguacates, ¿Qué probabilidad hay de sacar dos naranjas seguidas?**

- a) 10,3%      b) 0,1      c) 0,2      d) 0,11      e) 15,5%.

**46) Se tiene cinco franjas de tela en colores llanos diferentes, ¿Cuántas banderas de tres franjas se pueden construir?**

- a) 25      b) 33      c) 40      d) 32      e) 60.

**47) En cuatro mazos de cartas de 52 barajas juntos, ¿Qué fracción representa la probabilidad de extraer una carta siete?**

- a)  $1/12$       b)  $1/11$       c)  $1/14$       d)  $1/15$       e)  $1/16$ .

**48) En una mesa para lanzar dos dados de casino, ¿Qué probabilidad porcentual hay en sacar nueve en la suma de sus caras?**

- a) 11%      b) 10%      c) 10,11%      d) 11,11%      e) 9%.

**49) En el alfabeto de la real academia española hay 29 letras, ¿Cuántas combinaciones se pueden realizar de dos letras diferentes?**

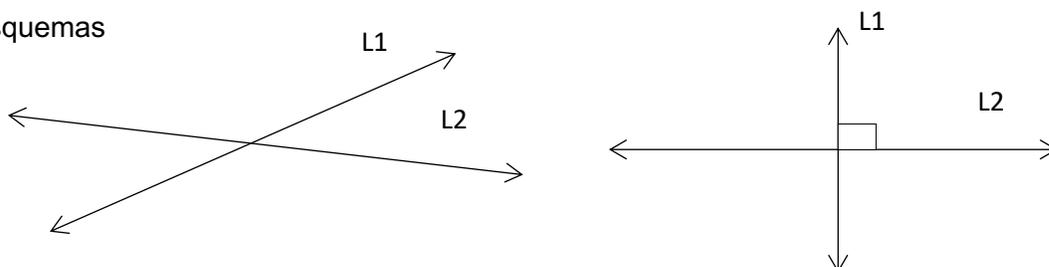
- a) 812      b) 813      c) 804      d) 832      e) 830.

**50) En el closet de un artista hay: 3 pantalones, 3 corbatas, 6 camisas y 5 zapatos diferentes, ¿Cuántas combinaciones puede realizar al vestirse con estas cuatro piezas?**

- a) 250      b) 330      c) 400      d) 270      e) 260.

## 11) GEOMETRÍA PLANA

Iniciando con el punto en el plano, como unidad básica elemental definida como “Elemento geométrico que ocupa un lugar sin tener dimensiones”; todo punto se denota con letra mayúscula. Luego una sucesión infinita de puntos en una dirección fija, llamados colineales forma la recta que es el elemento primario de toda gráfica, las rectas se denotan por la letra “L” y su fórmula corresponde como un binomio de grado uno. Las rectas serán paralelas entre sí cuando no se interceptan y se llaman secantes cuando se cortan, el corte particular a  $90^\circ$  se llama perpendicular, veamos los esquemas

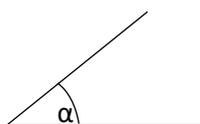


Los llamados segmentos de rectas, son partes finitas de una recta, de tal forma que entre dos segmentos que inician desde un punto común llamado vértice existe el denominado “Ángulo”, denotado con letra del alfabeto griego antiguo. Los ángulos se relacionan con el giro de una circunferencia en sentido anti-horario en una unidad a-dimensional conocida como “Radian”, de tal forma que una vuelta completa es dos “PI” radianes ( $2\pi$ ), equivalente a  $360^\circ$ ; entonces un radian se aproxima a  $57,3^\circ$

## ÁNGULOS

Los ángulos se llaman Agudos cuando son menores de los  $90^\circ$ , Recto con este valor; y Obtusos cuando son mayores a este valor y Llano cuando son de  $180^\circ$ . Dos ángulos cuya suma sea  $90^\circ$  se llaman “Complementarios”, cuando la suma de  $180^\circ$  se denomina “Suplementarios”. El ángulo Nulo es similar al ángulo de  $360^\circ$ , pues indican la misma dirección, se denominan “Congruentes”.

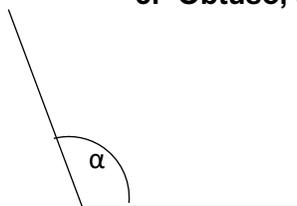
1. Agudo,  $< 90^\circ$



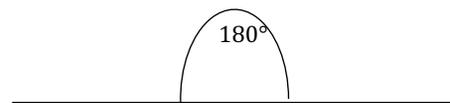
2. Recto,  $= 90^\circ$



3.- Obtuso,  $> 90^\circ$

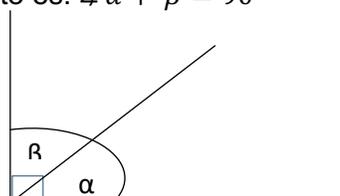


4. Llano,  $= 180^\circ$ .



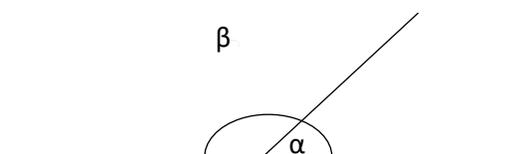
5. Ángulos Complementarios

Esto es:  $\sphericalangle \alpha + \beta = 90^\circ$



6. Ángulos Suplementarios.

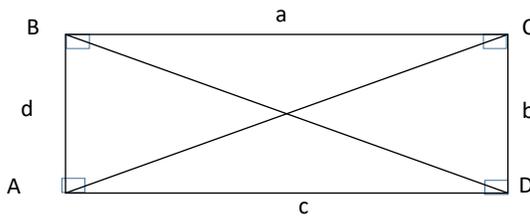
Esto es:  $\sphericalangle \alpha + \beta = 180^\circ$



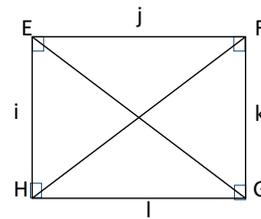
El tema de los ángulos agrega que: los ángulos opuestos en dos rectas que se interceptan son iguales; y todo ángulo medido en sentido antihorario a partir de la horizontal se llama de elevación y en sentido horario, se llama de depresión. Un ejemplo clásico de ángulos los vemos en los que se forman entre las manecillas de todo reloj de agujas.

## CUADRILÁTEROS

El Rectángulo es un cuadrilátero, o polígono regular de cuatro lados, tal que entre cada lado hay ángulos rectos, el cuadrado es un tipo de rectángulo en donde sus lados son iguales. La superficie o área de un rectángulo es igual a base por altura, o el producto de los lados no paralelos, ( $A = B.H$ ), el perímetro o recorrido por las aristas: 2 bases más 2 alturas, ( $P = 2b + 2h$ ). Las rectas que atraviesan la figura se llaman diagonales. Estas son las hipotenusas de triángulos rectángulos repetidos que "Forman" el cuadrilátero; en todo cuadrado de lado "a", la diagonal es:  $D = a.\sqrt{2}$ .

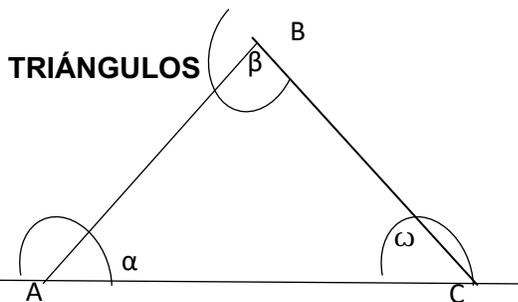


Rectángulo ABCD de área,  $A = d.c = b.a$   
 Perímetro,  $P = 2d + 2a = 2d + 2b$  ó  $= a + b + c + d$ .



Cuadrado EFGH de área,  $A = i^2 = j^2$   
 Perímetro,  $P = i + j + k + l = 4i$ .

Los cuadriláteros de lados diferentes se denominan **Convexos**, cuando son trapezoides, que a la vez se dividen en trapezios tipo: isósceles, rectángulo, escaleno y cruzado; luego son cuadriláteros **Cóncavos**, cuando poseen un ángulo interno superior a los  $180^\circ$ .



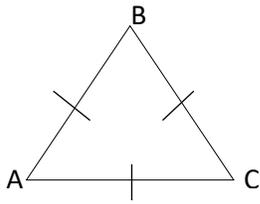
## TRIÁNGULOS

El triángulo es la figura geométrica formada por tres segmentos no colineales, como en la figura representada por los puntos vértices: A, B y C, de al lado. Donde se observan los ángulos "internos" del triángulo:  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\omega$  con sus respectivos ángulos suplementarios, "externos".

Los triángulos se clasifican de diferentes formas: por sus lados, por sus ángulos internos y por las líneas que parten de sus vértices, o de la mitad de estas distancias; de hecho es sabido que el estudio de los diferentes triángulos es lo que apertura el mundo de la geometría en sus primeros postulados, veamos algunos tipos

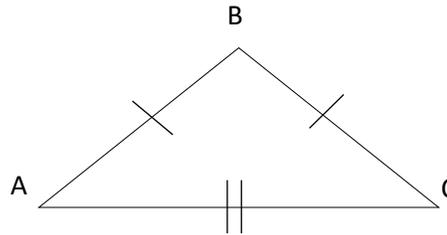
### 1. Equilátero o Equiángulo

Lados y ángulos iguales



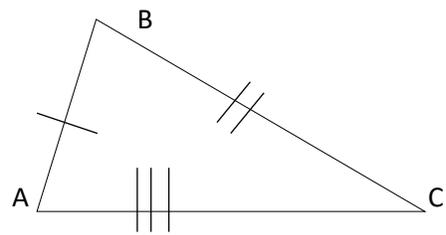
### 2. Isósceles

Dos lados y dos ángulos iguales



### 3. Escaleno

Ángulos internos y lados diferentes

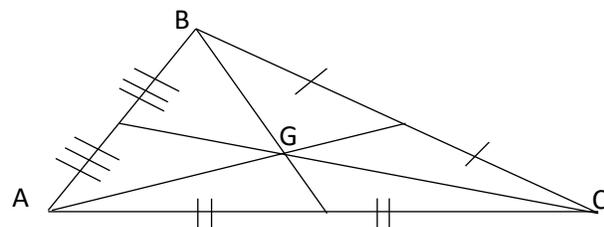
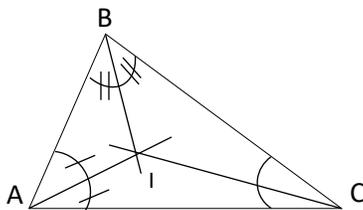


La sumatoria de los ángulos internos de todo triángulo es  $180^\circ$  y de sus ángulos externos  $360^\circ$ , demostración geométrica; se llama **Acutángulo** al triángulo con sus ángulos internos agudos, **Obtusángulo** cuando tiene un ángulo obtuso, **Recto**, (Pitagórico), cuando tiene un ángulo de  $90^\circ$ .

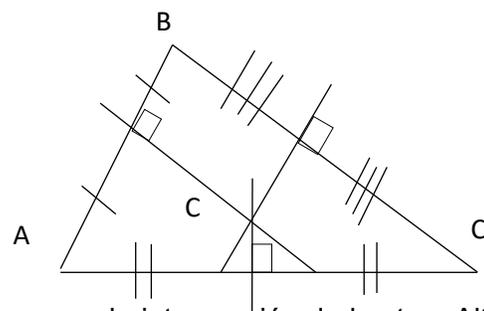
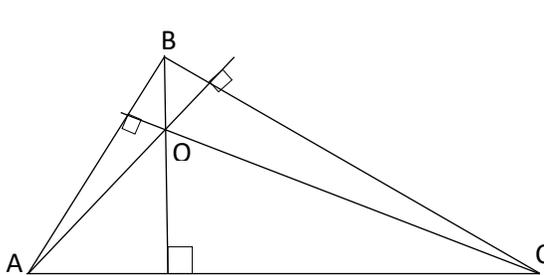
Con respecto a las tres rectas posibles que parten de su vértice, se tiene

a) **Bisectriz** o recta que divide al ángulo interno en su mitad, estas se interceptan en un punto llamado Incentro, (I); b) **Mediana** o recta desde un vértice al punto medio del lado opuesto, estas se interceptan en un punto llamado Baricentro, (G); c) **Altura** o línea perpendicular a un lado hasta el vértice opuesto, estas tres rectas se interceptan en un punto llamado Ortocentro, (O).

La recta denominada **Mediatriz**, es una perpendicular de cada lado desde el punto medio de este, cuya intercepción forma el Circuncentro, (C).



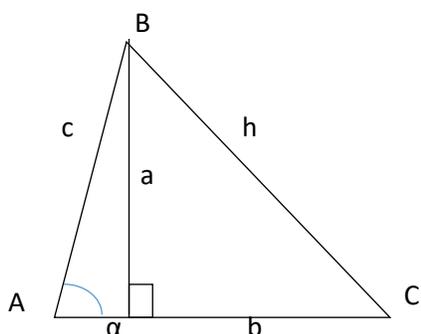
Dibujos que ilustran el **Incentro (I)** por la intercepción de las tres Bisectrices, y del **Baricentro (G)** por la intercepción de las tres Medianas.



Los siguientes dibujos muestran el Ortocentro (O) por la intercepción de las tres Alturas, y del Circuncentro (C) por la intercepción de las tres Mediatrices.

Estas rectas generan una serie de teoremas sobre los ángulos internos que se forman en los triángulos respectivos, entre los que destacan: a) el ángulo de dos bisectrices es igual a  $90^\circ$  más la mitad del ángulo del vértice opuesto, b) En un triángulo equilátero los ángulos internos son iguales a  $60^\circ$ , c) En un triángulo equilátero el **incentro**, **ortocentro**, **baricentro** y **circuncentro** coinciden en un mismo punto, d) La altura relativa a la base de un triángulo isósceles, es a la vez mediana, mediatriz, y bisectriz, e) Dos o más triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son congruentes o iguales, entonces sus lados, son proporcionales.

El área de un triángulo cualquiera, (Escaleno), requiere para su cálculo del conocer de dos de sus lados y del ángulo interno o externo, entre estos lados; esta fórmula es:  $A = \frac{b \times c \times \text{Sen}(\alpha)}{2}$ . Como la figura mostrada, donde se aprecia el ángulo “ $\alpha$ ” en el vertice “A”. Luego si este ángulo es de  $90^\circ$ , el Seno es la unidad, y por el hecho de ser un triángulo rectángulo; es decir la mitad del rectángulo que lo contiene, entonces su área queda como:  $A = \frac{b \times c}{2}$ . La famosa, “Base por altura entre dos”.



En un triángulo rectángulo, usando la figura sería el triángulo formado por B, C y el ángulo recto identificado; el lado mayor se llama “Hipotenusa” y los otros lados “Catetos”. De este triángulo es que se genera el famoso teorema de la escuela “Pitagórica”, de donde surgen la trigonometría como ciencia y las funciones trigonométricas, (Sección 12 siguiente). Este importante teorema dice, que:  $h^2 = b^2 + a^2$  ó  $h = \sqrt{b^2 + a^2}$ .

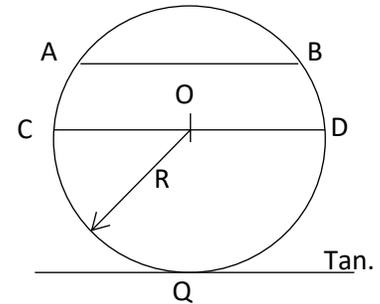
A partir de esta ecuación y con el uso de las funciones trigonométricas del Seno y del Coseno, se calculan los catetos o proyecciones a partir de la Hipotenusa y el ángulo a esquina conocido.

El tema de los triángulos cierra con las siguientes afirmaciones para este nivel educativo

- a) El área de un triángulo equilátero en función de su altura, es:  $A = \frac{\sqrt{3}h^2}{3}$ .
- b) Las tres áreas triangulares que se generan dentro de un triángulo por las rectas bisectrices interceptadas en el baricentro, son iguales.
- c) Las seis áreas triangulares generadas por las tres rectas medianas, dentro de un triángulo cualquiera o escaleno, son iguales.
- d) Dos triángulos son semejantes cuando sus lados son proporcionales y tienen sus ángulos internos congruentes.

## CÍRCULOS y CIRCUNFERENCIAS

Es el lugar geométrico de los puntos de un plano cuya distancia a otro punto llamado centro: O, es constante, esa longitud se llama radio: R, el perímetro es el recorrido de toda la circunferencia y su valor es de  $P = 2 \cdot \pi \cdot R$ ; el área de un círculo es:  $A = \pi \cdot R^2$ , extensión contenida por una circunferencia. Deducción hecha por "Arquímedes" con su famosa espiral. Algunas definiciones inherentes a esta figura geométrica, son

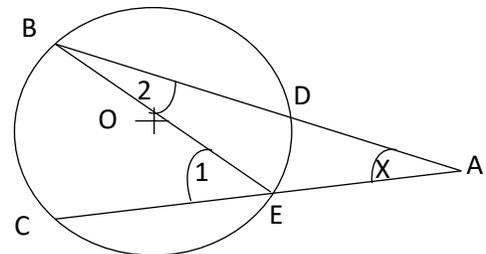


- a) **Cuerda:** Es el segmento cuyos extremos son puntos del círculo: AB.
- b) **Diámetro:** Es la cuerda mayor, que contiene el centro del círculo:  $CD = 2R$ .
- c) **Secante:** Es una recta que corta a la circunferencia en dos puntos.
- d) **Tangente, (Tan):** Es una recta que pasa o corta, una figura o función, en un solo punto.
- e) **El Arco (S):** Es una parte del perímetro comprendido entre dos puntos de radios; el arco tiene por fórmula:  $S = R \cdot \theta$ ; con este ángulo medido en radianes.

En cuanto a los ángulos posibles existen

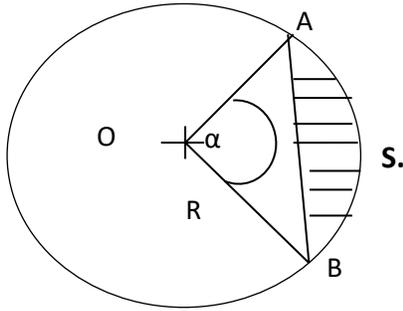
- a) el ángulo **central** entre dos rectas que partan de centro.
- b) **Inscrito** cuando las dos rectas parten desde cualquier punto del perímetro, (1 y 2).
- c) **externo** como el ángulo entre dos secantes o dos tangentes no paralelas, (x).
- d) **semi inscrito** como ángulo entre una secante y la circunferencia.

Entre las cuerdas, las secantes y tangentes, y los ángulos formados por estos segmentos; existe una serie de teoremas que los relacionan por proporción y cálculos de igualdad.



Dos círculos son congruentes si tiene tres puntos comunes y concéntricos, y cuando comparten el mismo centro con diferentes radios; se denominan circunferencias secantes si se interceptan en dos puntos, generando la llamada "Cuerda común", y tangentes si se tocan en un solo punto. El área de una "Corona" o región entre dos círculos concéntricos es  $A_c = \pi \cdot (R^2 - r^2)$ .

Luego el área comprendida entre un arco y los radios correspondientes a los extremos de dicho arco, es  $A = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$  Con "α" medido en grados; ver en el diagrama el área OAB, de donde se desprende que el área entre un arco a su cuerda, es:  $A = R^2 \cdot \left( \frac{\pi \alpha}{360} - \frac{\text{Sen}(\alpha)}{2} \right)$ . Área rayada.



En la figura la distancia de arco AB es:  $S = R\alpha$ , siempre y cuando este ángulo sea medido en radianes; es decir si “ $\alpha$ ” está en grados, la distancia del arco es:  $S = \frac{R.\alpha}{57,3}$

### 11.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Dónde se interceptan las rectas  $L_1$  y  $L_2$  de fórmulas:  $y = x - 1$  e  $y = 1 - x$ .

**Respuesta:** El punto de intercepción de éstas graficas es la igualdad de sus ecuaciones:  $L_1 = L_2$   
 $x - 1 = 1 - x \rightarrow 2x = 2$ . De donde sale que:  $x = 1$ ; el punto del plano de intercepción, es **(1; 0)**.

b) Que ángulo menor se puede apreciar entre las agujas: de la hora y del minutero de un reloj, a las tres horas doce minutos de la tarde 3:12 P.M.

**Respuesta:** Cada rayita de minuto es equivalente en grados a:  $360^\circ/60 = 6^\circ$  de circunferencia, luego a las 3:12 el minutero está a doce rayitas de la hora 12, (a dos de la hora 2), con la aguja de la hora a una rayita de las tres, (porque la aguja de la hora se mueve un quinto de parte cada doce minutos). Es decir entre estas agujas hay 4 rayitas de reloj, lo que equivale a **24°**.

**Nota:** Con este problema se ilustra el hecho que, para problemas similares con resultados enteros, la aguja del minutero debe estar en valores múltiplos de 12 minutos.

c) Cual es el área de un cuadrado en donde su diagonal es  $D = 5\sqrt{2}$  metros.

**Respuesta:** En un cuadrado sus lados son iguales, digamos de letra “a”, entonces su diagonal es por el teorema de Pitágoras  $D = a\sqrt{2}$ . Con el dato, se tiene que el lado del cuadrado es de  $a = 5$ , y su área será de **25 m<sup>2</sup>**.

d) En un rectángulo su perímetro es de 46 centímetros, con su diagonal de 17 Centímetros, ¿Cuánto es su área en centímetros cuadrados?

**Respuesta:** El perímetro es  $2b + 2h = 46$ , de donde se extrae que  $h = 23 - b$ . Luego como la diagonal implica que:  $D^2 = h^2 + b^2 \rightarrow 17^2 = (23 - b)^2 + b^2$ , de donde:  $289 = 23^2 - 46b + 2b^2$ , ecuación cuadrática cuya forma canónica es:  $2b^2 - 46b + 240 = 0$ . La solución arroja que el valor de  $b = 15$  centímetros, de aquí,  $h = 8$  centímetros; entonces su área es:  $15 \times 8 = \mathbf{120 \text{ cm}^2}$ .

e) En un triángulo cualquiera o escaleno uno de sus ángulos es de  $60^\circ$ , si la relación de sus otros dos ángulos internos es de  $\alpha = \beta + 20^\circ$ ; calcule todos los ángulos internos de este triángulo.

**Respuesta:** Como la sumatoria de los ángulos internos de un triángulo es de  $180^\circ$  y un ángulo es de  $60^\circ$ , queda que:  $\alpha + \beta = 120^\circ$ , luego con el siguiente dato se tiene que:  $2\beta = 100^\circ$ , lo que significa que el ángulo beta es:  $\beta = 50^\circ$  y el ángulo alfa es:  **$\alpha = 70^\circ$** .

f) Un trapecio tiene por altura 2 m, el lado menor 2 m, el mayor del doble de esté. Calcule su área.

**Respuesta:** Un trapecio es un rectángulo más dos o un triángulo lateral, dependiendo de su simetría, de aquí se genera su fórmula como:  $A = (L_1 + L_2).h/2$ . Entonces para este caso el área del trapecio es:  $A = (2 + 4).2/2 = \mathbf{6 \text{ m}^2}$ .

g) Calcule el área de un triángulo equilátero de lado igual 4 centímetros.

**Respuesta:** Un triángulo equilátero se puede dividir por medio de una recta Bisectriz en dos triángulos rectángulos de hipotenusa 4 centímetros, con cateto adyacente a los  $60^\circ$  de 2 centímetros. Luego la altura de estos triángulos, cateto opuesto, es por Pitágoras:  $C_o = \sqrt{16 - 4}$ . El área de cada triángulo rectángulo es  $A = 2.\sqrt{12}/2$ . Con el área del triángulo equilátero:  **$A = 2\sqrt{12}$** .

h) El área de una corona formada por dos círculos concéntricos es de  $7\pi \text{ Pulg}^2$ , si el radio mayor es de 5 pulgadas, calcule el radio menor.

**Respuesta:** Esta fórmula dice que:  $A = \pi(R^2 - r^2)$ , luego  $7\pi = \pi.(25 - r^2)$ , de donde se despeja que el radio menor al cuadrado es:  $r^2 = 25 - 7$ . Luego el radio menor es:  **$r = \sqrt{18}$** .

i) Cual es el área de un sector circular contenido entre el radio de 6 metros y un arco de esta circunferencia de recorrido de  $3\pi$  metros.

**Respuesta:** Con el arco y el radio se obtiene los radianes desplazados, esto es como:  $S = R.\theta$  entonces el ángulo es:  $\theta = 3\pi/6 = \pi/2$  radianes, luego este ángulo es de  $(\pi/2).57,3 = 90^\circ$ . Este valor permite usar la ecuación del área de un sector circular como de:  $A = \pi.R^2.\theta/360^\circ \rightarrow \pi.(36)90^\circ/360^\circ$ . Se concluye que el área es de  **$(9\pi)$** .

j) La intercepción de tres bisectrices forman un Incentro en un triángulo cualquiera y lo divide en tres triángulos internos, si uno de estos es de 22 centímetros cuadrados, ¿Cuál es el área del triángulo que los contiene?

**Respuesta:** Los tres triángulos internos con punto común el Incentro tiene áreas iguales por definición, luego si estos triángulos forman el triángulo que los contiene, su área es de  $3 \times 22$ ; es decir  **$A = 66 \text{ cm}^2$** .

### 11.b) 10 Ejercicios propuestos

- a) Dónde se interceptan las rectas del plano:  $y = 2x$  e  $y = 2$ .
- b) Un rectángulo tiene una base de 3 centímetros menos que el cuádruple de su altura, si su perímetro es de 19 centímetros. ¿Cuánto miden sus lados?
- c) Calcule el área de un triángulo equilátero de perímetro 42 metros y altura de 10 metros.
- d) Si la diagonal de un cuadrado es de 20 pulgadas, ¿Cuál es su área?
- e) Que ángulo menor hay entre las agujas de la hora y el minutero de un reloj, a las 9:12 A.M.
- f) En un círculo de diámetro 20 metros, calcule el área de un sector de arco con apertura de  $36^\circ$
- g) Halle los ángulos internos de un triángulo, si uno mide  $60^\circ$  y los otros dos tienen relación doble.
- h) Si en un triángulo, un ángulo es  $60^\circ$  y la relación de los otros es  $\alpha = \beta + 30^\circ$ . Halle estos ángulos.
- i) En un triángulo isósceles rectángulo su área es de  $72 \text{ Pies}^2$ , ¿Cuánto miden sus lados iguales?
- j) En un triángulo escaleno sus lados tienen longitudes de números enteros consecutivos, si su perímetro es 63 pulgadas, ¿Cuánto miden sus lados?

**11.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

**1) Donde se interceptan las rectas del plano:  $y = 3x + 1$ , e  $y = 1 - x$ .**

- a) (0; 1)    b) (0; 0)    c) (1; 1)    d) (1; 0)    e) (-1; 0).

**2) Si un rectángulo tiene área de  $90 \text{ m}^2$  y base de 6 metros, ¿Cuánto mide su altura?**

- a) 10 M.    b) 12 M.    c) 15 M.    d) 11 M.    e) 84 M.

**3) En un triángulo cualquiera sus lados son de longitud de números enteros seguidos de dos en dos, si el perímetro es 33 pies, ¿Cuánto mide su lado mayor?**

- a) 13    b) 9    c) 15    d) 11    e) 12

**4) Si el área de un cuadrado es  $256 \text{ m}^2$ , ¿Cuánto mide su lado? a) 13    b) 12    c) 15    d) 16    e) 17.**

**5) Si el perímetro de un cuadrado es 90 cm más que uno de sus lados, ¿Cuánto mide su área en centímetros cuadrados? a) 800    b) 1200    c) 1500    d) 1100    e) 900**

**6) ¿Qué ángulo separa las agujas de un reloj a las 2:00 Pm? a)  $90^\circ$     b)  $20^\circ$     c)  $30^\circ$     d)  $45^\circ$     e)  $60^\circ$**

**7) Si el perímetro de un cuadrado mide 64 milímetros, ¿Cuál es su área?**

- a)  $136 \text{ mm}^2$     b)  $126 \text{ mm}^2$     c)  $256 \text{ mm}^2$     d)  $244 \text{ mm}^2$     e)  $176 \text{ mm}^2$

**8) Si la diagonal de un rectángulo es de 10 m. Y su base es de 8 m. ¿Cuánto mide su área?**

- a)  $36 \text{ m}^2$     b)  $48 \text{ m}^2$     c)  $56 \text{ m}^2$     d)  $64 \text{ m}^2$     e)  $100 \text{ m}^2$

**9) Una escalera de 3 metros se apoya en una pared, dejando 0,75 metros de separación con el piso, si esta separación se incrementa en 25 centímetros, ¿A qué altura esta la escalera?**

- a)  $\sqrt{6} \text{ m}$     b)  $\sqrt{8} \text{ m}$     c)  $\sqrt{7} \text{ m}$     d)  $2 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$     e) Ninguna

**10) La diagonal de un cuadrado es de 9 metros, ¿Cuál es su área?**

- a)  $40 \text{ m}^2$     b)  $42 \text{ m}^2$     c)  $40,5 \text{ m}^2$     d)  $81 \text{ m}^2$     e)  $41 \text{ m}^2$

**11) En un círculo de radio 12 m, calcule el área de un sector de arco con apertura de  $90^\circ$ .**

- a)  $40\pi$     b)  $42\pi$     c)  $30\pi$     d) 144    e)  $36\pi$

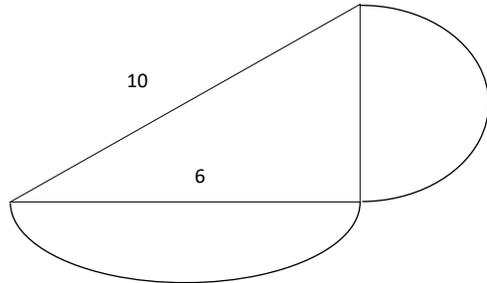
**12) Halle los ángulos internos de un triángulo, si uno mide  $60^\circ$  y entre los otros dos la relación es 1:3. a)  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$     b)  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $80^\circ$     c)  $20^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $100^\circ$     d)  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ .**

13) En un triángulo uno de sus ángulos es  $100^\circ$  y la relación de los otros dos es:  $\alpha = \beta - 20^\circ$ . Halle estos ángulos. a)  $40^\circ$  y  $40^\circ$  b)  $45^\circ$  y  $35^\circ$  c)  $30^\circ$  y  $50^\circ$  d)  $20^\circ$  y  $60^\circ$  e)  $36^\circ$  y  $44^\circ$

14) El perímetro de un rectángulo es de 64 m, si la base más tres y la altura menos cuatro no cambia su área. ¿Cuánto es esta? a)  $240 \text{ m}^2$  b)  $200 \text{ m}^2$  c)  $120 \text{ m}^2$  d)  $180 \text{ m}^2$  e)  $420 \text{ m}^2$

15) ¿Cuál es el perímetro de la siguiente figura? Considerando que son semi-circunferencias, en los catetos del triángulo.

a)  $12 + 4\pi$  b)  $4 + 20\pi$  c)  $10 + 7\pi$  d) 24 e)  $16\pi$



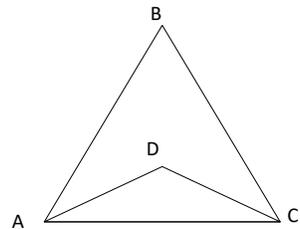
16) Una corona tiene área  $7\pi \text{ pulg}^2$ , si su radio externo es de 4" ¿Cuánto mide su radio interno?

a) 4 b)  $2\pi$  c) 3 d) 9 e) 16

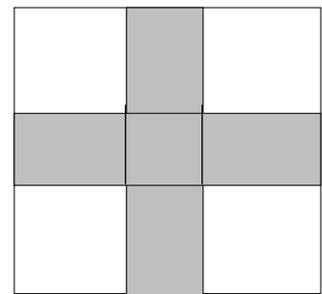
17) Dos lados de un triángulo miden 5 cm, si la altura de este vértice mide 4, ¿Cuánto mide el perímetro? a) 16 b) 14 c) 30 d) 15 e) 26

18) Si AD y DC son bisectrices del triángulo ABC. Y el ángulo en A es  $70^\circ$ . La medida del ángulo en D es

a)  $100^\circ$  b)  $90^\circ$  c)  $70^\circ$  d)  $110^\circ$  e)  $120^\circ$

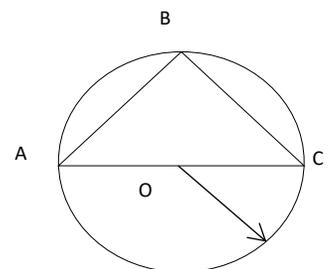


19) En la figura el cuadrado externo es de lado  $2a$ , en las esquinas se tiene cuadrados de lado  $a/2$ , entonces el área azulada es. a)  $2a^2$  b)  $a^2$  c)  $3a^2$  d)  $4a^2$  e) Ninguna



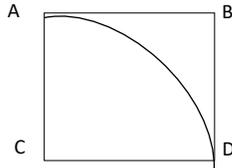
20) Las distancias AB y BC, son iguales a 6. El área del círculo es

a)  $3\pi$  b)  $9\pi$  c)  $18\pi$  d)  $16\pi$  e)  $20\pi$



21) Del problema anterior ¿Cuál es el área de los dos “cachetes” encima del triángulo?

- a)  $9\pi - 2$       b)  $9(\pi - 2)$       c)  $8\pi$       d)  $9(\pi + 1)$       e)  $9(\pi - 1)$

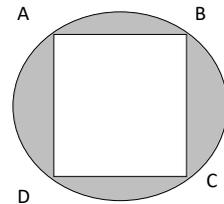


22) El cuadrado ABCD tiene  $16 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es la longitud AD?

- a)  $8\pi$       b)  $4\pi$       c)  $3\pi$       d)  $2\pi$       e)  $\pi$ .

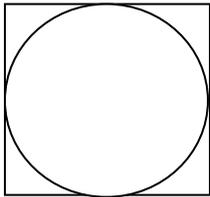
23) Del cuadrado máximo inscrito: ABCD, en el círculo de al lado, tiene por área: 32 unidades<sup>2</sup>, ¿Cuál es el área del círculo?

- a)  $14\pi$       b)  $12\pi$       c) 20      d)  $16\pi$       e) Ninguna



24) Del ejercicio anterior ¿Cuál es el área de la región azulada?

- a)  $4(\pi + 2)$       b)  $16\pi$       c)  $16(\pi - 2)$       d) 16      e) 20

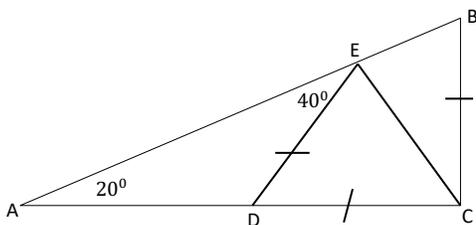
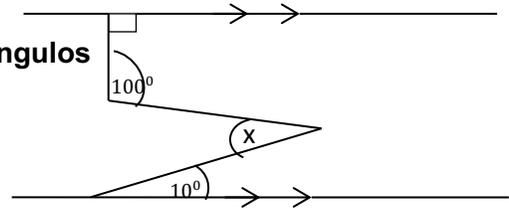


25) Si el área del círculo máximo inscrito en el cuadrado es  $100\pi \text{ Cm}^2$ , ¿Cuál es el área del cuadrado?

- a) 300      b) 400      c) 200      d) 100      e)  $20\pi$ .

26) Hallar el valor del ángulo “x” por suma y resta de ángulos

- a)  $46^\circ$       b)  $18^\circ$       c)  $20^\circ$       d)  $35^\circ$       e)  $30^\circ$



27) Determinar el ángulo en la esquina del vértice B, por suma de ángulos complementarios y suplementarios

- a)  $45^\circ$       b)  $25^\circ$       c)  $20^\circ$       d)  $15^\circ$       e)  $70^\circ$

28) El perímetro de un rectángulo es de 24 metros y su área es de  $35 \text{ m}^2$ , encuentre sus lados en metros. a) 5 y 7      b) 3 y 5      c) 5 y 6      d) Ninguna      e) 15 y 3

29) A las 9:24 horas, que ángulo menor forman las manecillas del reloj que demarcan esta hora.

- a)  $130^\circ$       b)  $120^\circ$       c)  $128^\circ$       d)  $138^\circ$       e)  $140^\circ$

- 30) El área de un triángulo rectángulo es de  $200 \text{ m}^2$ . Si su base es el cuádruplo de su altura, ¿Cuánto es la medida de la base? a) 10 b) 40 c) 100 d) 30 e) 50.
- 31) Una pieza de tela tiene 32 metros de largo y 0.75 metros de ancho. Calcular la longitud de otra pieza de tela de igual área, y ancho de 80 centímetros.  
a) 25 b) 40 c) 30 d) 35 e) 24.
- 32) ¿Cuál es la diferencia entre el diámetro ecuatorial y el diámetro polar, si el radio medio ecuatorial de la Tierra es de 6.377 Kms, y el polar es de 6.356 Kms?  
a) 32 b) 44 c) 38 d) 47 e) 42.
- 33) El largo de un rectángulo es el triple del ancho y su perímetro es de 56 centímetros. Hallar sus dimensiones. a)  $6 \times 18$  b)  $5 \times 15$  c)  $20 \times 8$  d)  $7 \times 21$  e)  $15 \times 13$ .
- 34) Un latón mide 14 centímetros de lado. En cada esquina se cortan triángulos de 2 centímetros de lado, ¿Qué área total queda en centímetros cuadrados?  
a) 180 b) 190 c) 192 d) 188 e) 194.
- 35) El área de un cuadrado es  $81 \text{ Cms}^2$  ¿Si un triángulo equilátero tiene el mismo perímetro, entonces ¿Qué lado tiene? a) 12 b) 14 c) 18 d) 17 e) 15.
- 36) La longitud y ancho de un rectángulo son L y A. Si a cada una se aumenta en "n" unidades, el perímetro queda aumentado en: a) n b) 2n c) 3n d) 4n e)  $n^2$ .
- 37) La diagonal de un rectángulo es de 10 metros, donde su base es el doble de su altura ¿Cuál es su área en metros cuadrados? a) 40 b) 45 c) 20 d) 25 e) 100.
- 38) En un círculo de radio 20 centímetros. Calcule el área de un sector de arco con apertura de  $72^\circ$  en  $\text{Cms}^2$ . a) 250 b) 251,33 c) 230 d) 240 e) 244,33.
- 39) Halle el menor ángulo interno, de un triángulo rectángulo, si entre dos de ellos la relación es 1:2. a)  $60^\circ$  b)  $40^\circ$  c)  $30^\circ$  d)  $35^\circ$  e)  $33,33^\circ$ .
- 40) Donde se interceptan las rectas:  $Y = 4x - 3$ , con  $Y = 2 - x$ .  
a) (0; -3) b) (0; 2) c) (-1; 3) d) (1; 1) e) (1; 0).

41) Donde se interceptan las rectas del plano:  $Y = -4x + 1$ , con  $Y = 7 - x$ .

- a) (2; -9)    b) (1; -5)    c) (5; -1)    d) (-2; 9)    e) (-6; 3).

42) Si un cuadrado tiene área de  $121 \text{ m}^2$  ¿Cuánto mide su diagonal, en metros?

- a) 15,56    b) 14    c) 15,22.    d) 11.    e)  $10\sqrt{2}$ .

43) En un triángulo cualquiera sus lados son de longitud de números naturales seguidos de tres en tres, si el perímetro es 45 pies, ¿Cuánto mide su lado mayor?

- a) 12    b) 18    c) 15    d) 20    e) 25.

44) ¿Qué ángulo separa las agujas de un reloj a las 3:12?

- a)  $30^\circ$     b)  $22^\circ$     c)  $23^\circ$     d)  $18^\circ$     e)  $24^\circ$

45) Si el área de un triángulo pitagórico isósceles es de  $72 \text{ m}^2$ , ¿Cuánto mide cada cateto?

- a) 14    b) 12    c) 13    d) 18    e) 15

46) ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado si su área es de  $100 \text{ mts}^2$ ?

- a) 80    b) 12    c) 25    d) 40    e) 30.

47) ¿Qué ángulo separa las agujas de la hora y el minutero, de un reloj a las 18:48 Pm?

- a)  $72^\circ$     b)  $90^\circ$     c)  $84^\circ$     d)  $60^\circ$     e)  $78^\circ$ .

48) Una lámina de cartón mide 20 pulgadas de lado. En cada vértice se cortan cuadriláteros de 5 pulgadas, de lado. Calcule de cuanto quedó su área.

- a) 250"    b) 120"    c) 130"    d) 300"    e) 150".

49) El área de un cuadrado es  $64 \text{ Cms}^2$  ¿Si un triángulo isósceles rectángulo tiene el mismo perímetro, ¿Qué lados iguales tiene el triángulo?

- a) 10    b) 11    c) 10,37    d) 9,37    e) 8,2.

50) El lado de un cuadrado es "L". Si este se aumenta en "n" unidades, el área queda aumentada en: a)  $n^2$     b)  $2Ln$     c)  $4Ln$     d)  $2Ln + n^2$     e)  $2n^2$ .

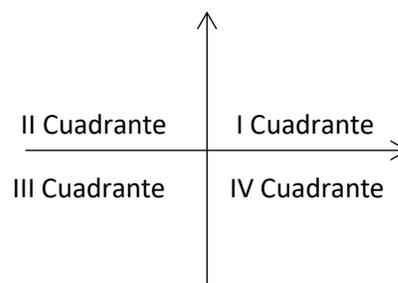
## 12) FUNCIONES TRASCENDENTES

Las funciones trascendentes son aquellas que trascienden del número, es decir cuando su valor o imagen no provienen de una operación algebraica como el producto o la suma, sino de funciones especiales como las trigonométricas, las logarítmicas y sus respectivas inversas. La función Seno es la primaria de todas las trigonométricas y son los valores del cateto opuesto de un triángulo rectángulo o pitagórico inscrito en la circunferencia de radio la unidad, ubicada en el origen coordenado, para cualquier punto en su borde que gira en sentido antihorario. Las funciones logarítmicas generalizadas en el renacimiento se usan para la resolución de polinomios de potencias superiores al 3 o incluso de valores en fracciones surgidos por los estudios astronómicos, y de la navegación de esa época; son una reducción al sustituir valores y variables por el resultado de una potencia con base conocida; entre los logaritmos más usados está el de base 10. Como, por ejemplo:  $(\log_{10} 100 = 2)$ , y el de base neperiano, en honor al matemático escocés John Napier, llamado logaritmo natural,  $(\ln(e) = 1)$ . De este surge la función exponencial desarrollada por el matemático suizo Leonhard Euler:  $(y = e^x)$ , para la resolución de algunas integrales especiales, y de variadas Ecuaciones Diferenciales; temática de nivel cognitivo universitario.

### Trigonometría y sus funciones

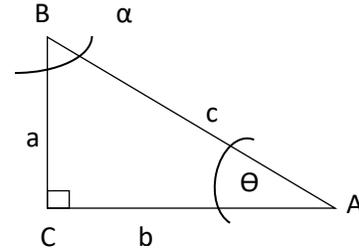
El sistema de coordenadas denominado plano es la intersección perpendicular de la recta vertical llamada “Ordenada” con la recta horizontal, llamada “Abscisa”; la intersección se llama origen y en el plano se pueden escribir los puntos o parejas ordenadas  $(a; b)$ . El plano queda dividido en cuatro “Cuadrantes” en el orden antihorario como se observa en el esquema, en los grados, de cada eje:  $0^\circ$  ó  $360^\circ$  para el eje “X” positivo;  $90^\circ$  para el eje “Y” positivo;  $180^\circ$ , para el eje “X” negativo y  $270^\circ$ , para el eje “Y” negativo, respectivamente.

Del plano “Cartesiano”, (de Descartes), se origina la Geometría Analítica como ciencia universitaria; y cuando se posee un triángulo rectángulo en el origen, surgen las direcciones de “Eje”. Que, con el Teorema de Pitágoras, da luz a las llamadas funciones trigonométricas.



Las funciones trigonométricas son el “Seno” como la relación del cateto opuesto o elevación con respecto a la Hipotenusa, y el “Coseno” como la relación entre el cateto adyacente o avance horizontal y la hipotenusa. A partir de ellas se generan respectivamente: la Cosecante, la Secante, la Tangente y la Cotangente, (Funciones trigonométricas). A continuación, estas funciones, en relación con los lados y ángulos de un triángulo rectángulo, (Pitagórico), dado

$$\begin{array}{llll} \text{Sen } \theta = \frac{a}{c} & \text{Sen } \alpha = \frac{b}{c} & \text{Csc } \theta = \frac{c}{a} & \text{Csc } \alpha = \frac{c}{b} \\ \text{Cos } \theta = \frac{b}{c} & \text{Cos } \alpha = \frac{a}{c} & \text{Sec } \theta = \frac{c}{b} & \text{Sec } \alpha = \frac{c}{a} \\ \text{Tan } \theta = \frac{a}{b} & \text{Cotan } \theta = \frac{b}{a} & \text{Tan } \alpha = \frac{b}{a} & \text{Cotan } \alpha = \frac{a}{b} \end{array}$$



**Nota:** La consideración sobre las funciones trigonométricas, es que cambia su valor en referencia al ángulo, o la proyección usada; de tal forma que  $\text{Sen} \alpha = \text{Cos} \theta$ ; si  $\alpha + \theta = 90^\circ$ , (complementarios). Luego los ángulos se llaman “notables” cuando son múltiplos de “ $\pi$ ” radianes, ( $180^\circ$ ); ver la tabla

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente	Cotangente	Secante	Cosecante
$0^\circ$	0	1	0	Indefinida	1	Indefinida
$30^\circ (\pi/6)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
$45^\circ (\pi/4)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$60^\circ (\pi/3)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$90^\circ (\pi/2)$	1	0	Indefinida	0	Indefinida	1
$180^\circ (\pi)$	0	-1	0	Indefinida	-1	Indefinida

Otros ángulos no notables, pero complementarios que ofrecen resultados interesantes, bajo un redondeo aceptable, son los siguientes.

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente	Cotangente	Secante	Cosecante
$16^\circ$	7/25	24/25	7/24	24/7	25/24	25/7
$74^\circ$	24/25	7/25	24/7	7/24	25/7	25/24
$37^\circ$	3/5	4/5	3/4	4/3	5/4	5/3
$53^\circ$	4/5	3/5	4/3	3/4	5/3	5/4

**Teorema:** Una función trigonométrica de un ángulo agudo, es igual a la cofunción de su ángulo complementario, esto es:  **$\text{Sen} \theta = \text{Cos} \beta$ . Si  $\beta + \theta = 90^\circ$ .**

Entre las funciones trigonométricas existen relaciones llamadas “identidades”, una identidad es una ecuación que es verdadera para todos los valores de los ángulos definidos. La identidad fundamental en el mundo de la trigonometría es:  $\text{Sen}^2(x) + \text{Cos}^2(x) = 1$ , llamada Pitagórica de donde se desprenden, las siguientes identidades trigonométricas

$$\text{a) } 1 + \tan^2(x) = \sec^2(x) \quad \text{b) } 1 + \cotan^2(x) = \csc^2(x) \quad \text{c) } \sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$$

Están también las llamadas identidades para ángulos compuestos, que son

$$\sin(x \pm y) = \sin(x) \cdot \cos(y) \pm \cos(x) \cdot \sin(y)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x) \cdot \cos(y) \mp \sin(x) \cdot \sin(y)$$

De la suma de ángulos, se desprende la importante relación entre el Coseno y el Seno, como la relación:  **$\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$** , “Demostración grafica”.

A partir de la función trigonométrica de una “suma”, surgen las identidades para un mismo valor, o identidades para ángulos dobles

$$\sin(\theta + \theta) = \sin(2\theta) = 2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta)$$

$$\cos(\theta + \theta) = \cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

De donde se derivan las identidades siguientes de la tangente.

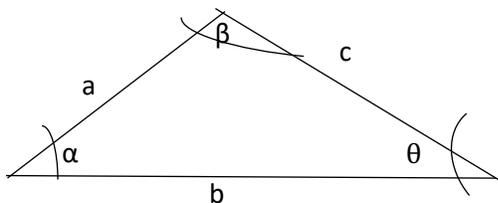
$$\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x) \times \tan(y)} \quad \tan(x - y) = \frac{\tan(x) - \tan(y)}{1 + \tan(x) \times \tan(y)}$$

Y las identidades de ángulos medios, en estas funciones

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \tan \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

La trigonometría además del teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo ofrece las llamadas: ley de Seno y Ley del Coseno, veamos estas relaciones para cualquier triángulo

**Ley de Seno:** En todo triángulo la medida de sus lados es directamente proporcional a los senos de sus ángulos opuestos, o los llamados ángulos en vértices de visión.  $\frac{\sin \theta}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{c}$ . Ver esquema



**Ley del Coseno:** En todo triángulo, el cuadrado de cualquier lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos dos veces el producto de estos, por el coseno del ángulo de este vértice; entonces las tres posibilidades son

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2(ab) \cdot \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2(ac) \cdot \cos \beta \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2(bc) \cdot \cos \theta$$

Estas leyes permiten el cálculo de los ángulos internos y los lados de cualquier triángulo e incluso de combinaciones de triángulos con pocos datos; para la Ley del Seno se requiere un ángulo y dos lados conocidos, y para la Ley del Coseno se requiere de dos lados y su ángulo vértice.

### Logaritmos y exponenciales

Un logaritmo es una aplicación sobre cualquier ecuación o polinomio, donde su simbología general es  $\log_b X = Y$ , que se lee como: el logaritmo base “b” de la variable “x” es igual a “y”; es decir el resultado o imagen “y” es la potencia de la base establecida en el logaritmo que se aplica, que

produce el número “x”. Esto es  $b^y = x$ . De esta condición o aplicación de reducción se resume el siguiente teorema general, en cuatro partes y para cualquier base entera usada en el logaritmo, sea 10, 2, 3, e, entre otras

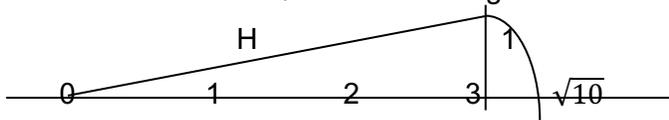
- a)  $\text{Log } 1 = 0$ , porque toda expresión o número elevado al cero es igual a 1. Regla de las potencias.
- b)  $\text{Log}(x.y) = \text{Log}(x) + \text{Log}(y)$ ; c)  $\text{Log}(x / y) = \text{Log}(x) - \text{Log}(y)$ , reducción del producto y la división.
- d)  $\text{Log}(x)^R = R.\text{Log}(x)$ , reducción de una potencia a un producto.
- e)  $\log_B B = 1$ , Norma básica de las potencias en su elemento neutro.  $B^1 = B$ .
- f) El logaritmo de las sumas y las restas quedan iguales.

En los logaritmos, el de base 10 esta sobreentendido como  $\log x$ , el de cualquier base diferente al 10 se denota como  $\log_b x$ , y el de base al número de Euler, conocido como:  $e = 2,7183..$  Se llama logaritmo natural o  $\text{Ln}(x)$ . Luego las llamadas funciones exponenciales son las inversas de sus correspondientes logaritmos, y todas ellas cumplen con las normas de las potencias expuestas en la sección 5. La función  $y = e^x$ , como inversa del logaritmo natural, genera por operaciones algebraicas a, las llamadas funciones, “Hiperbólicas”.

### 12.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Construya el número irracional  $\sqrt{10}$  como un segmento de la recta real natural.

**Respuesta:**



Desde la recta natural se traza la perpendicular de una unidad sobre el número 3, de tal forma que el triángulo rectángulo resuelva que  $H = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$  Luego con el compás en el origen se traza el arco de círculo observado, cuyo segmento debe medir  $\sim 3,17...$

b) Un ingeniero usa un “Teodolito” para medir un árbol de mangos, si el ángulo de elevación es de  $37^\circ$  y él se encuentra a 20 metros del árbol, calcule su altura, si el aparato mide 1,5 metros.

**Respuesta:** La relación directa es con la tangente, que relaciona los catetos de un triángulo rectángulo, entonces se tiene que:  $\text{Tan}(37^\circ) = h / 20 \rightarrow h = (3/4).20 = 15$  metros; luego el árbol mide  $15 + 1,5 = 16,5$  metros en total.

c) Un estudiante está frente a dos edificios que se encuentran a 30 y 40 metros de distancia de él, si el ángulo entre las líneas de estas distancias es de  $60^\circ$ , ¿Qué distancia separa los edificios?

**Respuesta:** La Ley a usar es la del Coseno, en donde la distancia a buscar tiene por relación  $d^2 = 30^2 + 40^2 - 2(30 \times 40).\text{Cos}60^\circ \rightarrow d^2 = 900 + 1600 - 1200 = 1300, d = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}$  metros.

d) En un triángulo escaleno se conocen dos lados de 5 y 7 pulgadas respectivamente, si el ángulo del vértice opuesto a este lado es  $53^\circ$ . Calcule los otros dos ángulos internos de dicho triángulo.

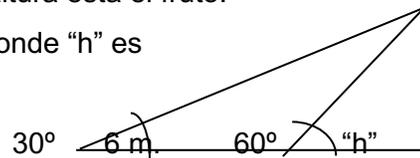
**Respuesta:** El siguiente ángulo sale por la Ley del Seno,  $\frac{\text{Sen}53^\circ}{7} = \frac{\text{Sen}\beta}{5} \rightarrow \text{Sen}\beta = 4/7, \beta \approx 35^\circ$ .

Luego el siguiente ángulo por sumatoria a  $180^\circ$  es de:  **$92^\circ$** .

e) Usted mira un fruto de Marañón en un árbol con una elevación de  $30^\circ$ , si se acerca 6 metros al árbol, el fruto ahora se ve con elevación de  $60^\circ$ ; calcule a qué altura está el fruto.

**Respuesta:** El doble triángulo formado es el siguiente, donde "h" es

La incógnita y los datos son los mostrados en la figura:



En el primer triángulo se obtiene sus otros ángulos por "suplemento" de  $60^\circ$  que da  $120^\circ$  y por resta de  $180^\circ$  que da  $30^\circ$ ; es decir sus ángulos internos son:  $30^\circ, 120^\circ$  y  $30^\circ$ . Por la ley del seno se obtiene la distancia inclinada a  $60^\circ$  como:  $\frac{\text{Sen}30^\circ}{d} = \frac{\text{Sen}30^\circ}{6} \rightarrow d = 6$  metros; luego con este valor que es la hipotenusa del triángulo recto, se obtiene la altura "h", como:  $\text{Sen}60^\circ = h/6 \rightarrow h = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$  Donde  **$h = \sqrt{27}$** .

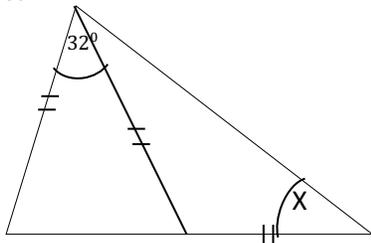
f) Desde un edificio de 40 metros se observa a la distancia en el piso, a un caminante que se aproxima con ángulo de depresión de  $45^\circ$ , al cabo de un instante se observa a la persona con ángulo de depresión de  $60^\circ$ . Calcule que distancia camino.

**Respuesta:** En la primera observación se tiene que el caminante está a una distancia  $d_1$  de la base del edificio de:  $\text{Tan}45^\circ = d_1/40 \rightarrow d_1 = 40$  metros.

Luego al acercarse, la distancia  $d_2$  es la siguiente:  $\text{Tan}30^\circ = d_2/40 \rightarrow d_2 = 40/\sqrt{3}$  metros.

Entonces la distancia caminada es  **$D = d_1 - d_2 = 40(1 - 1/\sqrt{3})$  en metros.**

g) Calcule la medida de la secante del ángulo "x" con el dato de que los triángulos son isósceles



**Respuesta:** Los ángulos en la base del triángulo isósceles son de  $74^\circ$  cada uno, por su igualdad y por sumatoria a  $180^\circ$ ; luego el ángulo mayor del triángulo de la "x" es  $106^\circ$ ; como este triángulo también es isósceles se tiene que el ángulo "X" es de  $37^\circ$ . Entonces  **$\text{Sec}(37^\circ) = 5/4 = 1,25$** .

h) El valor  $2 \cdot \text{Sen}(60^\circ)$  es congruente con  $\text{Tan}(\beta)$ . Halle este ángulo.

**Respuesta:** El Seno de  $60^\circ$  es  $\sqrt{3}/2$ , como ángulo notable, luego  $2 \cdot \text{Sen}(60^\circ) = \sqrt{3}$ .

Entonces, la  $\text{Tan}(\beta) = \sqrt{3}$ . Implica un valor de:  **$\beta = 30^\circ$** .

i) Encontrar "a" para que se cumpla:  $\text{Cos}\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \text{Sen}(2a + 30^\circ)$ .

**Respuesta:** Por la relación entre el Seno y el Coseno, de que  $\text{Cos}x = \text{Sen}(x + \pi/2)$  se tiene que:  $2a + 30^\circ + \pi/2 = a + \pi/2 \rightarrow a = -30^\circ$ . Que convertido en radianes es:  $-\pi/6$ .

Es decir, la relación queda:  $\text{Cos}(\pi/3) = \text{Sen}(-\pi/6)$ .

j) Exprese la siguiente ecuación, que mide el enfriamiento en la temperatura de un metal, en función del tiempo:  $T = T_0 \cdot e^{k \cdot t}$ , en términos del logaritmo natural, asuma "k" como la constante de enfriamiento.

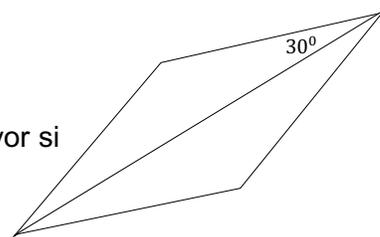
**Respuesta:** Al aplicar la reducción del logaritmo, siguiendo su teorema general, se tiene que la ecuación queda como:  $\text{Ln}(T) = \text{Ln}(T_0) + K \cdot t \cdot \text{Ln}(e)$ . Luego como  $\text{Ln}(e) = 1$ . La ecuación de enfriamiento reducida para una resolución más fácil queda como:  **$\text{Ln}(T) = \text{Ln}(T_0) + K \cdot t$**

### 12.b) 10 Ejercicios propuestos

a) Si en un triángulo rectángulo el  $\text{Cos}(x) = 0,6$  ¿Entonces el  $\text{Sen}(x)$  es?

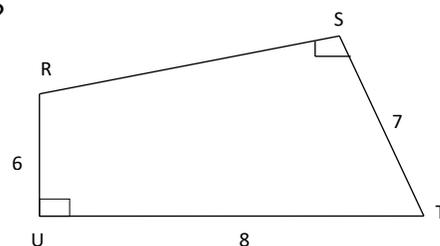
b) Uno de los ángulos complementarios, aumentado en  $\frac{\pi}{6}$  rad. Es igual al otro. Cuánto mide el ángulo menor, de este triángulo

c) En el paralelogramo de esta figura ¿Cuánto mide la diagonal mayor si los lados miden 3 metros?



d) La expresión:  $(\text{Cotan}^2(\alpha) + 1) \cdot (1 - \text{Cos}^2(\alpha))$  ¿Es equivalente a?

e) En la figura siguiente, ¿Cuál es la longitud del lado RS?



f) Encontrar el valor de "a" para que se cumpla:  $\text{Sen}\left(a - \frac{\pi}{2}\right) = \text{Cos}(a + 60^\circ)$ .

g) El doble del complemento de un ángulo, más el triple del suplemento del mismo, es igual a  $500^\circ$ . Hallar el valor del ángulo.

h) El seno de un ángulo es igual a  $3/6$  de su tangente. Hallar el ángulo.

i) Encuentre el valor de "x" que satisface la expresión:  $100^x = (10^3) \cdot (0,1)^2$ .

j) Al simplificar la expresión:  $y = \text{Sen}(x + 30^\circ) + \text{Cos}(x + 60^\circ)$ . ¿Qué valor da?

**12.c) 51 Ejercicios tipo prueba a opciones**

1) Hallar el área de un triángulo isósceles cuyo perímetro es 40 metros, con altura de 10 metros.

- a)  $40 m^2$     b)  $55 m^2$     c)  $75 m^2$     d)  $200m^2$     e)  $100 m^2$

2) Resuelva el siguiente cociente:  $y = \frac{\text{Sen}(37^\circ) + \text{Cos}(53^\circ)}{2 \cdot \text{Tan}(37^\circ)}$ . a) 4/5    b) 5/3    c) 3/5    d) 8/3    e) 5/4.

3) En una escuela, se mira el extremo superior de la bandera con elevación de  $45^\circ$ , caminando 8 metros hacia ella, el ángulo de elevación cambia a  $60^\circ$ . ¿Qué altura tiene la bandera?

- a)  $\left(\frac{\sqrt{24}}{\text{Sen}15^\circ}\right)$     b)  $5/\text{Cos}15^\circ$     c) 20    d)  $2\sqrt{6}$     e) 15

4) Si en un triángulo rectángulo el valor del coseno de un ángulo es 0,6 ¿Entonces su tangente es? a) 0.8    b) 1,333...    c) 1,5    d) 0.85    e) 0.6

5) Desde la cúspide de un faro, de 500 metros de altura, se observan dos botes situados al este del faro, según ángulos de depresión de  $30^\circ$  y  $45^\circ$ . Calcular la distancia que separa a los botes.

- a)  $300\sqrt{3}$     b) 2.000    c)  $\sqrt{3 \cdot 500}$     d)  $2.000 \cdot \text{Sen}15^\circ$     e)  $500(\sqrt{3} - 1)$

6) La Tangente de  $-945^\circ$  ¿Es igual a? a)  $\text{Tan}45^\circ$     b)  $\text{Cotan}45^\circ$     c)  $\text{Tan}135^\circ$     d)  $\text{Tan}945^\circ$     e) - 1

7) El resultado de simplificar la expresión:  $y = \frac{(1 + \text{Sen } \theta)^{1/2}}{(1 - \text{Sen } \theta)^{1/2}}$  es

- a)  $\text{Sec}\theta - \text{Tan}\theta$     b)  $\text{Sec}\theta$     c)  $\text{Tan}\theta$     d)  $\text{Sec}\theta + \text{Tan}\theta$     e)  $\text{Cos}\theta$

8) Una de las soluciones de la siguiente ecuación  $\text{Sen}(2\beta) - \text{Cos}(\beta) = 0$ , ¿Es el ángulo?

- a)  $120^\circ$     b)  $-210^\circ$     c)  $-30^\circ$     d)  $210^\circ$     e)  $30^\circ$

9) El ángulo  $810^\circ$  equivalen en radianes al valor: a)  $4\pi$     b)  $9\pi$     c)  $9\pi/2$     d)  $6\pi/2$     e) 15

10) Dados los lados de un triángulo rectángulo: 2,  $\sqrt{6}$  Y  $\sqrt{2}$ . Calcular el Coseno del ángulo opuesto al lado de magnitud 2. a)  $\sqrt{5}$     b)  $\sqrt{1/3}$     c)  $\sqrt{2}$     d)  $\sqrt{3}/2$     e)  $\sqrt{2}/2$

11) Qué ángulo "α" satisface:  $-1/2 = \text{Cos}(2\alpha + 30^\circ)$ . a)  $25^\circ$     b)  $30^\circ$     c)  $45^\circ$     d)  $60^\circ$     e)  $20^\circ$ .

12) ¿Área de un triángulo rectángulo de perímetro 36 Cms, con lados: x, x + 3 y x + 6?

- a)  $27 \text{ Cms}^2$     b)  $54 \text{ Cms}^2$     c)  $45 \text{ Cms}^2$     d)  $36 \text{ Cms}^2$     e)  $62 \text{ Cms}^2$

13) En un triángulo rectángulo, de hipotenusa 4 metros y ángulo menor  $30^\circ$ , ¿Su área es?

- a)  $\sqrt{12}$     b)  $\sqrt{18}$     c)  $\sqrt{20}$     d)  $\sqrt{3}$     e) 4

14) El valor de la expresión:  $\text{Cos}(30^\circ)\text{Cos}(60^\circ) - \text{Sen}(30^\circ)\text{Sen}(60^\circ)$  es

- a) 1    b) 2    c) 0    d)  $2\sqrt{3}$     e)  $3\sqrt{2}$ .

15) La expresión  $(\text{Sen}^2\theta - 1)(1 + \text{Tan}^2\theta)$  es equivalente a

- a) 1    b)  $\text{Sen}\theta$     c)  $\text{Cos}\theta$     d) -1    e)  $\text{Cos}^2\theta$ .

16) Encuentre el resultado de la siguiente suma:  $y = \text{Sen}(x + 30^\circ) - \text{Cos}(x + 60^\circ)$

- a)  $\text{Sen}(x)$     b)  $\text{Cos}(x)$     c)  $2\text{Cos}(x)$     d)  $\text{Sen}(x)$     e)  $\sqrt{3}\text{Sen}(x)$

17) ¿La resolución del siguiente binomio al cuadrado  $(\text{Sen}x + \text{Cos}x)^2$  es?

- a)  $1 + \text{Sen}(2x)$     b)  $2\text{Sen}x\text{Cos}(x)$     c)  $\text{Cos}(2x)$     d) 2    e) Ninguna.

18) La expresión  $\frac{(1 + \text{Cos}x)(1 - \text{Cos}^3x)}{\text{Sen}^2x}$ . Se simplifica como

- a)  $\text{Sen}(2x)$     b)  $1 + \text{Cos}(x)$     c)  $\text{Cos}(2x)$     d)  $1 + \text{Cos}(x) + \text{Cos}^2(x)$     e) Ninguna.

19) La expresión  $\frac{(2 - 2\text{Cos}^2(x))}{\text{Sen}2x}$ . Se simplifica como: a)  $\text{Sen}x$     b)  $\text{Cos}x$     c)  $\text{Tan}x$     d) 1    e)  $\text{Sec}x$

20) La expresión  $\frac{2\text{Tan}(\alpha/2)}{1 + \text{Tan}^2(\frac{\alpha}{2})}$ . Se simplifica: a)  $\text{Sen}(x)$     b)  $\text{Cos}(2x)$     c)  $\text{Tan}(2x)$     d) 2    e)  $2\text{Sec}(x)$ .

21) En un triángulo “cualquiera” dos lados seguidos tienen 20 y 30 pies, ¿Cuánto mide el tercer lado si el ángulo entre estos es de  $60^\circ$  a) 40    b) 20    c) 25    d)  $5\sqrt{28}$     e)  $3\sqrt{32}$

22) Del ejercicio anterior, usando la Ley del Seno, encuentre el seno del ángulo opuesto al lado de 20 pies. a)  $1/2$     b)  $2/3$     c)  $\sqrt{3/7}$     d)  $2\sqrt{5}$     e)  $3\sqrt{3}$

23) Simplifique la expresión:  $\frac{\text{Cos}^2(x) + \text{Sen}^2(x)}{\text{Cos}(x)\text{Cos}(x)}$ . a)  $\text{Cos}(x)$     b)  $\text{Sec}(x)$     c) 1    d)  $\text{Sec}^2(x)$     e)  $\text{Tan}(x)$

24) Un niño mira su “Volador” en el aire que está a 12 metros sujetado por un hilo inextensible, con  $60^\circ$  de elevación; otro niño que está a 5 metros horizontales de él lo observa también ¿A qué distancia está este niño de la cometa? a)  $\sqrt{109}$     b) 10    c) 11    d)  $4\sqrt{6}$     e) 12

25) En un triángulo rectángulo el valor del coseno de un ángulo es  $\sqrt{2/3}$  ¿Entonces la tangente de ese ángulo es? a) 1,33 b) 0,8 c) 1 d)  $1/\sqrt{3}$  e)  $\sqrt{2}$

26) Desde una azotea de 15 metros de altura, unos jóvenes observan dos rocas pintadas, las cuales miran con ángulos de depresión de  $30^\circ$  y  $37^\circ$ . Calcular la distancia entre las rocas

a) 30 b) 25 c) 5 d)  $5\sqrt{3}$  e)  $15\sqrt{3} - 20$

27) La expresión  $(\cos^2 x - 1)(1 - \tan^2 x)$  es equivalente a

a) -1 b)  $\sin(2x)$  c)  $\cos(2x)$  d) 1 e)  $\sin^2(x)$ .

28) Encuentre el resultado de la siguiente suma:  $y = \sin(x - 30^\circ) + \cos(x - 60^\circ)$

a) 1 b)  $\cos(x)$  c) 0 d)  $\sin(x)$  e)  $\sqrt{2}$

29) ¿La resolución del siguiente binomio al cuadrado  $(\cos x - \sin x)^2$  es?

a)  $1 + \cos(2x)$  b)  $2\cos(x)\sin(x)$  c)  $\sin(2x)$  d)  $1 - \sin(2x)$  e) 2.

30) La expresión  $\frac{(1 + \cos 60)(1 - \cos^2 30)}{\sin^2 30}$ . Da como resultado

a) 1/2 b) 1 c) 2 d) 2/3 e) 3/2

31) La expresión:  $(\tan^2(\alpha) + 1)(1 - \sin^2(\alpha))$  ¿Es equivalente a que valor o expresión?

a)  $\cos(\alpha)$  b) 1 c) 0 d) -2 e)  $\sin(2\alpha)$ .

32) ¿El resultado de simplificar la expresión:  $\frac{\sin(2A)}{\cos(2A + \pi/2)}$  es?

a) 1 b) 0 c)  $\cos(A)$  d) -1 e)  $\sin(A)$ .

33) Encuentre el valor de "x" que satisface la expresión:  $100^x = (10^2) / (0,1)^3$ .

a) 2/5 b) -5/2 c) 5/2 d) -1 e) 0.

34) ¿Cuántos grados hay en 5,367 radianes?

a)  $100^\circ$  b)  $300^\circ$  c)  $270^\circ$  d)  $320^\circ$  e)  $307,53^\circ$ .

35) Si la  $\sec(x) = 3$ , y la  $\tan(x) = 2$ . Calcule el  $\sin(x)$ .

a) 2/3 b) 1 c) 3/2 d) 1/2 e)  $\sqrt{3}/2$ .

36) Sabiendo que  $\text{Cos}(90^\circ) = 0$ . Calcule  $\text{Cos}(45^\circ)$ , por la fórmula de ángulos medios

- a)  $1/2$     b)  $1/3$     c)  $\sqrt{1/2}$     d)  $\sqrt{2}$     e)  $0,86$ .

37) En un cultivo de bacterias, su número en función del tiempo en horas está representado por la fórmula:  $N = 500 \cdot e^{t/20}$ . Calcule su número en 20 horas.

- a) 1.500    b) 1.359    c) 1.000    d) 500    e) 2.000.

38) Que resultado produce la siguiente operación:  $Y = \frac{\text{Sen}(x + 2x) + \text{Sen}^3(x)}{2 \cdot \text{Sen}(2x)}$ .

- a)  $\text{Sen}(x)$     b)  $\frac{3}{4}\text{Sen}(x)$     c)  $\text{Cos}(x)$     d)  $\frac{3}{4}\text{Cos}(x)$     e)  $\text{Tan}(x)$ .

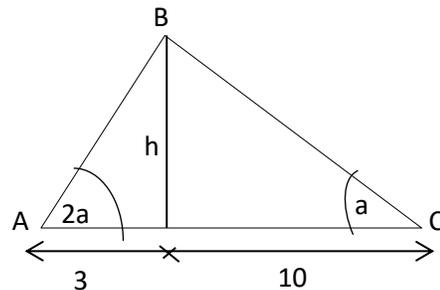
39) Encuentre el valor de "x" que satisface la expresión:  $4^x = (2^2) / (0,25)^3$ . Nota: Use logaritmo base 2.    a) 4    b)  $8/3$     c) 2    d) 3    e) 1.

40) Que resultado produce la siguiente operación:  $y = 0,5 + \text{Cos}(x + \pi/4) \cdot \text{Sen}(x + \pi/4)$ .

- a)  $\text{Sen}^2(x)$     b)  $2 \cdot \text{Sen}(x)$     c)  $\text{Cos}(x)$     d)  $\text{Cos}^2(x)$     e) 2.

41) Del triángulo indicado, ¿Qué valor tiene la "h"?

- a)  $\sqrt{40}$     b)  $\sqrt{60}$     c) 7    d) 6    e) 8.



42) ¿Cuál es el perímetro de un triángulo isósceles cuya área es de 75 Pies<sup>2</sup>, y su altura son 10'?

- a) 40 Pies    b) 50 Pies    c) 25 Pies    d) 46 Pies    e) Ninguna de estas.

43) Del triángulo mostrado en el problema 41, halle:  $\text{Cos}(a)$ , con los datos mostrados.

- a)  $\sqrt{6/10}$     b)  $\sqrt{3/10}$     c)  $\pi/4$     d)  $0,866$     e)  $\sqrt{5/7}$

44) Un estudiante mira un mango en un árbol con elevación de  $60^\circ$ , si se aleja 5 metros la elevación es de  $45^\circ$ , ¿Qué altura tiene el árbol?

- a)  $5/\text{Sen}15^\circ$     b)  $\left(\frac{\sqrt{150}}{4 \cdot \text{Sen}15^\circ}\right)$     c) 20    d)  $3\sqrt{6}$     e) 17.

45) Si en un triángulo rectángulo el valor del Coseno de uno de sus ángulos internos es de 0,28 ¿Entonces el Coseno del otro ángulo complementario, es?

- a) 0.8      b) 0,5      c) 0,96      d) 0.86      e) 0.707

46) En un triángulo isósceles de base 5 metros. Calcule su perímetro si su ángulo no común es de  $32^\circ$ . a)  $85/5$     b)  $85/2$     c) 25    d)  $160/7$     e) 35.

47) La expresión:  $y = (\text{Sen}^2 x + 1)(1 + \text{Ctan}^2 x)$  es, igual a:

- a) 1      b)  $\text{Sen}^2(x)$       c)  $\text{Cos}^2(x)$       d)  $1 + \text{CSec}^2(x)$ .

48) Encuentre el valor de "x" que satisface la expresión:  $125 = (25^x) / (0,2)^2$ .

- a)  $1/2$     b) 2    c) -2    d)  $-1/2$     e) 0.

49) ¿Cuántos radianes hay en 540 grados? a)  $2\pi$     b)  $3\pi$     c)  $\pi$     d) 9    e) 9,5.

50) Si el resultado de la  $\text{Sec}(x) = 5$ , y la  $\text{Tan}(x) = 3$ . Calcule el  $\text{Cos}(2x)$ .

- a)  $1/25$       b)  $-1/25$       c)  $-8/25$       d)  $8/25$       e)  $-14/25$ .

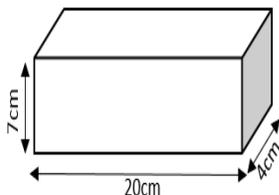
51) Del problema anterior, número 50. Calcule el valor de  $\text{Sen}(2x)$ .

- a)  $5/6$       b)  $-5/6$       c)  $-6/5$       d)  $6/5$       e) 1.

### 13) VOLÚMENES Y SUS CÁLCULOS

Vivimos en un mundo tridimensional, todos los objetos y cuerpos a nuestro alcance tienen un volumen, como hasta ahora se vieron figuras en dos dimensiones dibujadas en un papel o en una pizarra; manejar para conocer los volúmenes básicos con sus derivados es una habilidad necesaria para ser estudiante universitario; de hecho, los volúmenes sus proyecciones, constitución y sus vistas, son tema importante en el pensamiento abstracto.

El volumen básico es el paralelepípedo o rectángulo con la dimensión de la profundidad, véase el ejemplo siguiente. Su volumen es:  $V = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = 20 \times 4 \times 7 = 560 \text{ cm}^3$ . El paralelepípedo de lados iguales; volumen es:  $V = L^3$ . Se llama "Cubo". Y su diagonal mayor interna es:  $D = L \cdot \sqrt{3}$ .

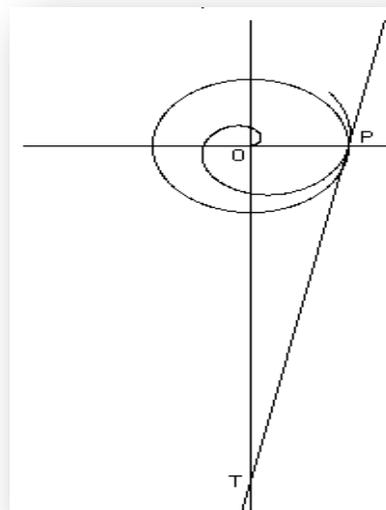


Los volúmenes son conocidos por sus vértices o puntos donde coinciden las "Aristas", o líneas que unen los vértices encerrando las "Caras" como superficies de área; de tal forma que, los paralelepípedos tienen: seis caras, ocho vértices y 12 aristas. Se llama poliedro a todo volumen con más de estas caras.

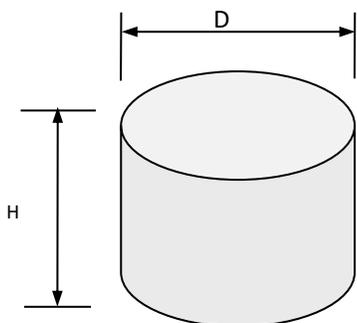
Los poliedros son "Convexos" cuando todas sus caras se pueden apoyar en un plano y "Cóncavos" cuando no, los primeros 4 poliedros son: el Tetraedro, con cuatro caras triangulares; la Pirámide, desde cuatro a más caras triangulares con una base no triangular y los prismas con dos bases congruentes y variadas caras. Por ejemplo las Pirámides de Egipto tiene base cuadrada, con volumen:  $V = (1/3) \cdot (\text{Base}) \cdot (\text{Altura}) = (1/3) \cdot L^2 \cdot h$ . Con "L" el lado de la base.

Todo poliedro convexo cumple con la fórmula de "Euler", donde las aristas son igual al número de caras más el número de vértices menos dos; es decir, la fórmula que relaciona es:  $A = C + V - 2$ . Aceptando siempre que, todo cuerpo tendrá su fórmula de volumen, y de la superficie de sus caras.

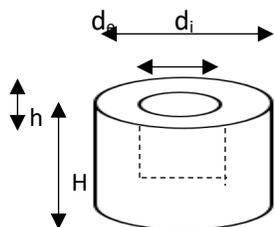
En los paralelepípedos la llamada diagonal mayor, o mayor distancia entre los vértices opuestos en su interior, es una doble hipotenusa que da como resultado la siguiente ecuación para esta distancia:  $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ , donde a, b y c son los lados respectivos del paralelepípedo. Ahora los volúmenes llamados "Redondos" por su capacidad de rodar, también llamados cuerpo de revolución, fueron desarrollados por "Arquímedes"; con el espiral que lleva su nombre. Este genio antiguo, dedujo el área de un círculo y con éste, el volumen de un Cilindro:  $V = \pi \cdot h \cdot r^2$  ó  $V = \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot D^2$ , (ver el



esquema de un cilindro macizo), a partir de este, dedujo el volumen de un Cono equivalente a la tercera parte del volumen de un cilindro:  $V = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot r^2$  ó  $\frac{\pi}{12} \cdot h \cdot D^2$ . El volumen de una Esfera equivalente a 2/3 del volumen de un Cilindro, con la particularidad de que la altura es igual al radio, (esfera máxima inscrita), queda como:  $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$  ó  $V = \frac{\pi}{6} D^3$

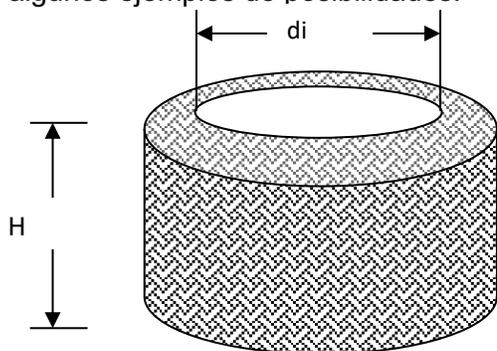


Por supuesto habrá y hay, piezas de volúmenes combinados, es decir piezas de volúmenes “huecos” o sin una “parte” representados por un volumen menos otro u otros volúmenes; en este caso se combinan sus ecuaciones hasta lograr la fórmula deseada, estos volúmenes pueden ser el paralelepípedo hueco, el cilindro y la esfera hueca, o semi-huecos, donde se deben conocer ambos diámetros y ambas dimensiones o “alturas”. Veamos algunos ejemplos de posibilidades.

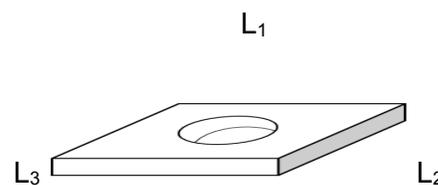


**Cilindro Semi hueco**

$$V = \frac{\pi}{4} (Hde^2 - hdi^2).$$



**Cilindro hueco**  $V = \frac{\pi}{4} H (de^2 - di^2)$



**Paralelepípedo menos cilindro**

$$V = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 - \left( \frac{\pi}{4} \cdot L_3 \cdot di^2 \right)$$

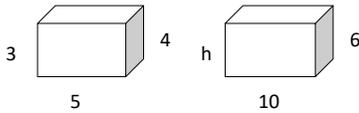
Una pieza conocida desde la antigüedad es la llamada “Cuenta” o esfera menos un cilindro, usada en los llamados “Abacos” o primeras herramientas de cálculo para operaciones con números reales; la fórmula de una esfera atravesada por un cilindro es:  $V = \left( \frac{\pi}{6} \cdot D^3 - \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot di^2 \right)$ , en donde la altura del cilindro es el diámetro de la esfera. El mundo de los volúmenes pasa por el tema de las conversiones de diferentes magnitudes que expresan el contenido de un volumen dado, en especial de los líquidos. Por ejemplo, en nuestro sistema de medición, llamado “Internacional” un litro es la medida equivalente a 1000 mililitros (ml), o 1000 centímetros cúbicos (cc). Igual a la milésima parte del llamado metro cúbico  $m^3$ ; que contiene 1000 litros y un millón de  $cm^3$ . Luego en el sistema, “Ingles” un  $pies^3$  es igual a 7,49 Galones y 1.728  $pulg^3$  de volumen; de hecho, entre ambos sistemas la conversión de su medida oficial es que por cada  $m^3$  hay 35,34  $pies^3$ .

### 13.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Si un cubo de cobre tiene por volumen  $8 \text{ cm}^3$ . Calcule cuanto miden sus aristas

**Respuesta:** Todo cubo tiene lados iguales, volumen:  $V = L^3 = 8$ .  $\rightarrow$  Que cada arista es de:  $\sqrt[3]{8} = 2 \text{ cm}$ .

b) Si los volúmenes de estas cajas son iguales, ¿Cuánto debe medir la arista “h”?



**Respuesta:** La primera caja tiene un volumen =  $3 \times 5 \times 4 = 60 \text{ U}^3$

Y la segunda caja:  $h \times 10 \times 6 = 60$ .  $\rightarrow$  Que la arista  $h = 60/60 = 1$ .

c) Cual es el volumen de una pirámide cuya base tiene por lado su misma altura, de tres metros

**Respuesta:** La base es el cuadrado del lado:  $L^2 = 9 \text{ mts}^2$ . El volumen es:  $V = (1/3) \cdot 9 \cdot 3 = 9 \text{ mts}^3$ .

d) Cuantas aristas tiene un prisma regular formado por dos pirámides unidas por la base, con seis vértices y ocho caras, (llamado Octaedro).

**Respuesta:** Con la fórmula de Euler, se tiene que:  $A = \text{Caras} + \text{Vértices} - 2$ .  $\rightarrow A = 8 + 6 - 2$ .

El prisma llamado doble pirámide, tiene **12 aristas**.

e) ¿Cuál es el volumen de un cilindro hueco de altura 6 centímetros, diámetro externo de dos centímetros, con diámetro interno de un centímetro?

**Respuesta:** Su volumen es:  $V = \pi/4(6) [2^2 - 1] = 4,5\pi \text{ cm}^3$ .

f) Calcule el volumen de un paralelepípedo de lado cuadrado en 4 Pulgadas con fondo de 2 pulgadas, si tiene un hueco cilíndrico completo de diámetro igual a una pulgada.

**Respuesta:** El paralelepípedo es de volumen  $V_p = 4^2 \times 2 = 32 \text{ pulg}^3$ . Luego el cilindro tiene por altura el fondo del paralelepípedo; es decir su volumen es:  $V_c = \pi/4 \cdot (2)(1) = \pi/2 \text{ pulg}^3$ . Luego el volumen de la pieza es:  $V = (32 - \pi/2) \text{ pulg}^3$ .

g) Hallar el volumen de un Cono inscrito dentro de un cilindro de altura y diámetro igual a 6 centímetros.

**Respuesta:** Con la altura igual al diámetro,  $D = h$ ), la fórmula del volumen de un Cono queda como:

$$V = \pi/12 \cdot D^3 = \pi/12 \cdot (6)^3 = 18\pi \text{ o } 56,549 \text{ cm}^3.$$

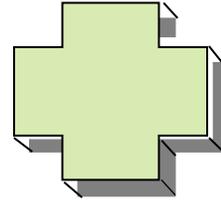
h) Del problema anterior considere que el Cono fue cortado transversalmente a la mitad, en donde su diámetro es de 4 centímetros, y calcule el volumen de la base.

**Respuesta:** Es decir el Cono no tiene su “pico”, entonces con una altura de solo 3 centímetros el volumen de esta parte es:  $V = \pi/12 \cdot h \cdot D^2 = \pi/12 \cdot (3)(4)^2 = 4\pi \text{ cm}^3$ . Entonces la parte de la base tiene un volumen de:  $V = (18 - 4)\pi = 14\pi \text{ cm}^3$ .

i) Una “Cuenta” es una pieza de un “Abaco” formada por una esfera atravesada por un cilindro. Calcule este volumen, para 2” de diámetro, con un agujero cilíndrico de 0,25” de radio.

**Respuesta:** El volumen de la esfera es.  $V = \pi/6.D^3 = \pi/6.(2)^3 = 4/3\pi$  Pulg<sup>3</sup>; luego el cilindro tiene por diámetro 0,5 pulgadas y una altura igual al diámetro de la esfera, (atraviesa completo). Esto significa que el volumen del cilindro es:  $V = \pi/4.(2).(0,5)^2 = \pi/8$  Pulg<sup>3</sup>.

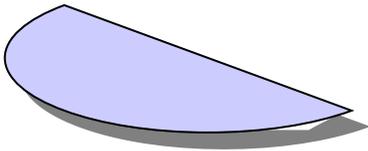
Luego el volumen de la “Cuenta” es:  $V = (4/3 - 1/8) \pi = (29/24)\pi = 3,8$  pulg<sup>3</sup>.



j) La siguiente figura en forma de “Cruz” tiene de lado en sus puntas tres centímetros, y en sus esquinas lados de 2 centímetros. Calcule su volumen si su profundidad o espesor es de 1,5 centímetros.

**Respuesta:** Considerando la figura como un gran cuadrado menos sus cuatro esquinas, este cuadrado sería de  $3 + 2 + 2$  cm de lado, su área es de  $L^2 = 7^2 = 49$  cm<sup>2</sup>; cada esquina es en sí un cuadrado de lado igual a dos centímetros. Es decir, de área 4 cm<sup>2</sup> cada una. Entonces el área de la “Cruz” es de  $49 - 16, = 33$  cm<sup>2</sup>. Luego el volumen, es esta área por su espesor;  $V = 33 \times 1,5 = 49,5$  cm<sup>3</sup>.

### 13.b) 10 Ejercicios propuestos

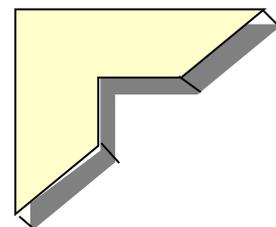


a) Considere la figura un semi-círculo de radio 5 metros y espesor 5 centímetros, calcule su volumen en m<sup>3</sup>.

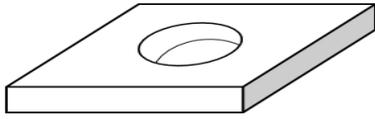
b) Cual es el volumen de una “Cuenta” de radio 3”, cuando el “hueco” es de radio de una pulgada.

c) Cual es el volumen de un Cono de altura 3 cm. Si su ángulo de apertura con la vertical es 30°.

d) La siguiente figura, es un triángulo rectángulo Isósceles de lado 4 Pies, si el triángulo menor es equivalente de valor, a la cuarta parte. Calcule el volumen de la pieza, si su espesor es de 2 pies.



e) Si un cubo de hierro de  $55\pi$  cm<sup>3</sup> se funde, y con este material se fabrica una esfera, calcule de cuánto será su diámetro.



f) ¿Cuál es el volumen de esta pieza? Si tiene por lado 4 cm, su altura es de 0,5 cm, y el diámetro del cilindro es de 2 cm.

g) Cual es el volumen de un cilindro de altura igual a su radio de 7", si está perforado a la mitad por un hueco cilíndrico total, de radio igual a 3".

h) Calcule el volumen de una pirámide de base  $44 \text{ m}^2$  y de altura 3 metros.

i) Cual es el número de caras de la "Cruz" que aparece en la letra (j) de la sección de ejercicios 8.b, si sus vértices son 24, y sus aristas 36.

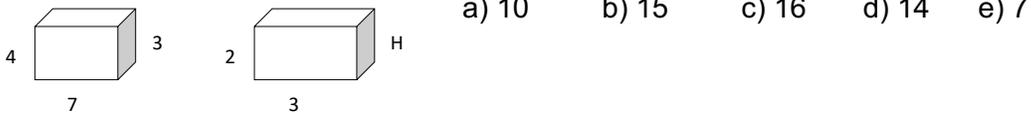
j) Si a un paralelepípedo de lados: 3, 4 y 5 centímetros se le hace una perforación cuadrada de 2 centímetros de lado por una de las caras de  $4 \times 5$  centímetros. Calcule su volumen.

**13.c) 50 Ejercicios tipo prueba a opciones**

1) Si un cubo tiene por diagonal mayor, tres metros ¿Cuál es su volumen en  $m^3$ ?

- a)  $\sqrt{29}$     b)  $\sqrt{27}$     c) 27    d) 9    e) 5

2) Si los volúmenes de las dos cajas son iguales, ¿Entonces el lado “H” es?



- a) 10    b) 15    c) 16    d) 14    e) 7

3) Un prisma llamado “Icosaedro” tiene 20 caras y 12 vértices, ¿Cuántas aristas tiene?

- a) 32    b) 25    c) 45    d) 60    e) 30

4) Cual es el volumen de un Cono de altura 6 m. Si su ángulo de apertura con la vertical es de  $45^\circ$ . a)  $72\pi$     b) 72    c) 216    d)  $36\pi$     e) Ninguna

5) Cual es el volumen de una “Cuenta”, diámetro 4”, donde el “hueco” es de radio de 1,5”.

- a)  $3\pi$     b) 9    c) 10,667    d)  $1,6667\pi$     e) Ninguna de estas

6) ¿Cuál es la diagonal de un paralelepípedo de lados 2, 4, y 6 centímetros?

- a) 8    b) 7    c) 7,483    d) 9    e) 7,667

7) Si al paralelepípedo del ejercicio anterior se le hace un agujero de radio un centímetro, el cual atraviesa sus caras de  $2 \times 4$  centímetros, calcule su volumen.

- a)  $48 - 6\pi$     b) 42    c)  $21\pi$     d)  $42\pi$     e) 44

8) ¿Cuál será el volumen de una “Cruz” en donde todas sus aristas son de dos centímetros?

- a)  $38 \text{ cm}^3$     b)  $27 \text{ cm}^3$     c)  $42 \text{ cm}^3$     d)  $40 \text{ cm}^3$     e)  $48 \text{ cm}^3$

9) ¿Cuál es el lado de la base de una pirámide? Si su altura es 6 metros y su volumen es de  $128 \text{ m}^3$ . a) 7    b) 8    c) 6    d) 9    e) 10

10) ¿Cuál es el volumen en centímetros cúbicos, de una moneda de diámetro 3 centímetros y espesor 4 milímetros? a)  $0,9\pi$     b) 4    c) 3    d)  $0,3\pi$     e)  $0,4\pi$

11) ¿Cuál es el volumen de un cilindro semi-hueco de diámetros 6 y 2 centímetros con alturas de 10 y 2 centímetros? a)  $72\pi$     b)  $72\pi$     c)  $21\pi$     d)  $88\pi$     e) Ninguna.

12) Si una esfera de cobre de  $343 \text{ cm}^3$  de volumen se funde, con este material se fabrica un paralelepípedo, de dos lados iguales a 3,5 centímetros. ¿Calcule la longitud del siguiente lado?  
a) 28    b) 49    c) 7    d) 14    e) Ninguna de estas

13) Encuentre el volumen de un Cono de altura 4", con diámetro 3", en  $\text{pulg}^3$ .  
a)  $2\pi$     b)  $3\pi$     c)  $2,5\pi$     d)  $8\pi$     e)  $\pi$ .

14) Del problema anterior considere que al Cono se le corta una "punta" de 2 centímetros de alto, en donde su diámetro es de 2 centímetros, calcule el volumen de la base.  
a)  $7/3\pi$     b)  $7/4\pi$     c)  $2\pi$     d)  $1,5\pi$     e)  $5/3\pi$

15) Una cuña de puerta, (mitad triangular de un paralelepípedo), tiene 10 cm de base, 3 cm de fondo, con inclinación de  $30^\circ$ . ¿Cuál es su volumen?  
a)  $50 \cdot \sqrt{3}$     b) 50    c)  $10 \cdot \sqrt{3}$     d)  $5 \cdot \sqrt{3}$     e) Ninguna

16) Un bombón es una esfera de chocolate de una pulgada de diámetro, si en su centro hay una almendra de  $1/2$ " de diámetro. ¿Diga cuál es el volumen de chocolate en  $\text{pulg}^3$ ?  
a)  $0,2\pi$     b)  $0,3\pi$     c)  $0,5\pi$     d)  $0,8\pi$     e)  $0,146\pi$

17) Un lápiz fino tiene una altura de 15 cm con un diámetro de medio centímetro, si además tiene una punta cónica de 2 centímetros, de largo. Calcule cuál es su volumen total en  $\text{cm}^3$ .  
a)  $6\pi/8$     b)  $20\pi/24$     c)  $47\pi/48$     d)  $24\pi/87$     e)  $\pi$

18) La densidad de un ciudadano, (relación de la masa y el volumen de un cuerpo:  $\rho = m/V$ ), es de  $0,92 \text{ Grs/cm}^3$ . Si su masa es de 80 kg. Calcule su volumen en  $\text{m}^3$ .  
a) 0,057    b) 0,067    c) 0,078    d) 0,087    e) 0,097

19) Si se considera a la Tierra y a la Luna como esferas, de radios: 6,4 y  $1,7 \times 10^6 \text{ m}$ , respectivamente. ¿Diga cuantas veces la Tierra es mayor a la Luna?  
a) 30    b) 50    c) 40    d) 53    e) 45

20) ¿Que espesor tiene un disco de CD, si su volumen es de  $11,31 \text{ cm}^3$  con un diámetro de 12 centímetros?    a) 0,2    b) 0,3    c) 0,5    d) 0,4    e) 0,1

21) ¿Cuántos vasos de 200 mililitros se pueden llenar desde un recipiente con 5 litros de jugo de Fresas?    a) 20    b) 25    c) 30    d) 52    e) 40

- 22) Si una pirámide cuadrada de base  $144 \text{ cm}^2$  se pica a la mitad de su altura de 10 cm, ¿Cuál es el volumen de la pirámide superior, en  $\text{cm}^3$ ? a) 60 b) 36 c) 80 d) 50 e) 120
- 23) En consideración al problema anterior, ¿Cuál es la relación en “veces” entre los dos volúmenes que quedan al picar la pirámide por la mitad de su altura?  
a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10
- 24) El área de un pentágono se puede aceptar como  $1,72$  por su lado al cuadrado,  $A = 1,72L^2$ . ¿Cuál es el volumen en  $\text{cms}^3$ , de un prisma de 7 caras? Con Lado 5 Cms y altura 4 Cms.  
a) 172 b) 100 c) 72 d) 86 e) 60
- 25) ¿Cuál es el volumen de un prisma de cinco caras? De base triangular equilátera de lado “L”, si su altura es igual a 4 unidades. a)  $\sqrt{3}L$  b)  $\sqrt{3}L^2$  c)  $L \cdot \sqrt{3}$  d) 64 e)  $\sqrt{3}L^4$
- 26) Un cuñete de pintura tiene cinco galones, calcule en litros esté volumen.  
a) 17,92 b) 18,92 c) 17 d) 16 e) 20
- 27) Que volumen tiene un disco de 12 centímetros de diámetro y espesor un milímetro, si tiene un espacio central vacío de 2 centímetros de radio  
a) 11 b) 10 c)  $3,2\pi$  d)  $2\pi$  e) 9
- 28) Una pelota de Softball tiene un radio de 6 centímetros, ¿Cuántas se requieren para que su volumen sea de “ $\pi$ ” litros? a) 4,72 b) 9 c) 5 d) 3,47 e) 4,6
- 29) Que volumen tiene una tubería de 12 pulgadas de largo, de media pulgada de diámetro externo y de espesor  $1/20$  de pulgada.  
a)  $0,27\pi$  b)  $\pi/10$  c) 0,31 d)  $0,4\pi$  e) Ninguna
- 30) Un paralelepípedo tiene dos lados de 2 y 3 centímetros, respectivamente; si su diagonal mayor es de  $\sqrt{29}$  diga cuál es su volumen. a) 22 b) 10 c) 18 d) 24 e) 20.
- 31) Un rollo de tela tiene 100 m. de largo, 75 Cms. de ancho y un milímetro de espesor. Calcular el espesor de otra tela del mismo volumen, cuya área total extendida es de  $50 \text{ mts}^2$ .  
a) 1,5 mm b) 1,2 mm c) 1.8 mm d) 2,0 mm e) 1,1 mm.

**32) El largo de un paralelepípedo es igual a su alto, y su profundidad es la mitad; con un recorrido perimetral por todas sus aristas de 20 Cms. Hallar su volumen, en centímetros cúbicos. a) 5 b) 6 c) 8 d) 4 e) 9.**

**33) Un relleno de tierra caliza de 2 metros de alto, tiene un área donde el largo es 30 metros más que su ancho. Calcule este lado, en metros, si su volumen total es de 4.550 metros cúbicos. a) 45 b) 64 c) 38 d) 34 e) 35.**

**34) Una lámina de cartón mide 20 pulgadas de lado. En cada vértice se cortan cuadriláteros de 5 pulgadas. Al doblarla se forma una caja abierta, ¿Que volumen tendrá? a) 300 b) 400 c) 500 d) 200 e) 350.**

**35) El volumen de un cubo es de  $64 \text{ Cms}^3$ . Si una esfera tiene por diámetro el tamaño de una arista de ese cubo, ¿Cuál es su volumen, en CC? a) 35 b)  $10,67\pi$  c)  $8\pi$  d)  $6\pi$  e) 32.**

**36) La longitud, el alto y la profundidad de un paralelepípedo son: L, A y P respectivamente. Si cada uno se aumenta en "b" unidades, ¿En cuánto se incrementa el recorrido por todas sus aristas? a)  $10b$  b)  $6b$  c)  $12b$  d)  $20b$  e)  $2b^3$ .**

**37) Un latón mide 14 centímetros de lado. En cada vértice se cortan cuadriláteros de 2 centímetros de lado. Al doblarla se forma una caja abierta, ¿Que volumen tiene, en centímetros cúbicos? a) 329 b) 440 c) 380 d) 200 e) 300.**

**38) ¿Cuál es el volumen de una pirámide cuya base tiene por cada lado, la mitad de su altura, de seis pies? a) 18 b) 9 c) 12 d) 16 e) 10.**

**39) Cuál es el volumen del paralelepípedo que contiene a la pirámide del problema anterior, ¿En su parte sin el volumen de la pirámide? a) 54 b) 18 c) 36 d) 60 e) 48.**

**40) ¿Cuál es el volumen de un cilindro semi hueco de alturas 4 y 2 centímetros, con diámetros de 3 y 2 centímetros, respectivamente? a) 22 b) 30 c)  $8\pi$  d)  $10\pi$  e)  $7\pi$ .**

**41) Cual es el volumen de un paralelepípedo de lados: 4, 5, 6 pulgadas respectivamente, si lo atraviesa por su mayor lado un hueco de 5 pulgadas cuadradas. a) 90 b) 115 c) 85 d) 120 e) 48.**

42) Hallar el volumen de un fluido que se vierte dentro de un cilindro de altura y diámetro iguales en 6 centímetros, si allí se encuentra insertado un cono macizo desde su base.

- a) 216    b)  $36\pi$     c)  $54\pi$     d)  $72\pi$     e) Ninguna.

43) ¿Cuál es la base circular de un “Cono” de volumen 200 CC? Si su altura es de 12 centímetros.

- a)  $100 \text{ Cms}^2$     b)  $50 \text{ Cms}^2$     c) Ninguna    d)  $16,667\pi \text{ Cms}^2$     e)  $144 \text{ Cms}^2$ .

44) Calcule el volumen total de una “Cuenta”, de radio 1 pulgadas, con un agujero interno de diámetro en una pulgada.    a) 2    b)  $1,3\pi$     c)  $0,5\pi$     d)  $0,8333\pi$     e) 3.

45) Una extraña moneda suramericana tiene de espesor 4 milímetros, con 4 centímetros de diámetro, y una perforación circular en su centro de un centímetro, de diámetro ¿Calcule su volumen, en centímetros cúbicos?    a) 16    b)  $1,5\pi$     c)  $1,6\pi$     d)  $0,5\pi$     e) 1,6.

46) Del problema anterior, calcule la masa en gramos de esa moneda, si su densidad se estima en  $9 \text{ Grs/Cms}^3$ , (algo mayor al cobre).

- a) 44,4 Grs    b) 36 Grs    c) 54 Grs    d) 24 Grs    e) 42,4 Grs.

47) Un trapecio no simétrico tiene por altura 13 centímetros y de lados 10 y 15 centímetros respectivamente. Calcule su volumen en C.C para un espesor de 8 milímetros.

- a) 130    b) 136    c) 150    d) 240    e) 140.

48) Cuál es el volumen en C.C. ¿De las hojas A4 de una resma de papel? Donde cada hoja tiene  $240 \times 200 \text{ mm}^2$ , y el espesor de cada hoja, se estima de 0,2 milímetros.

- a) 4.440    b) 3.600    c) 5.400    d) 4.800    e) 4240.

49) Un pie cúbico de volumen puede contener 7,49 galones, ¿Cuántos pies cúbicos tiene una Caneca de pintura de 5 galones?    a) 0,668    b) 0,368    c) 0,548    d) 37,45    e) 0,888.

50) Se ha promediado en el cuerpo de una persona, que su volumen es de  $1/9 \text{ mts}^3$ , si su masa es de 90 kilos, ¿Cuál es la densidad de esta persona?

- a)  $780 \text{ Kg/m}^3$ .    b)  $880 \text{ Kg/m}^3$ .    c)  $0,72 \text{ Grs/Cms}^3$ .    d)  $8,1 \text{ Kg/Cms}^3$ .    e)  $0,81 \text{ Grs/Cms}^3$ .

## TERCERA PARTE: “RAZONAMIENTO ABSTRACTO” TEMAS

### 14) SERIES Y SUCESIONES DE FIGURAS

Las series y sucesiones de figuras, abarca todo lo relacionado con: las vistas, giros, movimientos, posiciones, igualdad o diferencia, en figuras planas; así como las matrices con analogías por relación. Es en sí un componente de inicio en el pensamiento abstracto por visión, como habilidad importante de todo estudiante que aspire a la educación superior. Las pruebas con figuras abstractas son usadas a menudo para medir índices de inteligencia, como el conocer de las capacidades individuales de discernir y sintetizar. Los pensamientos de secuencias y comparaciones para visualizar resultados son similares a encontrar la discriminante de una ecuación cuadrática por su igualación a cero, (forma canónica).

Es la abstracción, en su definición de extraer la idea de un conjunto no previamente organizado, uno de los pasos a seguir antes de realizar cualquier síntesis, sea verbal o numérica, como paso para el aprendizaje del individuo ante lo enseñado; de hecho, la abstracción es la base del llamado conocimiento “a priori” o conocer innato por lógica razonada de lo observado.

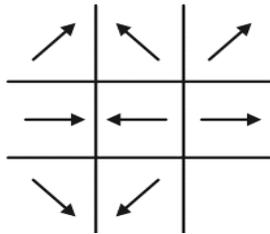
Como se mostró en el tema 6, (Sucesiones y series), en esa oportunidad del tipo verbal, numéricas o mixtas, aquí la idea es precisamente completar para ubicar términos siguientes, faltantes o a distancia, de una serie de figuras en el plano, dentro de una matriz dada; por observación en sus movimientos y formas. El aspecto matricial, no es más que una secuencia arreglada dentro de una distribución de filas con sus columnas.

Algunas definiciones de interés para los arreglos en el pensamiento abstracto son

- 1) **Descarte:** exclusión para el desecho de una opción por su ilógica.
- 2) **Diagonal:** recta que une dos vértices no seguidos, sea en figuras del plano y del espacio.
- 3) **Discriminante:** acción de distinguir entre objetos, por su clase o varianzas: rotaciones, traslaciones, deformaciones controlados, o escalas diferentes en sus tamaños.
- 4) **Giro:** rotación con respecto a la vertical, la horizontal u otra referencia inclinada; a ángulo dado y en sentido conocido; sea en horario o antihorario.
- 5) **Inversión:** giro hacia el sentido opuesto, misma dirección, pero en contradicción.
- 6) **Lógica:** razonamiento basado en la idea primaria sobre la visión del símbolo estudiado.
- 7) **Mezcla:** combinación de elementos, en donde se aprecian los componentes.
- 8) **Relación:** secuencia alfanumérica entre símbolos o figuras.
- 9) **Simetría:** armonía por equilibrio en igualdad de las partes de una figura, con respecto a un eje referencial. Estética por relación igualitaria.
- 10) **Vuelta:** rotación o giro a  $360^\circ$ . La media vuelta sería un giro de  $180^\circ$ .

**14.a) 10 Ejercicios resueltos**

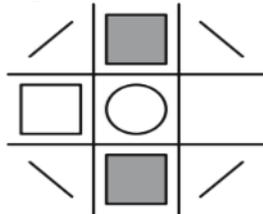
a) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que completa las secuencias



- a)      c)
- b)      d)
- e)

**Respuesta:** La opción correcta es la “a” porque la secuencia en las filas indica una inversión y luego una recuperación.

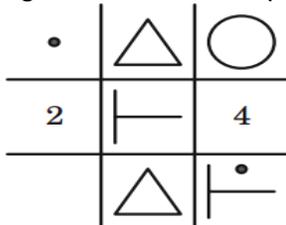
b) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa con sentido



- a)      c)
- b)      d)
- e)

**Respuesta:** Por simetría de la determinante, la opción correcta es la “c”

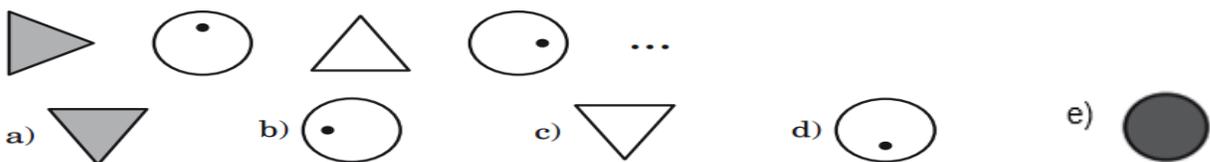
c) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa en visual.



- a) 6      c)
- b)      d)
- e)

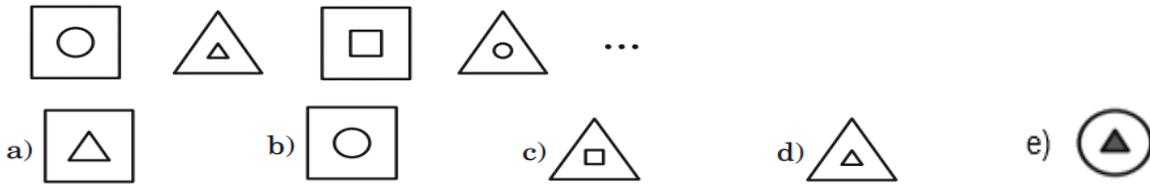
**Respuesta:** Las diagonales de la matriz, culminan con la unión o mezcla de sus figuras, y por otro lado, los números solo aparecen en la fila central; es decir la visual correcta es la letra “c”.

d) Observe y elija la opción que completa la secuencia



**Respuesta:** La figura que sigue es un triángulo, el cual no debe tener un giro completo y debe tener coloración de fondo; es decir por doble lógica la opción correcta es la “a”.

e) Elija las dos siguientes opciones que completan la serie



**Respuesta:** La serie es un alternado entre cuadrados y triángulos externos, en donde la figura interna sigue una secuencia de círculo, triángulo y cuadrado; entonces las dos figuras que pueden continuar son las opciones: "a" y "c".

f) Indique cuál es la figura que no se relaciona con las otras tres



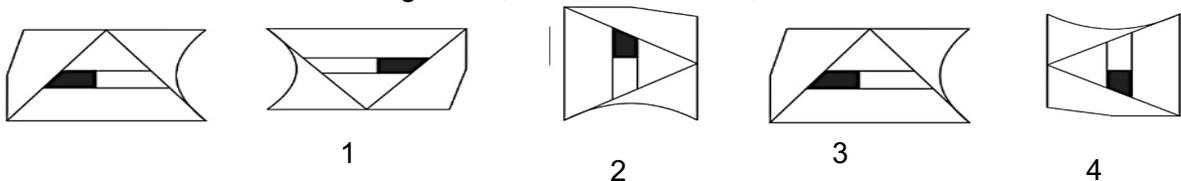
**Respuesta:** Las figuras b, c y d son combinaciones mayor y menor de la misma tipología de cuadrilátero; la opción "a", tiene un cuadrilátero y una circunferencia; entonces es la respuesta.

g) Indique que figura rompe con el esquema principal de todas



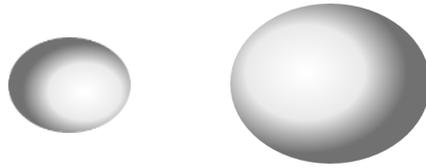
**Respuesta:** Si bien la opción "b" tiene doble diagonal y se diferencia con las opciones "a" y "d"; es la opción "c" la que rompe el esquema principal, por no poseer diagonales.

h) ¿Cuál es el orden correcto si se gira 90°, en sentido horario, la Fig. Siguiete?



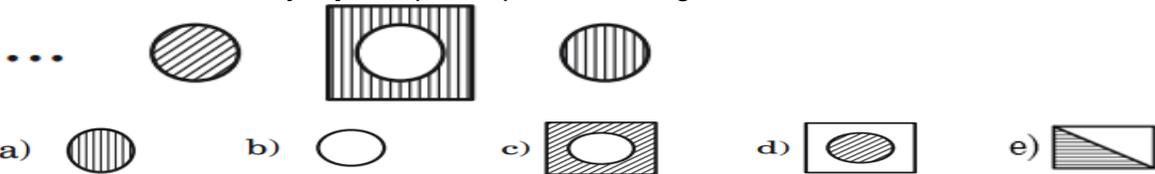
**Respuesta:** El giro a 90° en sentido horario, implica que el lado curvo queda hacia abajo, (forma convexa). Por lo que la opción correcta es la 2.

i) En la siguiente figura se muestran dos esferas. Si el radio de la esfera derecha es el doble que el de la esfera izquierda. ¿Cuál es la relación proporcional de sus volúmenes?



**Respuesta:** La ecuación de una esfera es:  $(4/3) \cdot \pi \cdot (r)^3$ ; entonces cualquier cambio en el radio, es de una potencia al cubo. Luego si el radio es el doble la proporción, esto implica de:  $(2 \cdot r)^3 = 8$  veces  $r^3$ .

j) Observe atentamente y elija la opción que inicia la siguiente serie



**Respuesta:** Debe ser un cuadrado con un círculo interno, luego como en toda serie los elementos "Cambian". Entonces la opción correcta es la letra "d".

### 14.b) 10 Ejercicios propuestos

a) De la siguiente distribución de figuras, ¿Cuales tienen 4 caras iguales solamente?

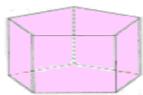


Figura 1

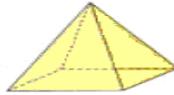


Figura 2



Figura 3

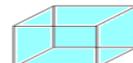
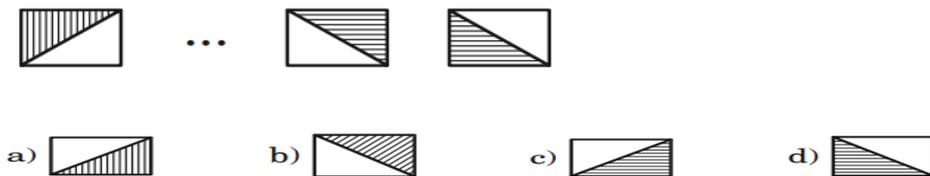


Figura 4



Figura 5

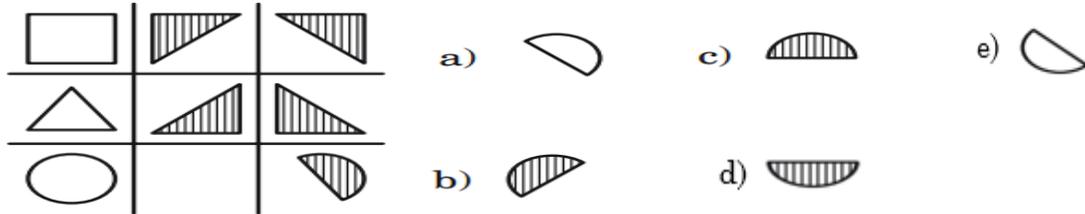
b) Observe y elija la opción que completa la serie, el segundo término de los cuatro



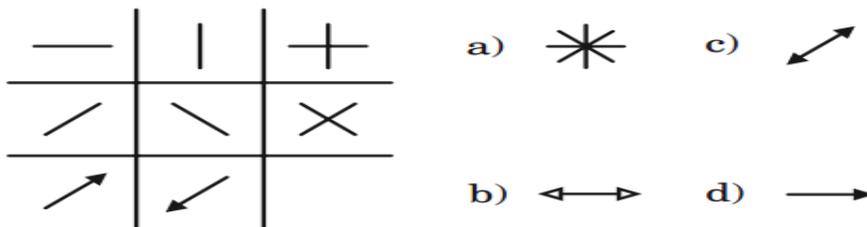
c) Elija la opción que completa la secuencia



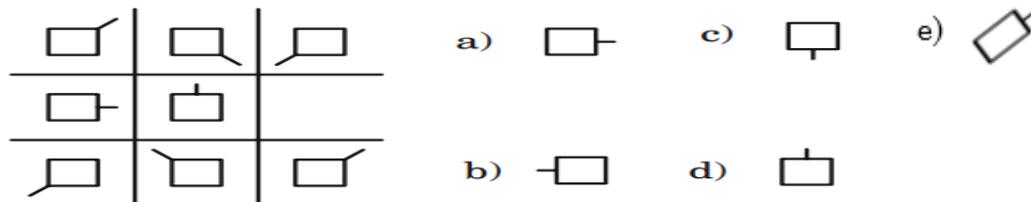
d) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que completa la fila tres, columna 2



e) En la siguiente determinante indique cuál es la opción que falta



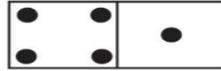
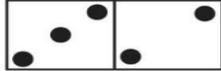
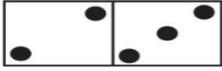
f) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa



g) Indique cuál es la figura que no se relaciona con las demás.



h) ¿Cuál pieza del Domino corresponde en la casilla que sigue?



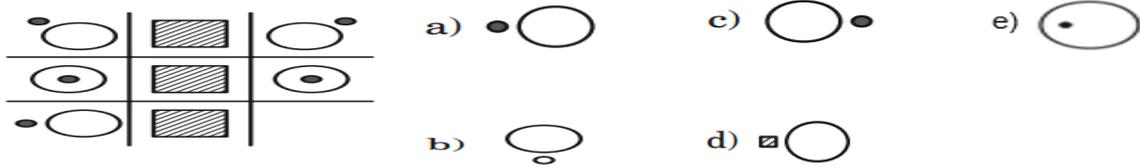
i) De la siguiente serie ¿Cuál es la figura de la novena casilla



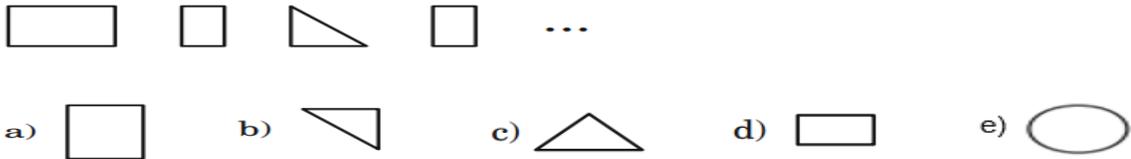
j) De la siguiente determinante, por lógica identifique la figura faltante, (Fila 3; Columna 3).


**14.c) 31 Ejercicios tipo prueba a opciones**

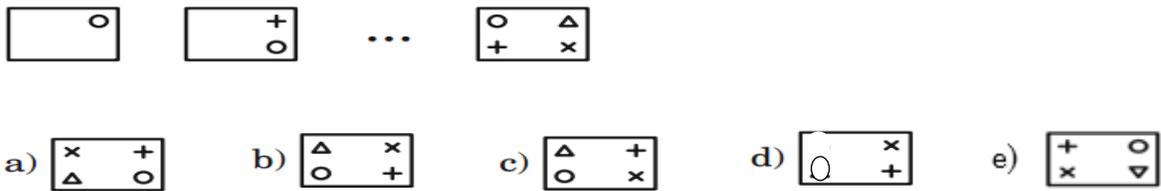
1) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa



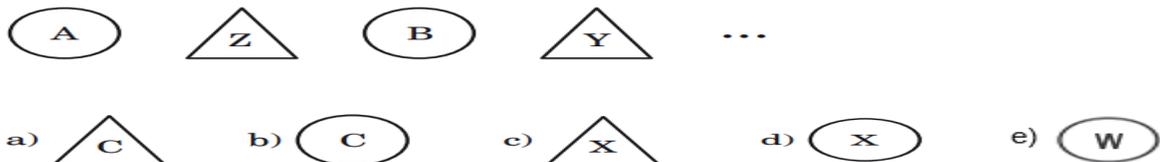
2) Observe y elija la opción que completa la serie



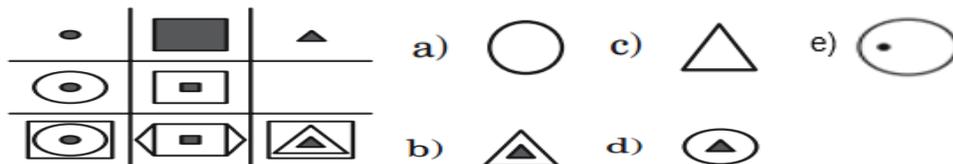
3) Observe atentamente y elija la opción que completa el tercer término de la serie



4) Observe atentamente y elija la opción que completa la secuencia



5) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa adecuadamente



6) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que completa la casilla (2, 1)

	/	—	a) /	c) △	e) □
⊕	□	◇	b) ○	d) ▽	

7) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que la completa

⬢	⬢	⬢	a) ⬢	c) ⬢	e) ⬢
⬢	⬢	⬢	b) ⬢	d) ⬢	

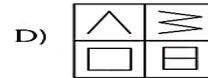
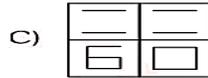
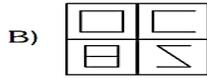
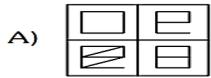
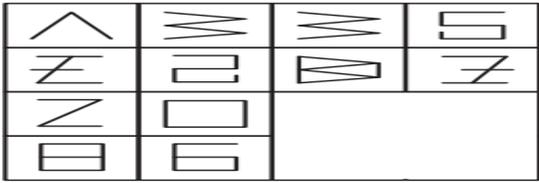
8) En la siguiente matriz indique cuál es la opción que completa la esquina inferior

○	○	○	a) △ □	c) △ △	e) □
□	□	□	b) △ △	d) △ △	

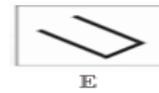
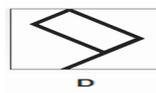
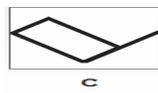
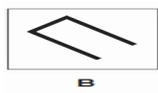
9) Observe y elija la opción que completa la décima casilla



10) En el siguiente grupo de matrices, dos por dos, indique cuál es la faltante



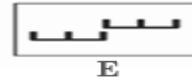
11) En la siguiente secuencia, diga que cuadro continuo



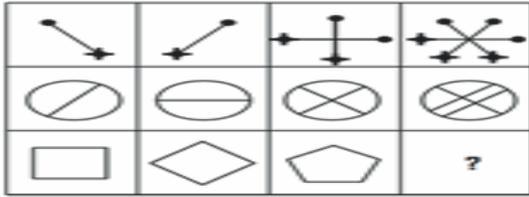
12) Observe atentamente y elija la circunferencia faltante



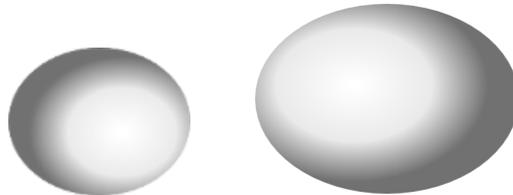
13) Siga la secuencia en el siguiente determinante, encuentre la figura de la esquina



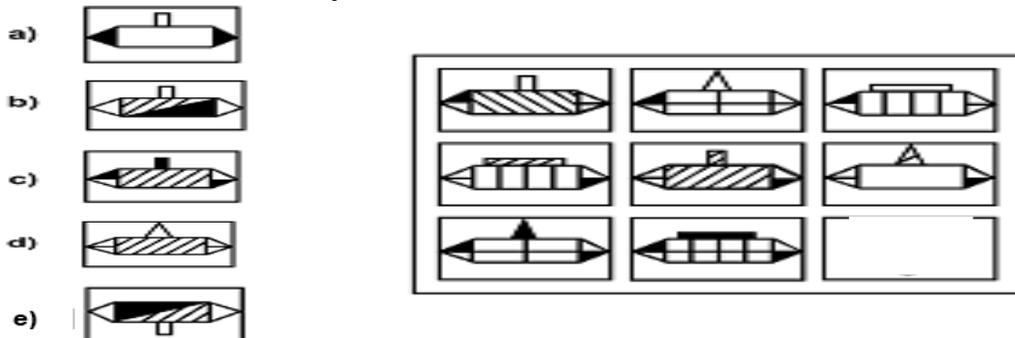
14) En la siguiente matriz 4\*4, encuentre la figura lógica de la esquina inferior derecha



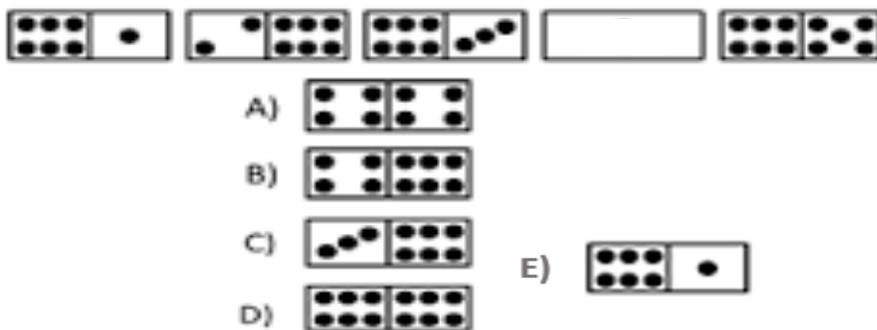
15) En la figura se muestran dos esferas. Si el radio de la esfera mayor es 1,5 veces el de la menor. ¿Cuál es la relación entre sus volúmenes? a) 4,375 b) 3,15 c) 1,55 d) 3,375



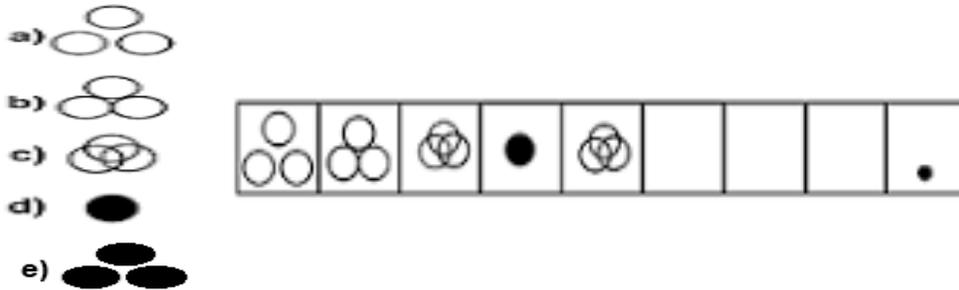
16) ¿Cuál de las alternativas reemplaza, a la casilla inferior derecha?



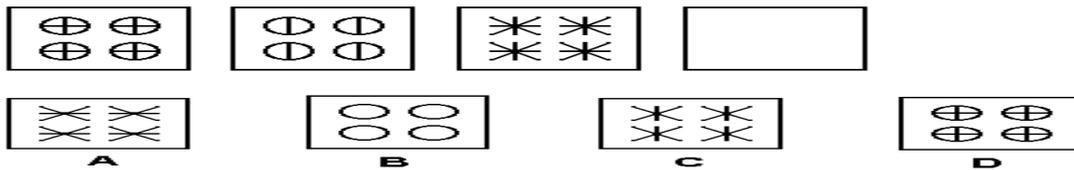
17) ¿Cuál pieza del domino falta en la secuencia?



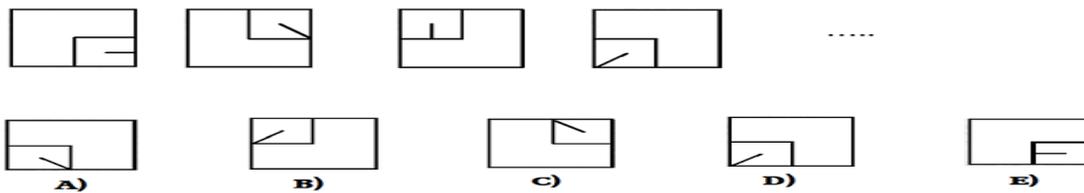
18) ¿Cuál de las alternativas, es la correcta para la novena casilla?



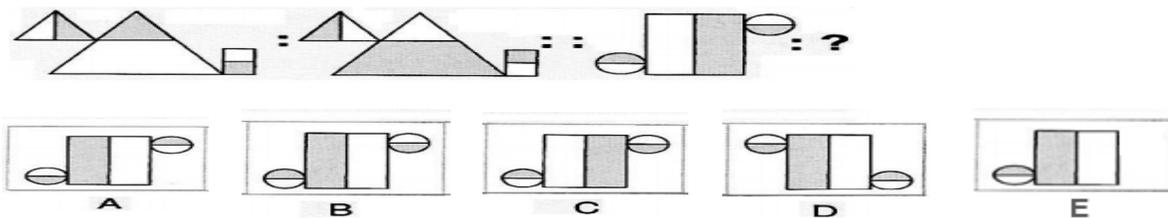
19) ¿Diga que figura se corresponde en la secuencia?



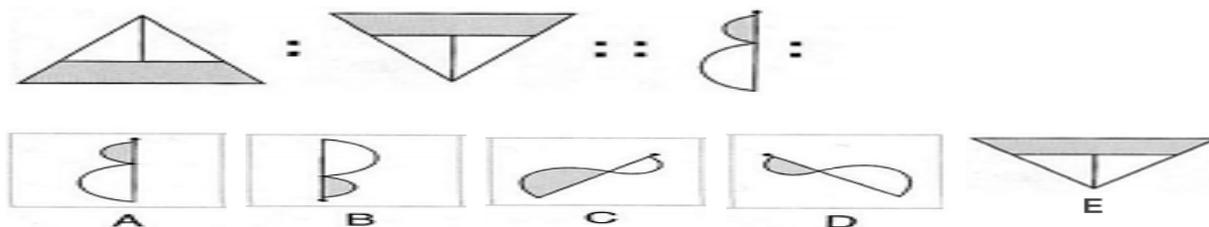
20) ¿Cuál es la quinta figura rectangular que guarde la lógica de la secuencia?



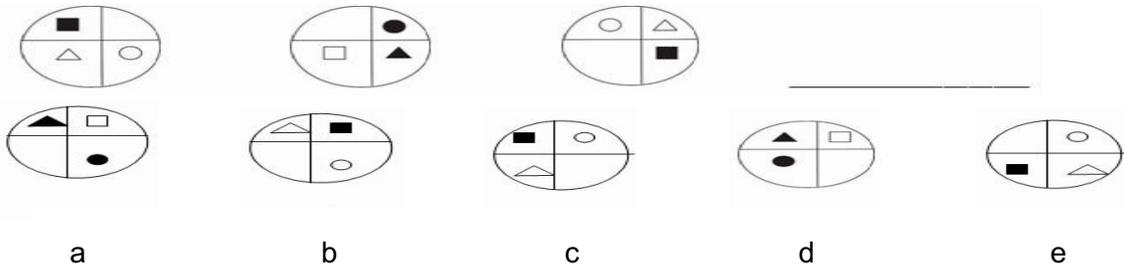
21) ¿Qué par de rectángulos con círculos? Es el que debe continuar la serie.



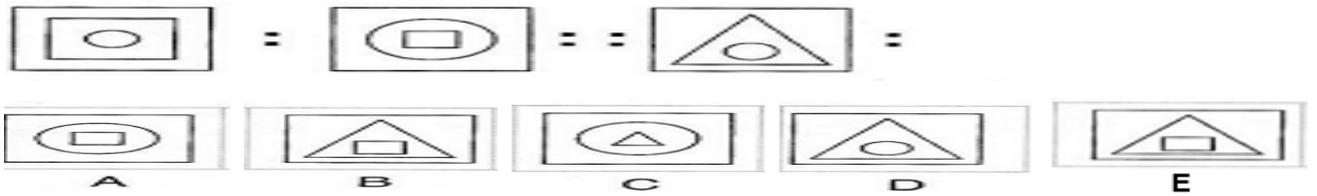
22) ¿Diga qué silueta sigue a la "B" invertida?



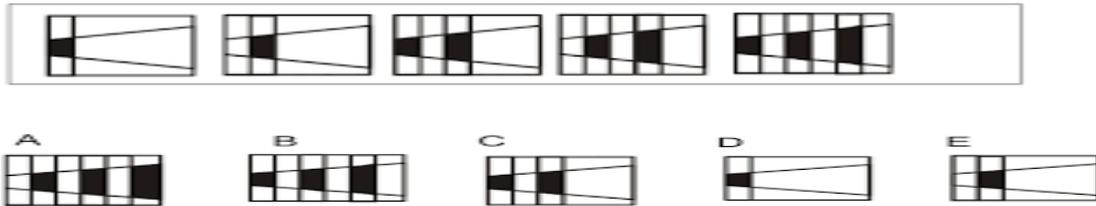
23) ¿Qué circunferencia debe ubicarse en la línea horizontal?



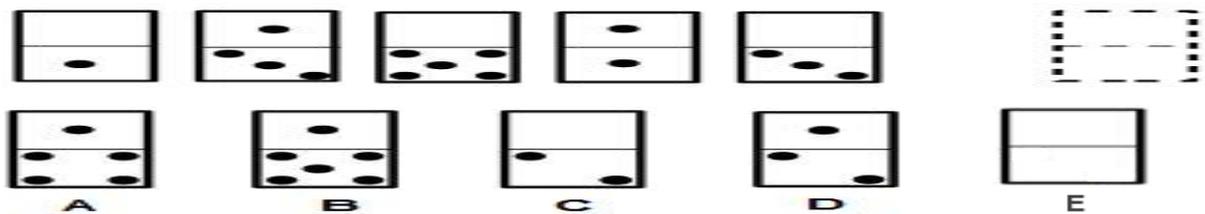
24) ¿Qué figura se corresponde para continuar la serie?



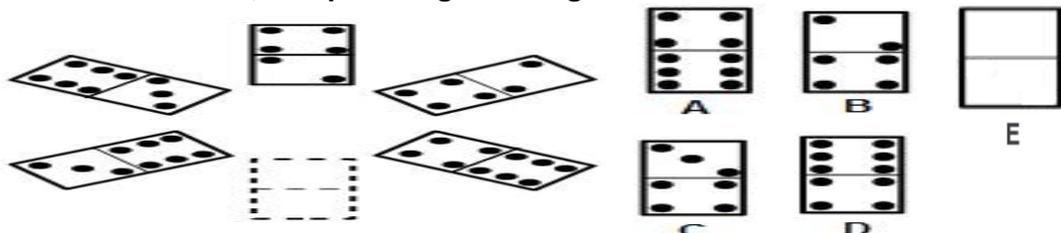
25) ¿Cómo queda la figura en su evolución secuencial?



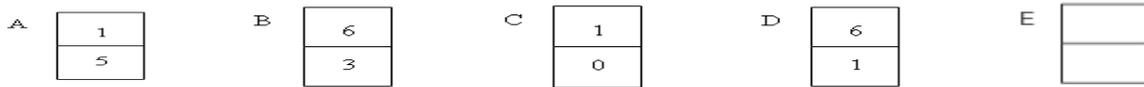
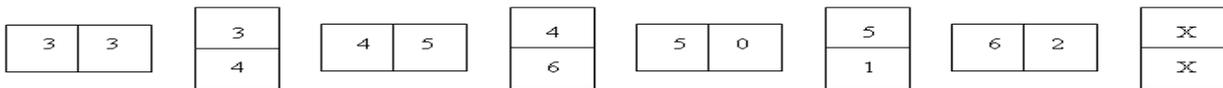
26) De la siguiente secuencia de fichas impares del dominó, ¿Cuál sigue?



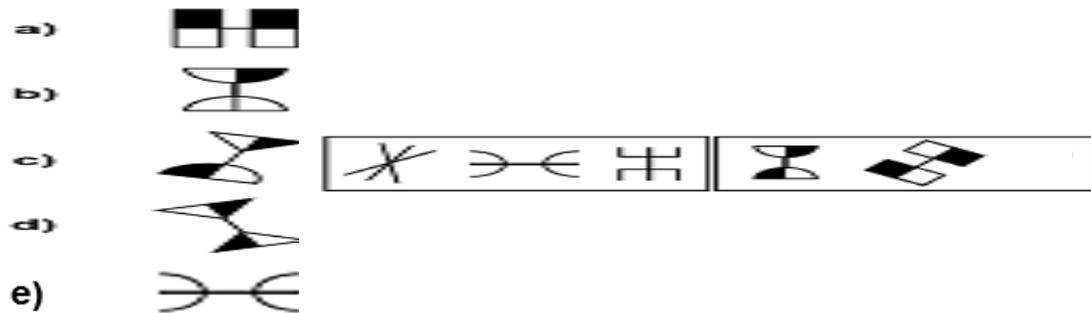
27) ¿Cuál ficha del domino, completa el giro hexagonal?



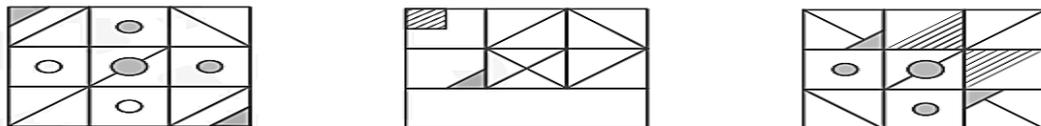
28) ¿Qué figura, se corresponde al final?



29) ¿Cuál de las alternativas, seria la tercera figura del segundo rectangulo?

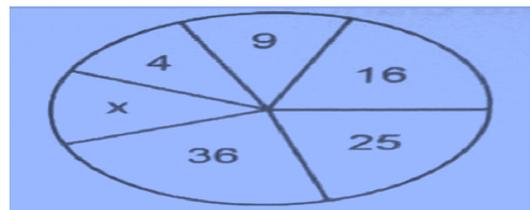


30) En la siguiente matriz central, indique cuál es la opción que completa su simetría



31) De la siguiente figura, siguiendo el sentido horario. ¿Qué valor corresponde a la "x"?

- a) 48    b) 50    c) 49    d) 0    e) 45.



## 15) VOLÚMENES, VISTAS Y ARMADOS

Si bien en este Manual en su tema 13, se estudió lo relacionado al concepto de volumen desde su formulación para el cálculo, aquí con la idea del pensamiento abstracto se ven

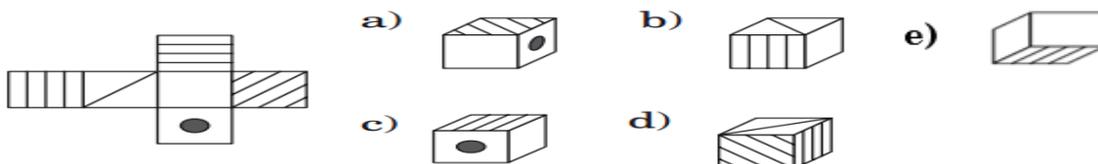
- Las diferentes proyecciones y reflexiones con sus vistas a planos.
- Su armado a partir de figuras con dobleces, de caras estándares en poliedros.
- Su desarmado o procedimiento análogo de viceversa al armado.
- Sus proporcionalidades.
- Sus posibles series a completar.

El manejo para la visión de los volúmenes representa el reconocimiento de que, vivimos en un mundo de tres dimensiones, con objetos y estructuras que son en su esencia, mezclas de las formas geométricas conocidas; donde los de forma irregulares, que pueden expresarse como formaciones compuestas.

Todo saber o visión, para el reconocimiento de las formas volumétricas, es de cotidiana necesidad tanto para el ciudadano común, como para el estudiante en sus diferentes niveles; los cuales deben reconocer, entre otras cosas: Sus estructuras, las diferentes formas, sus armados, sus vértices, aristas y sus diferentes vistas, como: planta, perfil, alzado u ortogonal.

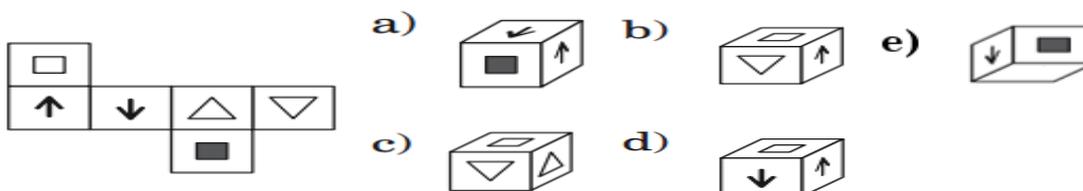
### 15.a) 10 Ejercicios resueltos

- Determine qué cubo corresponde al despliegue mostrado



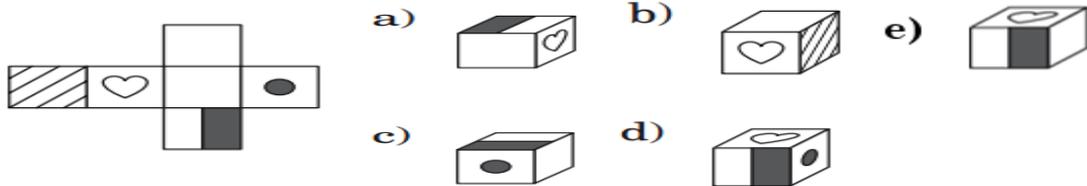
**Respuesta:** La única opción cuyos lados de contingencia cumple con el despliegue del cubo, es la opción “a”.

- Determine qué cubo corresponde al despliegue mostrado.



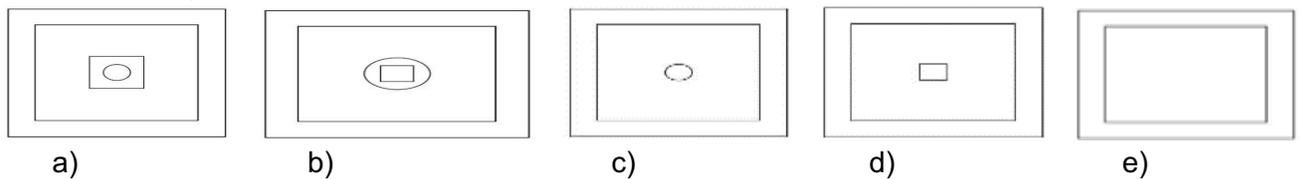
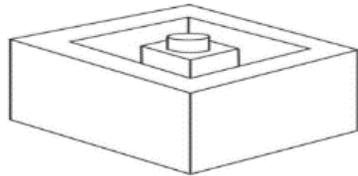
**Respuesta:** Las opciones correctas son la “b” y “c”. La primera porque al doblar la cara del triángulo hacia abajo, puede quedar con la cara de la flecha hacia arriba; y con la “c” porque, ambas caras de los triángulos pueden ser “vecinas” del cuadrado blanco.

c) Determine qué cubo se forma con el despliegue mostrado



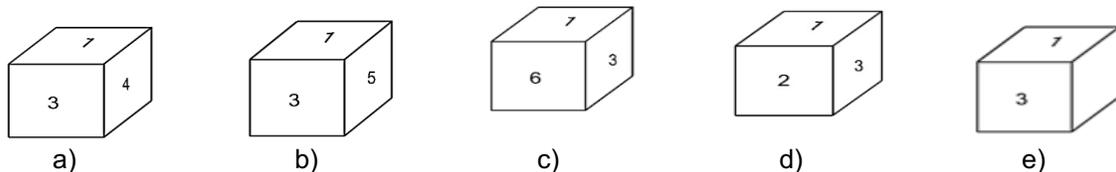
**Respuesta:** La opción correcta es la “c”, en vista que el doblaje del despliegue, es el ú cubo que tiene en contingencia el lado blanco y el lado de dos tonos.

d) ¿Cuál de estas vistas, se aprecia de la figura, desde arriba?



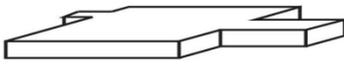
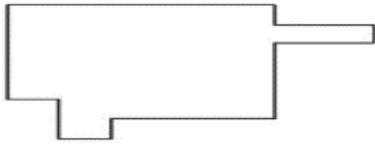
**Respuesta:** La única vista que tiene tres cuadrados concéntricos y un círculo es la opción “a”.

e) ¿Qué cubo no pertenece al armado del siguiente despliegue?



**Respuesta:** El cubo de la opción “a” no es posible, porque no hay manera que la cara del 4 este en contingencia con la cara del 1; por ese lado. Todas las demás, si son posibles.

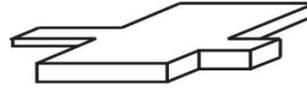
f) Si la siguiente figura plana es una vista desde arriba, ¿Que volumen genera?



a)



b)



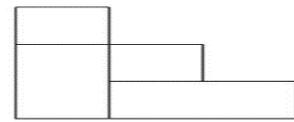
c)



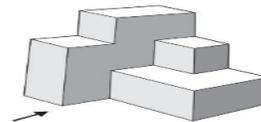
d)

**Respuesta:** La opción “b” es el único volumen que cumple con la distribución de los “salientes” que pertenecen a lados continuos, y solo uno ocasiona un desnivel que no llega a la altura del otro.

g) ¿Qué figura se construye a partir de la siguiente vista?



Vista



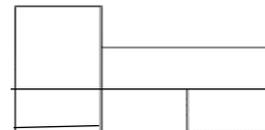
Respuesta posible

h) Identifique la vista señalada en el siguiente sólido formado por paralelepípedos

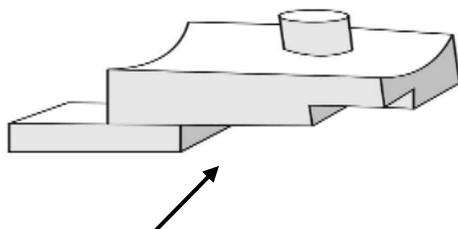
Vista



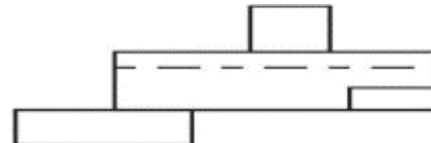
Respuesta



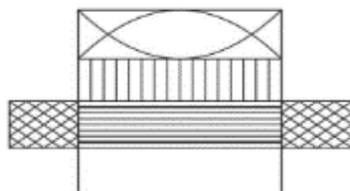
i) ¿Cuál es la proyección frontal del siguiente volumen?



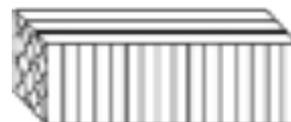
Respuesta



j) Cual es el volumen que resulta de armar el siguiente paralelepípedo rectangular

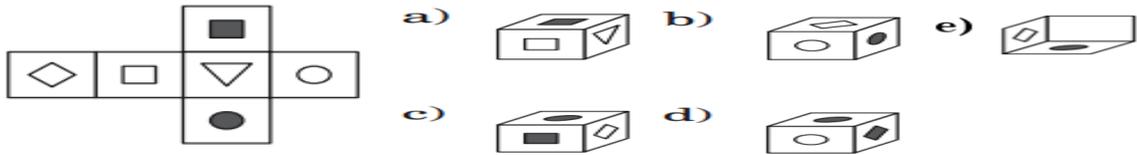


Respuesta

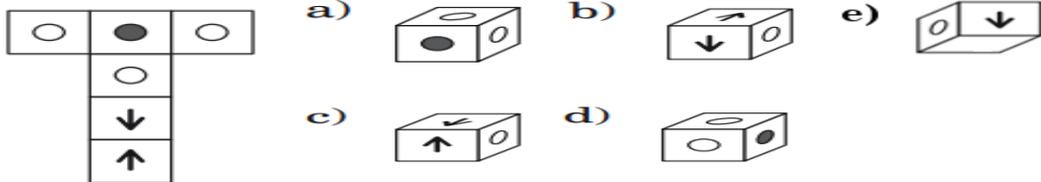


**15.b) 10 Ejercicios propuestos**

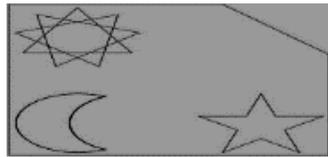
a) Determine qué cubo corresponde al despliegue mostrado.



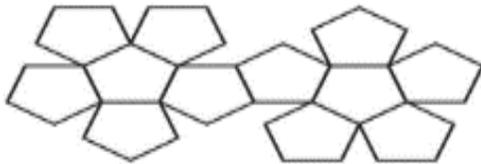
b) Determine qué cubo corresponde al despliegue mostrado.



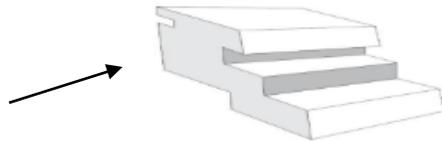
c) Como queda la siguiente imagen, si se gira 225° en sentido anti-horario.



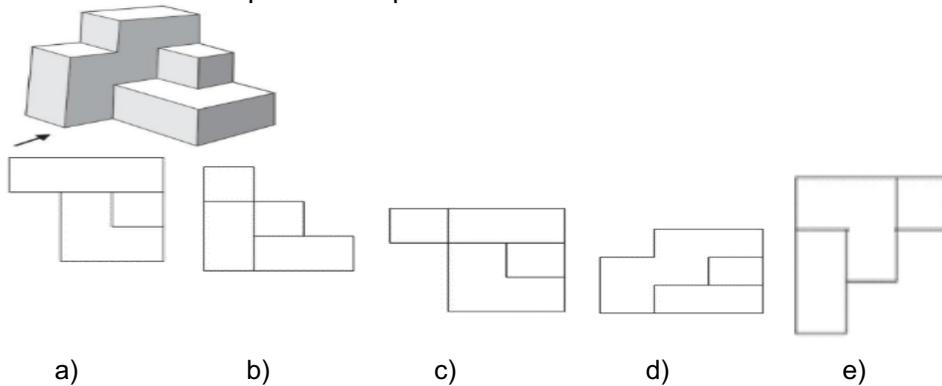
d) Que volumen se forma al unir los vértices de la siguiente figura



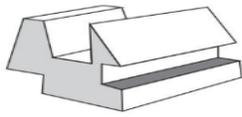
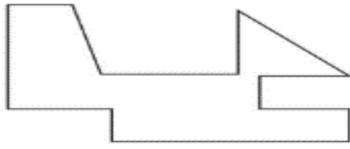
e) ¿Cuál es la vista lateral de esta pieza?



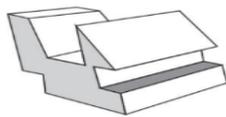
f) ¿Cuál de estas vistas le corresponde a la pieza mostrada con su frontal?



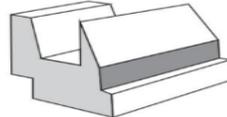
g) ¿Qué volumen se puede generar, si ésta figura es una de sus vistas?



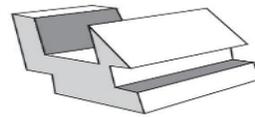
a)



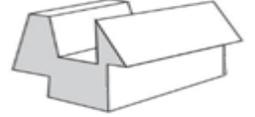
b)



c)

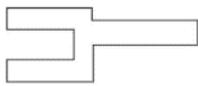
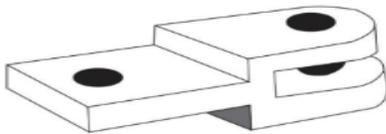


d)

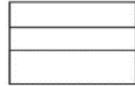


e)

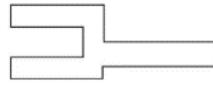
h) De ésta pieza, diga ¿Cual es una de sus vistas?



a)



b)



c)

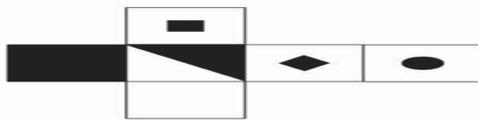


d)

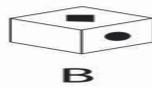


e)

i) ¿Diga qué cubo se forma con el despliegue de la figura?



A



B



C

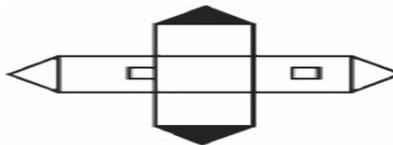


D

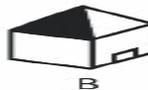


E

j) ¿Qué casita se forma, al juntar el despliegue?



A



B



C



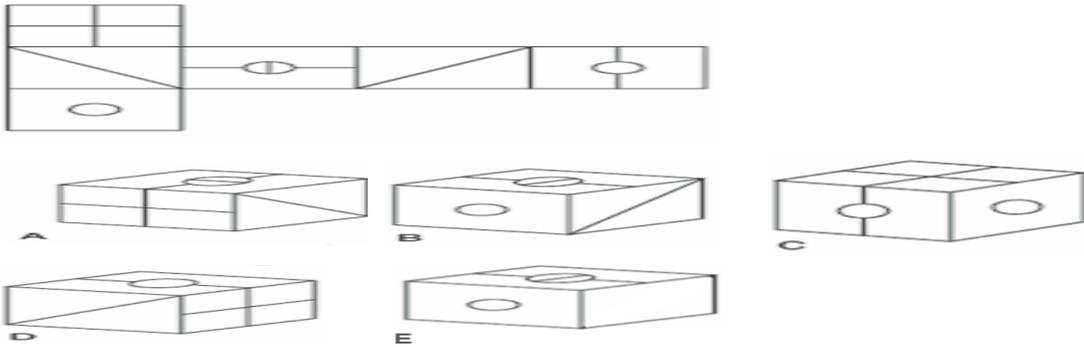
D



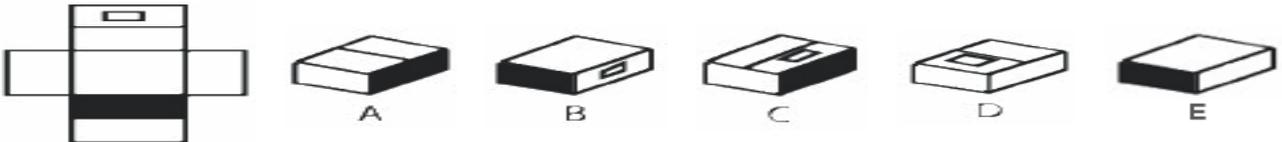
E

**15.c) 30 Ejercicios tipo prueba a opciones**

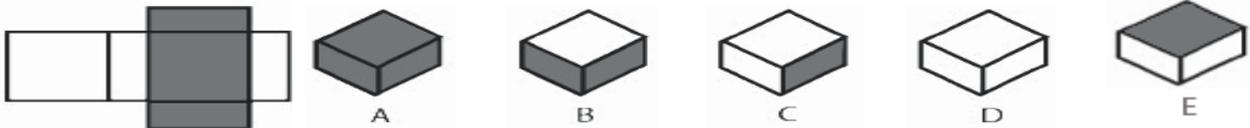
1) ¿Qué cubo se corresponde con la unión del despliegue mostrado?



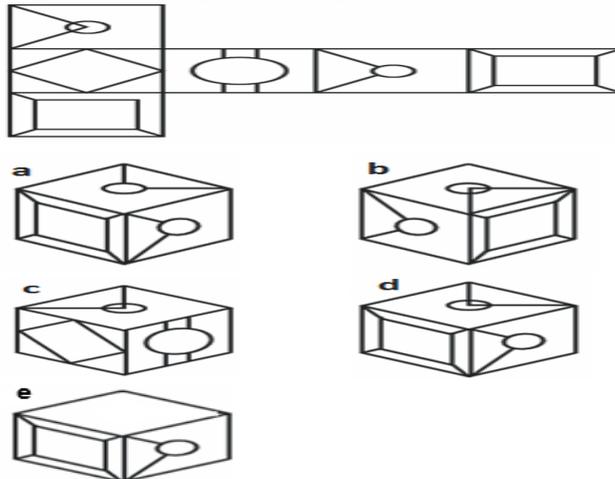
2) En el siguiente armado, ubique el paralelepípedo correcto, considerando que una de las caras queda, con un doble en el medio.



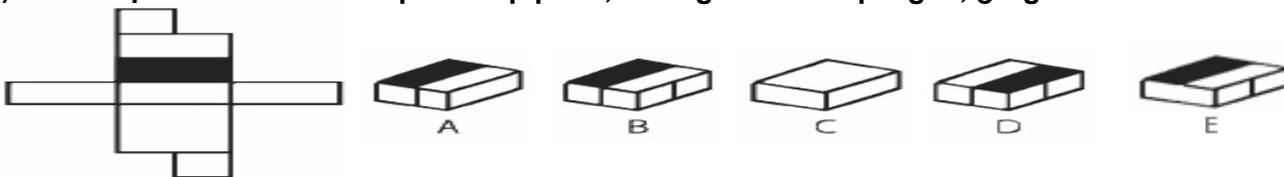
3) ¿Qué paralelepípedo es posible, en el siguiente armado?



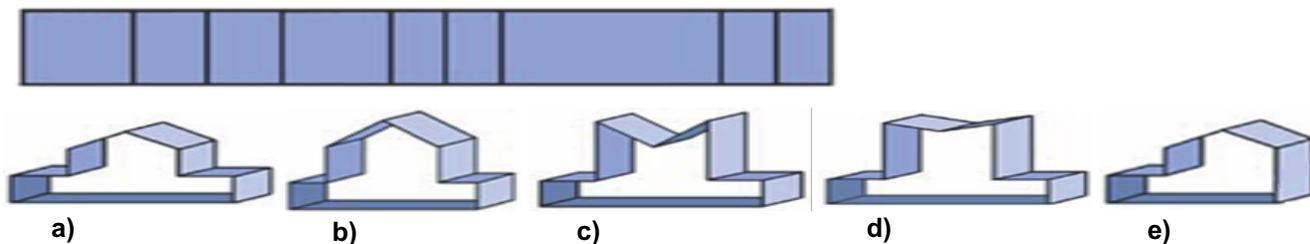
4) Encuentre el armado lógico de la siguiente figura



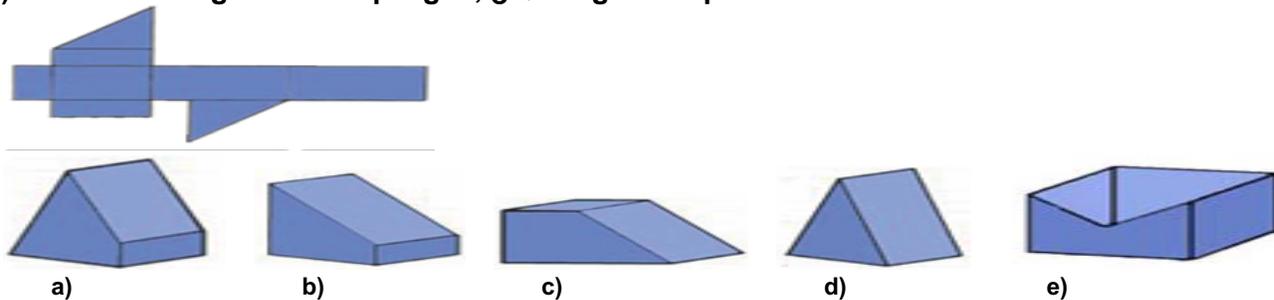
5) Sólo es posible un armado paralelepípedo, del siguiente despliegue, ¿Diga cuál es?



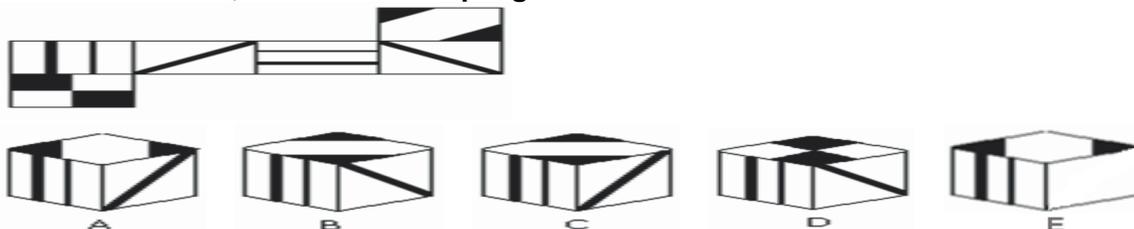
6) Si la siguiente franja se dobla por cada recta, ¿Diga que armado no es correcto?



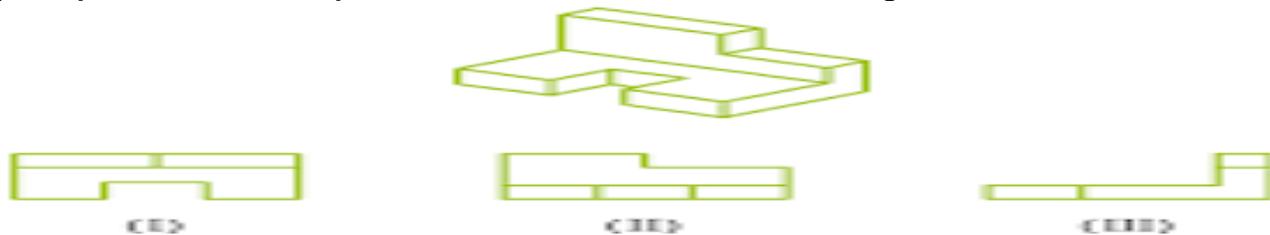
7) Al doblar el siguiente despliegue, ¿Qué figura es posible?



8) ¿Qué cubo se forma, al doblar el despliegue?



9) Indique cuales son las posibles vistas bidimensionales de la figura tridimensional

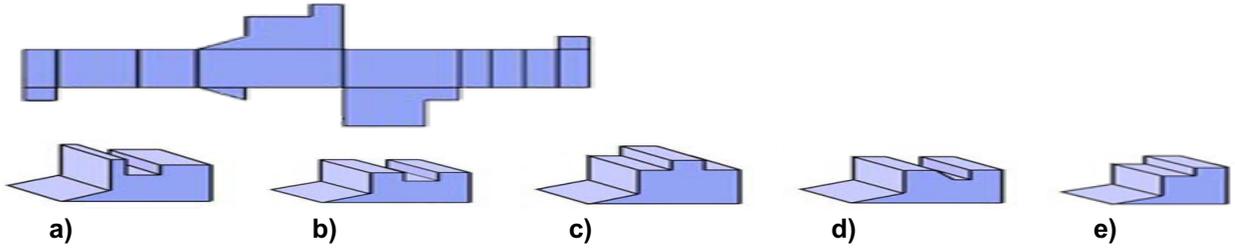


- a) Solo I.      b) Solo II.      c) I y II.      d) I y III.      e) II y III.

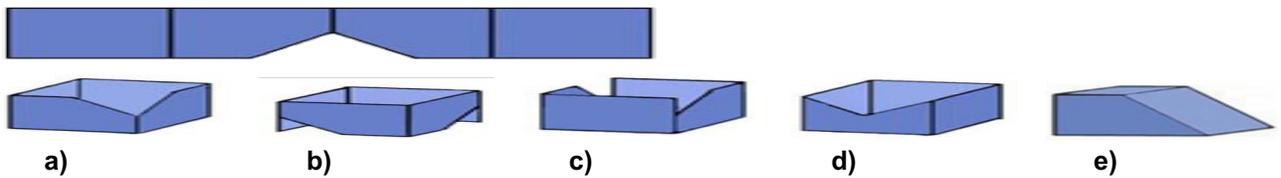
10) ¿Diga que cubo se puede construir?



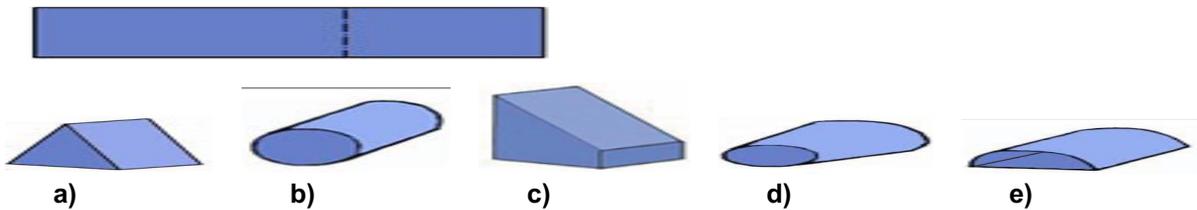
11) Con el siguiente despliegue, ¿Qué volumen se puede armar?



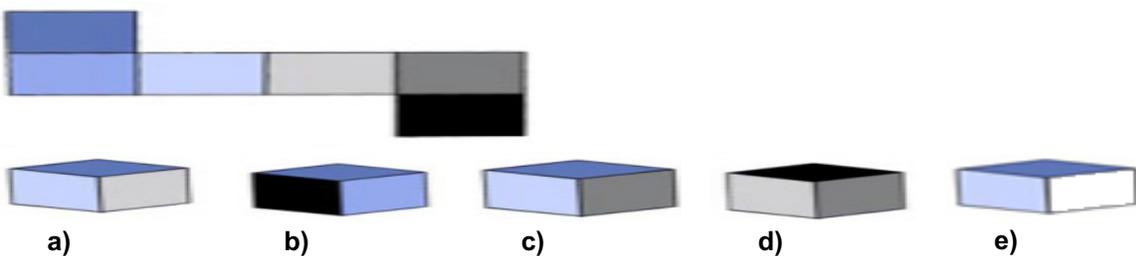
12) ¿Diga qué caja abierta se puede armar?



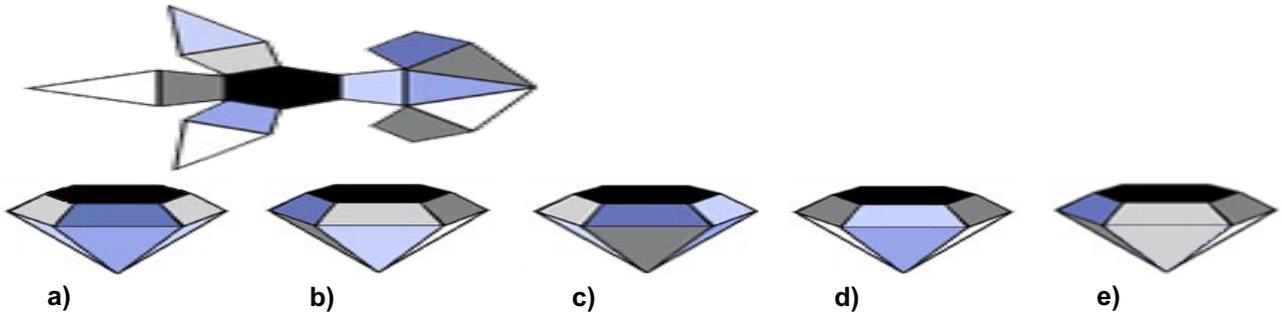
13) ¿Cuál es la única figura posible, al doblar el rectángulo?



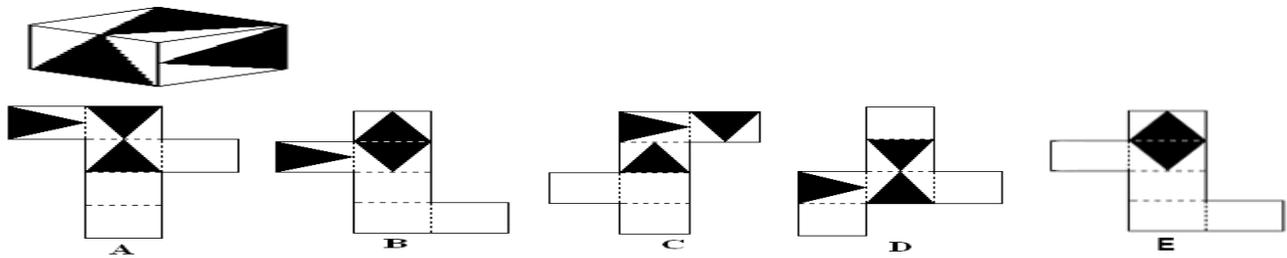
14) ¿Qué cubo es posible armar, al doblar el despliegue?



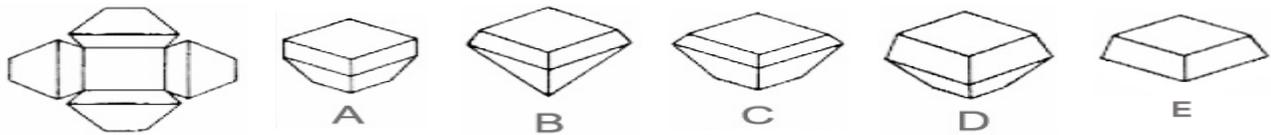
15) Con este despliegue, ¿Qué diamante se arma?



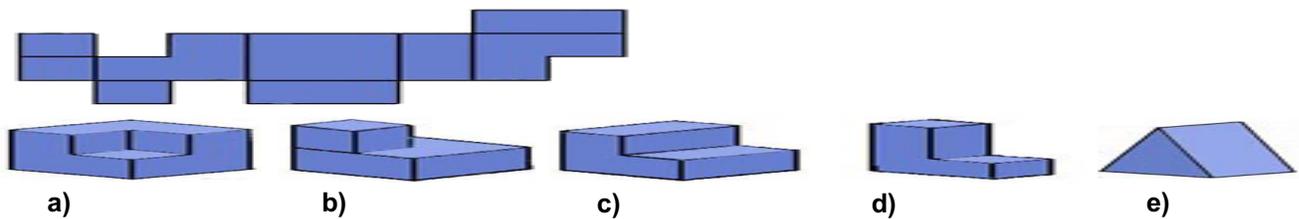
16) Del siguiente cubo armado, ¿Qué despliegue se obtiene?



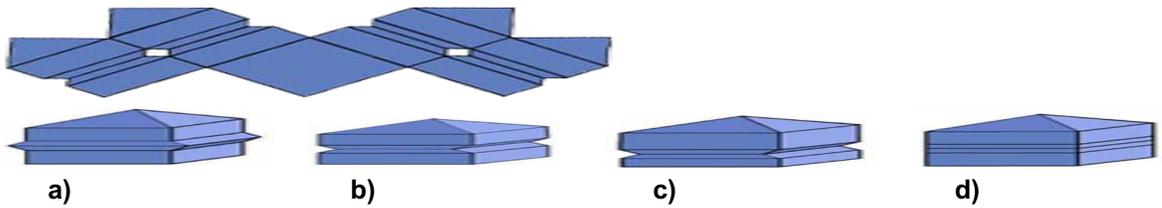
17) Qué figura, sin tapa de fondo, ¿Se puede construir, con el despliegue?



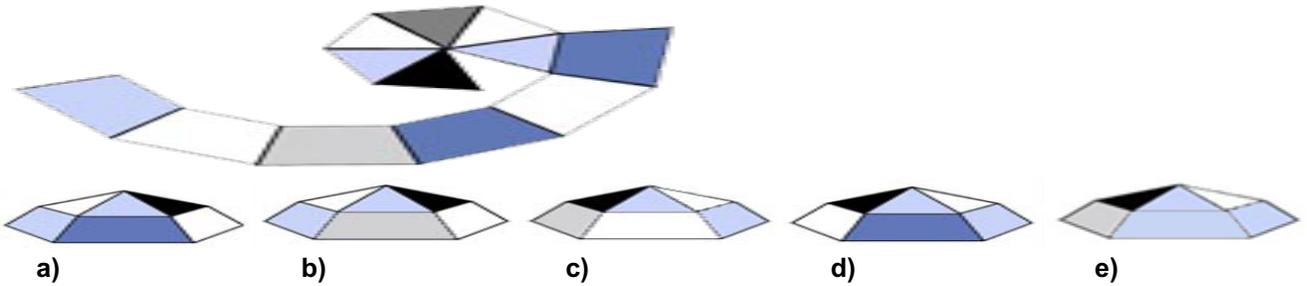
18) Descubra qué figura se puede formar, al juntar el despliegue



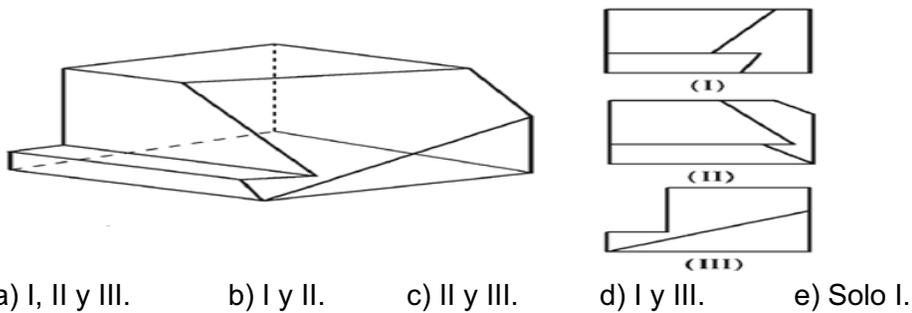
19) ¿Qué figura es posible armar, al unir el despliegue?



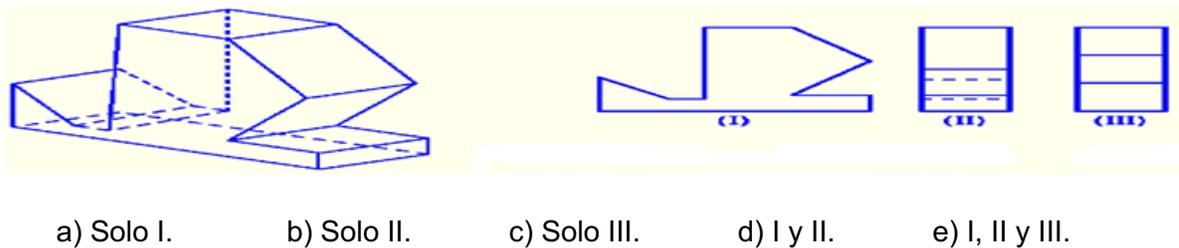
20) ¿Cuál carpa sin piso, se puede construir? Al cerrar el despliegue



21) Determine qué proyecciones corresponden al sólido mostrado.

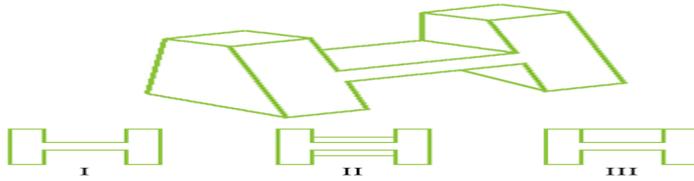


22) Señale la alternativa correcta, después de determinar la vista o vistas que corresponden al sólido mostrado.



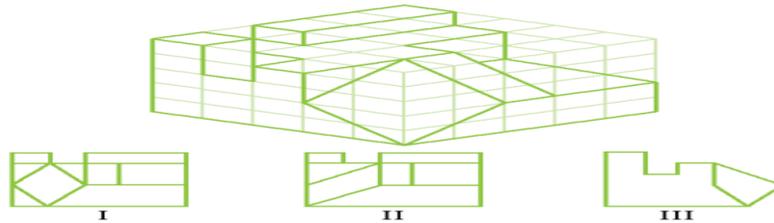
- a) Solo I.      b) Solo II.      c) Solo III.      d) I y II.      e) I, II y III.

23) Indique cuáles son las posibles vistas ortogonales del sólido mostrado.



- a) Solo I.      b) I y II.      c) I y III.      d) II y III.      e) I, II y III.

24) Señale la alternativa correcta, después de determinar la vista o vistas ortogonales que corresponden al sólido mostrado.



- a) I y II.      b) I y III.      c) II y III.      d) Solo II.      e) Solo III.

25) ¿Cuántas “caras” posee la figura del ejercicio número 21?

- a) 15      b) 7      c) 11      d) 12      e) 9

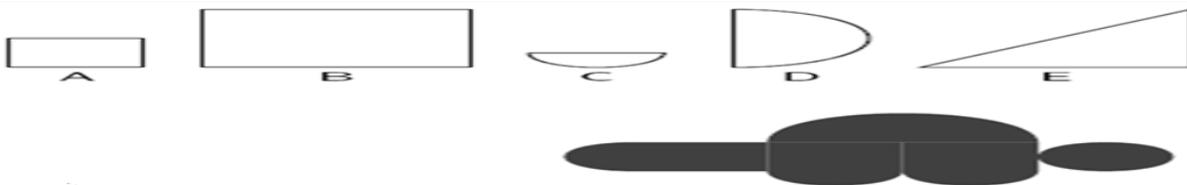
26) ¿Cuántas “aristas” hay en el volumen del ejercicio 22?

- a) 25      b) 27      c) 30      d) 32      e) 29

27) ¿Cuántos “vértices” tiene la figura del ejercicio 23?

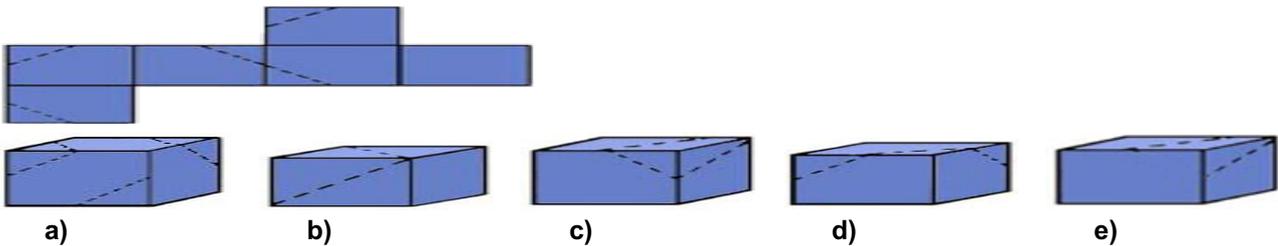
- a) 23      b) 25      c) 22      d) 24      e) 26

28) ¿En qué cantidad se combinan las figuras geométricas, para formar al roedor?

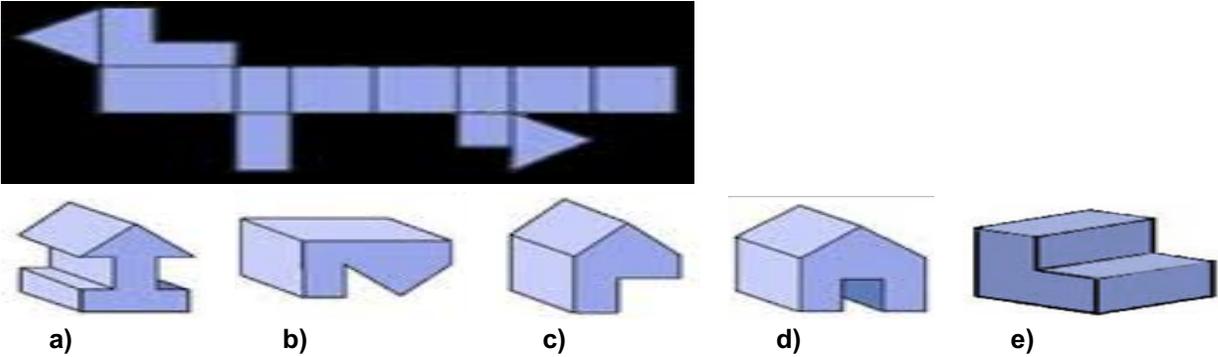


- a)  $3C + 3A + D$ .      b)  $3A + D + 5C$ .      c)  $D + 4C + 2A$ .      d)  $D + 4A + 4C$ .      e)  $2A + B + 5C$ .

29) ¿Qué cubo rayado se puede formar?



30) ¿Qué volumen se puede construir, con el despliegue dado?



## 16) CONTEO DE FIGURAS

El conteo de figuras del plano y del espacio, así como sus distribuciones, es una habilidad lógica visual de cuantificar: Las secuencias, sus combinaciones en números, símbolos o definiciones representados por figuras; en una determinada imagen. Es una caracterización de las mentes jóvenes de la actualidad, una actitud a descubrir para desarrollar, porque no en vano son llamados: “la generación internauta”, porque desde niños están en contacto con figuras y visiones de índole electrónico, en todo tipo de actividades, y para la comunicación en general.

El conteo de figuras es una habilidad visual en el tema del razonamiento abstracto, con sus dificultades; en especial en el tema de la visión a desarrollar, de las llamadas perspectivas de figuras en el plano y en el espacio y por supuesto de sus características.

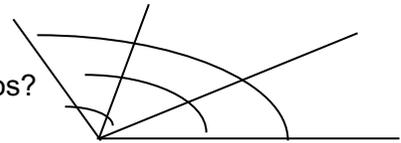
### 16.a) 10 Ejercicios resueltos

a) Si un vértice es un nodo de toda figura en el plano, y una arista es la línea que une los nodos; diga ¿Cuántas aristas posibles tiene un rectángulo?

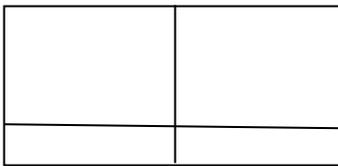
**Respuesta:** Considerando las diagonales como aristas, entonces todo rectángulo tiene **6 aristas**.

b) ¿Cuántos ángulos posibles existen entre los siguientes segmentos?

**Respuesta:** Seis ángulos posibles, entre todos los segmentos.



c)



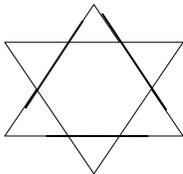
¿Cuántos cuadrados tiene la figura?

**Respuesta:** Como un cuadrado tiene sus lados iguales, al medir u observar esta figura, se concluye que en ella no hay ningún cuadrado.

d) Del ejercicio anterior diga ¿Cuántos rectángulos totales tiene la figura?

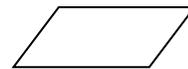
**Respuesta:**  $1 + 4 + 2 + 2 = 9$ .

e) ¿Cuántos cuadriláteros de una sola área, tiene la figura?



**Respuesta:** La pregunta específica señala que el área contenida por cuatro lados, sean “No cruzados”; luego esto solo es posible en tres oportunidades en

las áreas contenidas por tres formas:



y seis en las formas de

trapecio:

Total: **9 cuadriláteros**.

f) Del problema anterior, ¿Cuántas áreas posibles hay, como cuadriláteros con aristas cruzadas?

**Respuesta:** Las seis formas tipo “reloj de arena” que circunda la figura, **R = 6**.

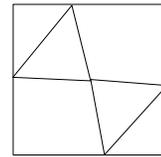
g) ¿Cuántas Aristas tiene la siguiente pieza?



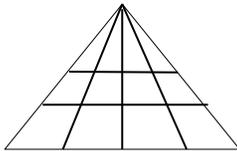
**Respuesta:**  $16 + 16 + 15 = 47$  Aristas, o rectas que unen los nodos.

h) Determinar el número de cuadriláteros posibles, de esta figura:

**Respuesta:** La figura puede expresar hasta 14 cuadriláteros, con el obvio cuadrado Externo. Los 4 deformes rectángulos pequeños, los 4 de media figura, los 4 Cuadriláteros con puntas y el del centro cruzado. Total 14 posibilidades.

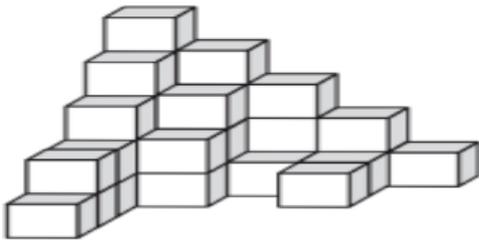


i) ¿Cuántos triángulos posibles se inscriben en la figura?



**Respuesta:** Interesante cuenta, los 10 de la punta con la más alta línea horizontal, procedimiento que se repite en cada línea horizontal siguiente; total de triángulos es de **30**.

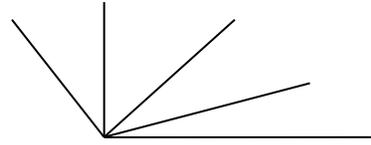
j) Cuente los cubos que aparecen en la siguiente figura



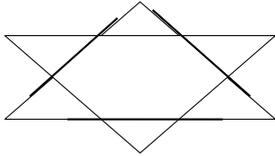
**Respuesta:** la esquina está formada por dos pilas de 17 y 10 cubos respectivamente, luego en el centro hay 8 cubos, para un total de **35**.

**16.b) 10 ejercicios propuestos**

a) ¿Cuántos ángulos inferiores a los  $90^\circ$  hay entre las líneas?



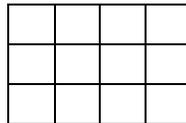
b) Del problema anterior, "a". Cuente los ángulos posibles entre las líneas, en ambos sentidos horarios



c) ¿Cuántos triángulos, de cualquier forma, hay en la figura?

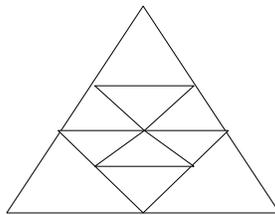
d) Del ejercicio anterior, "c" ¿Diga cuantas áreas están contenidas por seis lados?

e) ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?

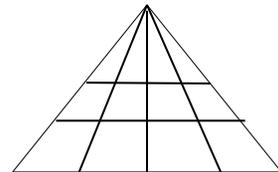


f) Del ejercicio anterior, "e" ¿Cuántos rectángulos hay en la figura?

g) ¿Cuántos triángulos en la figura?

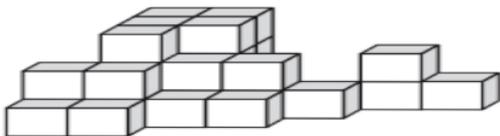


h) ¿Cuántos trapecios simétricos se cuentan en la figura?



i) Del ejemplo anterior, "h" ¿Cuántos cuadriláteros contiene el triángulo mayor?

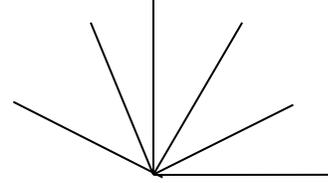
j) De la siguiente disposición de paralelepípedos, ¿Diga cuantos hay?



**16.c) 31 Ejercicios tipo prueba a opciones**

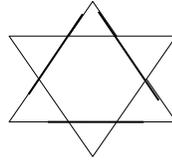
1) ¿Cuántos ángulos en sentido horario hay en la figura?

- a) 14    b) 18    c) 17    d) 15    e) 16



2) ¿Cuántos trapecios hay en la figura?

- a) 6    b) 9    c) 8    d) 5    e) 7

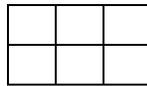


3) ¿Cuántas formas planas de seis lados, hay en la figura del problema anterior?

- a) 5    b) 7    c) 6    d) 8    e) 4

4) ¿Cuántos cuadrados hay en la figura?

- a) 4    b) 9    c) 8    d) 10    e) 12

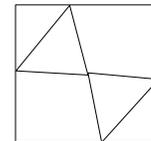


5) Del ejercicio anterior, "4" ¿Cuántos rectángulos no cuadrados hay en la figura?

- a) 4    b) 6    c) 8    d) 10    e) 12

6) Determinar el número de áreas de cinco lados, de esta figura

- a) 3    b) 2    c) 4    d) 5    e) 1

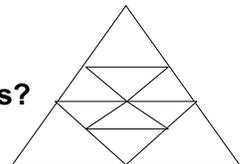


7) De la figura del problema anterior, "6". Encuentre las posibles áreas contenidas con seis lados

- a) 6    b) 2    c) 4    d) 3    e) 5

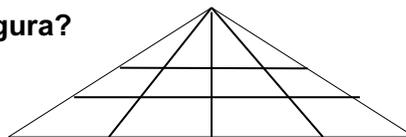
8) ¿Cuántos cuadriláteros, no cruzados, se cuentan en la figura de triángulos?

- a) 5    b) 2    c) 8    d) 4    e) 6



9) ¿Cuántos cuadriláteros posibles existen en la figura?

- a) 20    b) 28    c) 26    d) 27    e) 30

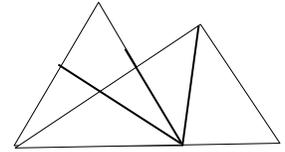


10) Hallar el número de triángulos rectángulos, en la figura anterior, problema "9".

- a) 13      b) 12      c) 24      d) 14      e) 15

11) De la figura, cuente los cuadriláteros no cruzados, que se forman

- a) 3      b) 2      c) 1      d) 4      e) 5

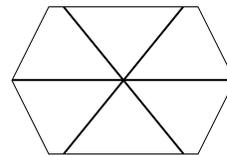


12) Del problema anterior, número "11" cuente las áreas posibles de cinco lados

- a) 3      b) 2      c) 4      d) 6      e) 5

13) Cuantos cuadriláteros, no cruzados, hay en la figura.

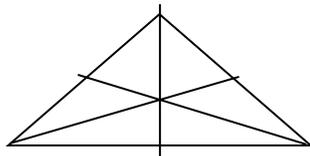
- a) 16      b) 14      c) 10      d) 12      e) 16



14) Cuantos trapecios hay en la figura del ejercicio anterior, numero "13".

- a) 8      b) 2      c) 6      d) 4      e) 5

15) ¿Cuántas aristas posibles se pueden distribuir entre los 6 vértices, de la figura del problema número, 13?      a) 13      b) 12      c) 11      d) 14      e) 15



16) ¿Cuántos triángulos se pueden contar en la figura?

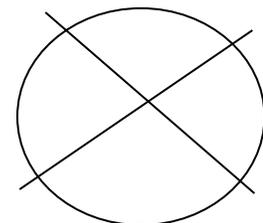
- a) 10      b) 12      c) 9      d) 11      e) 14

17) De la figura anterior ¿Cuántos cuadriláteros, no cruzados, se observan?

- a) 5      b) 6      c) 7      d) 8      e) 10

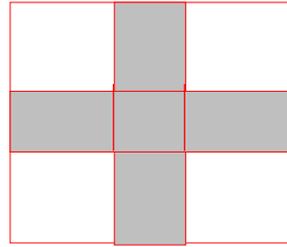
18) ¿Cuántos arcos, o pedazos de tortas se obtienen, de la figura?

- a) 6      b) 12      c) 10      d) 14      e) 8



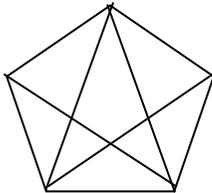
19) ¿Cuántos cuadrados se cuentan en la figura?

- a) 16    b) 12    c) 10    d) 24    e) 9



20) De la figura anterior ¿Cuántos rectángulos no cuadrados se pueden contar?

- a) 36    b) 32    c) 20    d) 30    e) Ninguno.



21) ¿Cuántos triángulos se pueden formar dentro de esta figura?

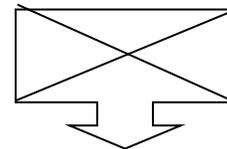
- a) 16    b) 33    c) 12    d) 20    e) 18

22) De estos triángulos, ¿Cuántos son Isósceles?

- a) 16    b) 12    c) 2    d) 3    e) 6

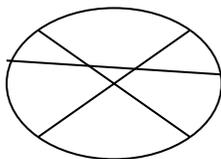
23) De la figura anterior, problema “21” ¿Cuántos Cuadriláteros cruzados, hay?

- a) 8    b) 14    c) 16    d) 18    e) 20



24) Del cuadrado con una flecha, ¿Diga cuantos vértices tiene?

- a) 10    b) 11    c) 15    d) 12    e) 13

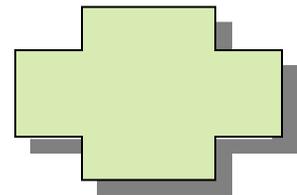


25) ¿Cuántos Semicircunferencias se pueden construir con esta figura?

- a) 2    b) 6    c) 8    d) 3    e) 4

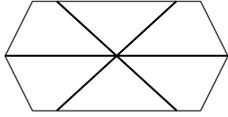
26) Cuantas “Caras” se cuentan. ¿Si la cruz siguiente tiene fondo?

- a) 14    b) 16    c) 18    d) 20    e) 12



27) De la figura anterior. “Cruz con fondo”, cuente cuantas “Aristas” tiene

- a) 24    b) 26    c) 36    d) 30    e) 28



28) ¿Cuántos cuadriláteros cruzados, se pueden contar en la figura?

- a) 4      b) 2      c) 1      d) 3      e) 5

29) ¿Cuántos ángulos de separación diferentes, existen entre dos segmentos de recta que se cruzan?      a) 4      b) 5      c) 6      d) 7      e) 8

30) ¿Cuántas diagonales espaciales, se pueden trazar dentro de un paralelepípedo?

- a) 6      b) 7      c) 5      d) 4      e) 2

31) ¿Cuántas diagonales planas, se pueden trazar dentro de un paralelepípedo?

- a) 10      b) 11      c) 12      d) 16      e) 14

## RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

### PRIMERA PARTE: RAZONAMIENTO VERBAL

#### SECCIÓN b)

**TEMA 1):** a) revela y adaptación, b) Cheque y compruebe, c) comediante y crítico, d) cobijar.  
e) conocido, f) decrépto, g) volátil, h) desatino i) gentil, j) contravenir.

**TEMA 2):** a) título, b) adversarios, c) benéfico, d) adquirido, e) desinteresado, f) estricto, g) 2, 3, 4 y 6.  
h) más allá de las nubes, i) 1, 2 y 4, j) 5 y 3.

**TEMA 3):** a) Épica, b) Lírica, c) 3, 4, 6 y 7 d) 1, 2, 4, 6 y 7 e) 3 f) 2 g) 1 h) 2 i) 2, 4 y 6  
j) 1, 3, 5 y 7.

**TEMA 4):** a) la Nomofobia b) miedo a no tener el teléfono, c) 2, d) acelerado, e) 2, f) 3, g) la economía,  
la sociología, la psicología y la filosofía, h) 4, i) se sensibiliza, j) 1.

#### SECCIÓN c)

**TEMA 1):** 1)d 2)a 3)d 4)b 5)d 6)c 7)e 8)e 9)a 10)a 11)d 12)d 13)a 14)b 15)d 16)a  
17)e 18)c 19)b 20)d 21)b 22)b 23)a 24)b 25)c 26)e 27)b 28)b 29)d 30)c 31)a 32)b  
33)d 34)e 35)a 36)c 37)d 38)c 39)c 40)b 41)c y d 42)c 43)c 44)e 45)b 46)a 47)a 48)e  
49)d 50)d.

**TEMA 2):** 1)e 2)d 3)c 4)c 5)a 6)b 7)c 8)e 9)b 10)c 11)a 12)e 13)d 14)e 15)d 16)e  
17)b 18)b 19)a 20)c 21)b 22)c 23)d 24)a 25)e 26)d 27)c 28)c 29)d 30)e 31)b 32)c  
33)d 34)b 35)a 36)e 37)c 38)d 39)b 40)e 41)d 42)b 43)e 44)d 45)b 46)d 47)b 48)c  
49)a 50)d.

**TEMA 3):** 1)c 2)e 3)d 4)a 5)b 6)a 7)b 8)a 9)c 10)a 11)b 12)d 13)a 14)c 15)b 16)e  
17)c 18)a 19)d 20)d 21)a 22)a 23)c 24)a 25)b 26)d 27)e 28)b 29)b 30)a 31)b 32)a  
33)a 34)b 35)d 36)c 37)e 38)a 39)c 40)c 41)d 42)b 43)b 44)e 45)e 46)c 47)a 48)c  
49)d 50)e.

**TEMA 4):** 1)c 2)d 3)a 4)e 5)b 6)c 7)a 8)d 9)c 10)c 11)e 12)d 13)b 14)d 15)d 16)d  
17)b 18)d 19)c 20)d 21)e 22)c 23)d 24)a 25)c 26)c 27)a 28)d 29)c 30)c 31)c 32)d  
33)e 34)c 35)b 36)a 37)e 38)b 39)d 40)b 41)c 42)b 43)d 44)a 45)d 46)a 47)b 48)e  
49)d 50)d.

## SEGUNDA PARTE: RAZONAMIENTO NUMÉRICO

### SECCIÓN b)

**TEMA 5):** a) 4,80 b) 557,3\$ c) 10 cm d) 80 cm e) 8 Kms f) 1512 esponjas g) 77,14 km/h  
h) 49,44 s i) 11 viajes j) verdaderas: 1, 2 y 5; falsas: 3 y 4.

**TEMA 6):** a) 21 b) 13 y 21 c) 64 d) 25 y 36 e) 90 f) el primo 11 g) -2 h) 32 i) 1/6 j) 13.

**TEMA 7):** a) \$1.600 b) 2/9 c) 1/30 d) 12 e) \$8.000 f) \$1.200 g) 20 y 35 años h) 9 y 63 años  
i) 341/165 ó 31/15 j) 385/99 ó 35/9.

**TEMA 8):** a)  $12(x+2)^2(x-2)(x+3)$  b) -1 c)  $32 + 17\sqrt{6}$  d) -1/a e)  $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{2}$

f)  $(x-3) \cdot (x^3 + 3x^2 + 9x + 27)$  g)  $\frac{-2x-10}{(2x+1)}$  h)  $(x-1) \cdot (x-3)^3$  i) -5 j)  $\frac{x-27}{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{27^2}}$

**TEMA 9):** a) 1 y 2 b) 1/6 c) -3 y 4 d) 33 años e) 13 años f) 30 y 5 g) 25% h) 28,2% i) 18  
j) 13 y 8 años.

**TEMA 10):** a) 7 puntos b) 2,4; 2;  $\sqrt[5]{30}$  c) 60 d) 24 e) 1% f) 0,77% g) 0,224 h) 0,333...  
i) 1/9 ó 11,11% j) 20%.

**TEMA 11):** a) (1; 2) b) 5/2 y 7 cm c) 70 M<sup>2</sup> d) 200 Pulg<sup>2</sup> e) 156° f) 10π g) 40°, 60° y 80°  
h) 45° y 75° i) 12 Pies j) 20, 21 y 22.

**TEMA 12):** a) 0,8 b) 30° ó π/6 c)  $\sqrt{27}$  d) 1 e)  $\sqrt{51}$  f) π/3 (60°) g) 44° h) 60° i) 1/2 j) Cos(x).

**TEMA 13):** a) 1,964π m<sup>3</sup> b) 30π Pulg<sup>3</sup> c) 3π Cm<sup>3</sup> d) 12 pies<sup>3</sup> e) 4,72 Cm<sup>3</sup> f) (8 - π/2) cm<sup>3</sup>  
g) 280π Pulg. h) 44 m<sup>3</sup> i) 14 caras j) 48 cm<sup>3</sup>.

### SECCIÓN c)

**TEMA 5):** 1)d 2)b 3)a 4)c 5)b 6)a 7)a 8)c 9)d 10)d 11)c 12)a 13)a 14)d 15)b 16)e  
17)c 18)a 19)b 20)a 21)a 22)c 23)d 24)d 25)b 26)d 27)b 28)e 29)c 30)a 31)c 32)c  
33)d 34)a 35)c 36)e 37)c 38)d 39)c 40)a 41)b 42)e 43)b 44)d 45)c 46)a 47)c 48)d  
49)e 50)b 51)b.

**TEMA 6):** 1)a 2)b 3)e 4)b 5)a 6)c y d 7)c 8)a 9)c 10)c 11)b 12)c 13)b 14)a 15)a 16)b  
17)b 18)b 19)c 20)a 21)d 22)e 23)b 24)c 25)a 26)c 27)a 28)b 29)b 30)c 31)c 32)b  
33)a 34)b 35)d 36)b 37)b 38)e 39)e 40)c 41)e 42)d 43)c 44)b 45)a 46)b 47)c 48)a  
49)d 50)a.

**TEMA 7):** 1)b 2)c 3)d 4)e 5)a 6)d 7)e 8)b 9)e 10)b 11)c 12)b 13)d 14)a 15)e 16)c  
17)a 18)a 19)c 20)e 21)b 22)d 23)b 24)d 25)c 26)c 27)a 28)e 29)b 30)b 31)a 32)d  
33)b 34)c 35)c 36)d 37)b 38)a 39)c 40)e 41)e 42)d 43)b y e 44)b 45)a 46)d 47)a 48)c  
49)d 50)b.

**TEMA 8):** 1)a y d 2)e 3)d 4)e 5)a 6)e 7)c 8)b 9)b 10)e 11)a 12)d 13)c 14)d 15)b 16)c 17)e 18)a 19)d 20)d 21)e 22)a 23)c 24)b 25)e 26)c 27)d 28)b 29)b 30)a 31)d 32)d 33)c 34)c 35)e 36)e 37)b 38)a 39)d 40)c 41)c 42)e 43)e 44)d 45)c 46)b 47)d 48)e 49)a y d 50)a 51)d.

**TEMA 9):** 1)b 2)c 3)c 4)b 5)e 6)a 7)d 8)a 9)a 10)a 11)e 12)a 13)b 14)c 15)e 16)b 17)c 18)e 19)e 20)a 21)c 22)c 23)c 24)b 25)d 26)a 27)d 28)b 29)e 30)c 31)e 32)d 33)d 34)b 35)b 36)d 37)d 38)a 39)b 40)c 41)d 42)a 43)c 44)d 45)a 46) d 47)e 48)a 49)c 50)d.

**TEMA 10):** 1)a 2)a 3)b 4)c 5)a 6)b 7)e 8)d 9)c 10)a 11)b 12)e 13)a 14)d 15)e 16)c 17)b 18)b 19)d 20)a 21)b 22)b 23)a 24)c 25)e 26)d 27)e 28)c 29)c 30)a 31)a 32)c 33)b 34)b 35)b 36)c 37)c 38)a 39)d 40)d 41)d 42)c 43)b 44)b 45)a 46)e 47)c 48)d 49)a 50)d.

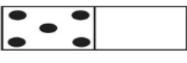
**TEMA 11):** 1)a 2)c 3)a 4)d 5)e 6)c y e 7)c 8)e 9)b 10)c 11)c 12)d 13)c 14)a 15)c 16)c 17)a 18)d 19)c 20)c 21)b 22)e 23)d 24)c 25)b 26)c 27)e 28)a 29)d 30)b 31)c 32)e 33)d 34)d 35)a 36)d 37)a 38)b 39)c 40)d 41)d 42)a 43)b 44)e 45)b 46)d 47)c 48)d 49)d 50)d.

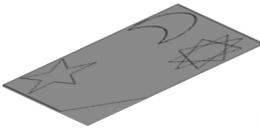
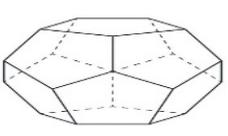
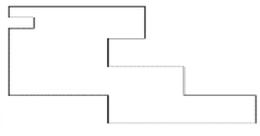
**TEMA 12):** 1)c 2)a 3)a 4)b 5)e 6)c y e 7)d 8)e 9)c 10)b 11)c 12)b 13)a 14)c 15)d 16)e 17)a 18)d 19)c 20)a 21)d 22)c 23)d 24)a 25)e 26)e 27)c 28)c 29)d 30)e 31)b 32)d 33)c 34)e 35)a 36)c 37)b 38)d 39)a 40)d 41)a 42)a 43)e 44)b 45)c 46)d 47)d 48)a 49)b 50)c 51)d.

**TEMA 13):** 1)b 2)d 3)e 4)a 5)d 6)c 7)a 8)d 9)b 10)a 11)d 12)a 13)b 14)a 15)a 16)e 17)c 18)d 19)d 20)e 21)b 22)a 23)d 24)a 25)e 26)b 27)c 28)d 29)a 30)d 31)a 32)d 33)e 34)c 35)b 36)c 37)d 38)a 39)c 40)a y e 41)a 42)b 43)b 44)d 45)b 46)e 47)a 48)d 49)a 50)e.

**TERCERA PARTE: RAZONAMIENTO ABSTRACTO**

**SECCIÓN b)**

**TEMA 14):** a)2 y 3 b)a c)a d)b e)c f)b g)b h)  i)  j) 

**TEMA 15):** a)a b)c c)  d)  e)  f)b g)d

h)d i)b j)b

**TEMA 16):** a)7 b)20 c)8 d)7 e)20 f)43 g)13 h)6 i)30 j) 31.

**SECCIÓN c)**

**TEMA 14):** 1)c 2)d 3)d 4)b 5)b 6)b 7)d 8)b 9)A 10)A 11)c 12)C 13)B 14)B 15)d 16)c 17)B 18)c 19)C 20)E 21)A 22)B 23)d 24)C 25)A 26)B 27)D 28)B 29)d 30)D 31)c.

**TEMA 15):** 1)B 2)D 3)C 4)c 5)C 6)a 7)b 8)A 9)c 10)a 11)b 12)a 13)e 14)c 15)b 16)D 17)C 18)a 19)b 20)d 21)c 22)d 23)a 24)d 25)e 26)c 27)d 28)b 29)c 30)d.

**TEMA 16):**1)d 2)a 3)e 4)c 5)d 6)c 7)a 8)e 9)e 10)b 11)a 12)c 13)c 14)c 15)e 16)b 17)a 18)b 19)c 20)d 21)e 22)b 23)a 24)d 25)e 26)a 27)c 28)c 29)b 30)d 31)c.

## MODELOS DE EVALUACIONES, A TIEMPO

### MODELO I: Resolver y/o señalar la respuesta, (2 horas)

1) Complete la oración: La OEA al comenzar el siglo XXI reafirma su \_\_\_\_\_ de formar personas capaces de sentir, valorar, interpretar y \_\_\_\_\_ la América, de la existencia solo individual.

Posibilidades: a) responsabilidad, realizar b) compromiso, transformar c) postulado, desear  
d) acuerdo, reducir e) declaración, mantener.

2) Encuentre los sinónimos de las palabras: HIGIENE y DEVASTAR

Opciones: a) Limpio y asolar b) Aseo y devastar c) Blanco y anegar d) Adorno y destrucción.

3) Señale: Metáforas (1) Símbolos (2) Hipérbolos (3); de las siguientes oraciones

a) Mi cabellera en raudas ondas su caudal levanta y tremola al viento. b) Tu piel, sublime pétalo de rosa, al acariciar. c) Tus ojos son como luceros. d) Se movió parecido a un rayo. e) Tienes un corazón tan grande que, ¡no te cabe en el pecho!

**Del fragmento:** El Señor del Tiempo abrió las manos, y los milenios se escurrieron como meros segundos, surgieron galaxias, nacieron estrellas; pero le pareció poco. El Señor del Tiempo sopló y los milenios se partieron en siglos, surgieron planetas giratorios, brotó la vida: agua, lluvias, volcanes y terremotos modificaron su obra anterior; aun así, no quedó satisfecho. El Señor del Tiempo abrió los ojos, de los siglos surgieron años, vinieron civilizaciones, grupos pequeños, pintores de paredes y esculturas en cuevas, que se transformaron en multitudes que construyeron templos y edificios gigantescos, luego las civilizaciones comenzaron a destruirse, colocando toda la creación en riesgo.

4) ¿Cuál es la idea principal del autor? a) El señor del tiempo creó al hombre b) El señor del tiempo convierte milenios en segundos, c) Las civilizaciones colocan toda la creación en riesgo, d) El señor del tiempo cierra los ojos, e) El Señor del Tiempo comenzó a sentirse satisfecho

5) Resuelva las expresiones con números a)  $\frac{\sqrt[3]{4\sqrt{3^3}}}{\sqrt{3\sqrt[3]{4^2}}}$  b) ¿Cuántos segundos tiene un día?

6) Complete las sucesiones. a) 1; 4; 9; \_\_\_\_;  $5^2$  b) 2; 6; 14; 30; \_\_\_\_; 126

7) Resolver: a) Se necesitan 3 resmas de 500 hojas para imprimir 1000 folletos, cuántas resmas de 750 hojas se requieren para 1200 folletos que son  $\frac{5}{2}$  del primero? b) Expresar el número 0,5333...

8) Dividir los polinomios  $\frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^2 - 4}$

9) Plantee y resuelva: a) Dos niños tienen canicas, uno dice: Si me das dos tendré el triple que tú, el otro responde: tú dame una y tendremos iguales ¿Cuántas tienen? b) De una funda de bombones una niña saca  $\frac{1}{3}$ , luego su hermana saca  $\frac{1}{3}$ , y restan 16 bombones ¿Cuántos bombones había?

10) Probabilidad y combinatoria. a) ¿Qué probabilidad que, al lanzar dos dados, la suma de las caras de un número par? b) ¿Cuántas palabras, con o sin sentido de 4 letras, se pueden expresar con 6?

11) Geometría plana. a) Donde se interceptan las rectas:  $L_1: = -x + 3$ ;  $L_2: = 2x - 4$ . b) En un triángulo pitagórico “ $\beta$ ” y “ $\alpha$ ” son los ángulos complementarios, y  $\alpha = \beta + 14^\circ$ . Hallar los ángulos internos.

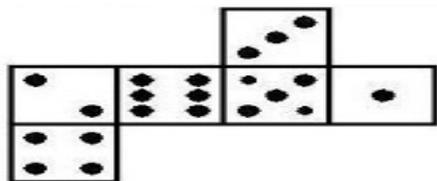
12) Trigonometría. a) Se mira un mango a  $40^\circ$ , si nos acercamos 5 metros al árbol, ahora se mira a  $80^\circ$ , calcular a qué altura está el mango. b) Simplificar:  $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)}$

13) Un cubo tiene por diagonal principal la medida de 3 centímetros. Calcule su volumen

14) ¿Cuál de las alternativas corresponde a la cuarta casilla?

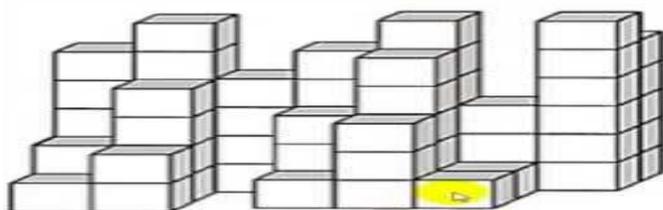


15) En el “Dado” posible a armar, ¿Qué números quedan en caras opuestas?



a) (2, 6) y (3, 5).    b) (1, 6) y (3, 2).    c) (4, 2) y (5, 2).    d) (5, 2) y (2, 1).    e) (6, 1) y (5, 2).

16) ¿Cuántas cajas hay en las pilas de ellas?



a) 59    b) 63    c) 61    d) 60    e) 75.

**MODELO II: Resolver para obtener y/o señalar la respuesta, (2 horas)**

1) Complete la oración, para que tenga sentido: El mérito del \_\_\_\_ consiste en ubicar el máximo de \_\_\_\_ en el mínimo de \_\_\_\_ Opciones: a) ingenio, artificios, prototipos; b) artista, sus obras, espacio; c) estilo, pensamiento, palabras; d) examen, incógnitas, problemas; e) hombre, posibilidades, aventuras

2) Encuentre el antónimo correcto de la palabra MISERICORDIOSO

Opciones: a) inclemente b) pacífico c) alegre d) bueno e) pio.

3) En que oraciones hay 1) extranjerismos, 2) quichuismos y 3) metáforas

a) El estadio este full de fanáticos adversos, es todo un show. b) Su alma es como un tizón de carbón, hecha cenizas. c) Me tranquiliza su voz cristalina y azulada.

**Del fragmento:** Un huérfano es una persona a quien la muerte de sus progenitores ha privado de la posibilidad de la ingratitud filial, carencia que toca con singular elocuencia todas las cuerdas de la simpatía humana. Cuando es joven, el huérfano es enviado a un asilo, donde cultivando cuidadosamente su rudimentario sentido de la ubicación, se le enseña a conservar su lugar. Luego se lo instruye en las artes de la dependencia y el servilismo, para finalmente soltarse para que vaya a vengarse del mundo, que le dio esa condición, convertido en lustrabotas o en sirvienta.

4) ¿Qué le pasa a un huérfano joven en un asilo?

a) Se hace rico b) se le instruye en el arte del servilismo c) Se suelta d) se le enseña a vengarse.

5) Resuelva las expresiones con números: a)  $\frac{3^{2^2}}{(\sqrt{3})^4}$

b) ¿Qué resulta de extraer el 20%, luego el 30% y después el 40% de 1000\$?

6) Complete las sucesiones: a) 1; 2; 3; 5; \_\_\_\_; 11 b) 1; 1; 2; 3; 5 \_\_\_\_; 13

7) Proporcionalidad: Cuatro analistas terminan un trabajo en 18 horas, si a la tercera hora llega un colega, ¿En qué tiempo total se termina el trabajo?

8) Resolver por Ruffini:  $\frac{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{x^2 - 6x + 9}$

9) Plantee y resuelva ecuaciones

a) Si a un sueldo se le quita un 25%, ¿Cuánto se le tiene que agregar ahora en %, para igualarlo?

b) Grecia le lleva un año a su hermana Bella, si el producto de sus años es 56, ¿Qué edades tienen?

10) Probabilidad y combinatoria: a) ¿Que probabilidad hay de, al sacar 2 piezas seguidas de un juego de Domino, ambas tengan seis?

b) ¿Cuántos juegos se deben planificar, en un “todos contra todos”, con 12 equipos?

11) Geometría plana: a) Que ángulo menor hay entre las agujas de un reloj, a las 8:36 Am

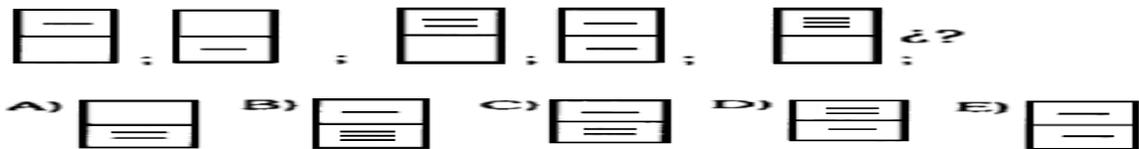
b) El perímetro de un rectángulo es de 14 metros, si su diagonal es de 5 metros, ¿Cuál es su área?

12) Trigonometría y sus Funciones: a) En un triángulo cualquiera, dos lados seguidos miden 8 y 12 metros, si entre ellos hay  $60^\circ$ , ¿Cuánto mide el tercer lado?

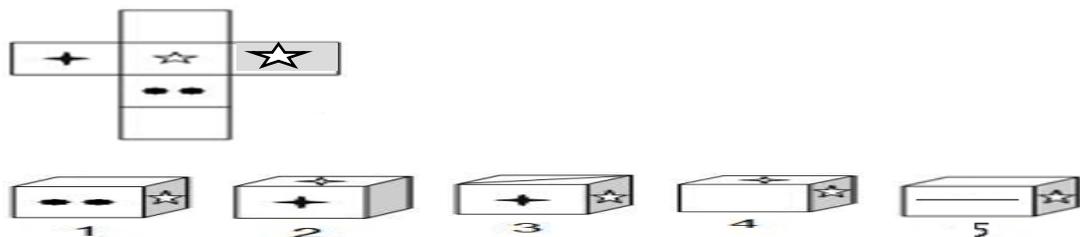
b) Simplifique:  $\text{Cos}(x - 30^\circ) - \text{Sen}(60^\circ + x)$

13) Una moneda de espesor 2 milímetros y radio de 2 centímetros, tiene un agujero central de diámetro un centímetro. ¿Cuál es su volumen en CC?

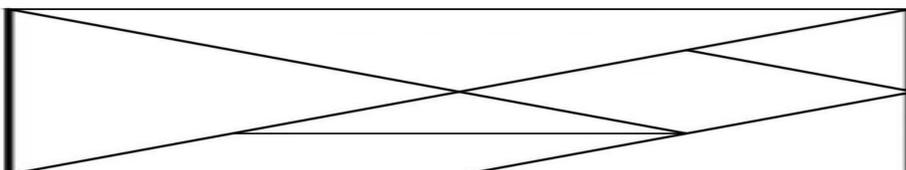
14) ¿Que ficha, debe acompañar a la quinta, para seguir la secuencia?



15) ¿Qué cubo se puede armar, a partir del despliegue mostrado?



16) ¿Cuantos triángulos, se pueden contar en la figura plana?



**MODELO III: “Tipo prueba “Ser Bachiller”, indique la opción correcta. (60 minutos)**

1) Encuentre el antónimo, de ROMO. Opciones: a) pincho b) pico c) agudo d) engréido e) potente

2) Diga en que oraciones hay: 1) Quichuismo 2) Hipérbole 3) Metáfora.

a) La muchacha tomo el cachorro como si fuera su guagua. b) Está lloviendo a cantaros.

3) Diga en que oraciones hay: 1) Símil o 2) Metáfora.

a) En la mesa con comida el Tío, se vuelve un barril sin fondo b) Puedo sentir el néctar de tus labios.

**Del fragmento:** Hay que pasarse el tiempo acomodando todo. Esto arriba, lo otro a la derecha, una cosa al norte, otra cosa abajo, otra a la izquierda, otra al oeste; que en diagonal, que en curva, que recto, que junto, que separado. Todo hay que acomodar, y no sólo una vez sino muchas, todo el tiempo, hora tras día tras semana tras mes. Y si algo queda acomodado, entonces viene alguien y lo empuja, lo pateo, lo ignora, le dice cosas, lo cambia de lugar queriendo o sin querer, y a empezar de nuevo, por conseguir el orden en toda la casa, se puede generar la llamada entropía.

4) Responda: ¿Qué es lo que hay que acomodar, todo el tiempo?

a) La cocina b) La ropa c) La diagonal d) Nada e) Todo.

5) Resuelva las operaciones. 5.1)  $\frac{\sqrt[5]{4\sqrt{3^6}}}{\sqrt{3\sqrt[5]{4^2}}}$  a)  $10\sqrt{3}$  b)  $\sqrt[5]{1/9}$  c)  $\sqrt[4]{9}$  d) 2 e) 1

5.2) Cuantos litros son 0,004 Mts<sup>3</sup> a) 400 b) 40 c) 1000 d) 4000 e) 4.

6) Complete las sucesiones: 6.1) 1; 2; 6; 15; 31; \_\_\_; 92. a) 46 b) 65 c) 56 d) 66 e) 76.

6.2) A; E; D; H; G; \_\_\_; J a) H b) L c) K d) I e) M.

7) Proporcionalidad y fracciones. 7.1) Se necesitan 3 resmas de papel de 500 hojas para imprimir 900 folletos, ¿Cuántas resmas de 700 hojas se requieren para 1200 folletos que son  $\frac{7}{2}$  del primero.

a) 10 b) 7 c) 12 d) 9 e) 11.

7.2) Convierta 4,3222... En fracción. a)  $\frac{399}{90}$  b)  $\frac{389}{90}$  c)  $\frac{390}{99}$  d)  $\frac{391}{99}$  e)  $\frac{40}{9}$ .

8) Polinomios y sus operaciones: Resolver, por Ruffini  $\frac{x^2 + 16x + 64}{x^2 + x - 56}$

a)  $\frac{x-7}{x+8}$  b)  $x+7$  c)  $x-8$  d)  $\frac{x+8}{x-7}$  e)  $2x-10$

9) Planteo y solución de ecuaciones. 9.1) 20 monedas de 0,25 y 0,10 Suman 4,25\$. ¿Cuántas hay de cada una? a) 17 y 3 b) 16 y 4 c) 15 y 5 d) 14 y 6 e) 12 y 8

9.2) De una bolsa de chocolates una niña saca  $\frac{1}{4}$ , su hermana saca  $\frac{1}{4}$  de lo que queda, y restan 9 bombones, ¿Cuántos bombones había? a) 14 b) 15 c) 16 d) 18 e) 20

10) Probabilidad y combinatoria. 10.1) ¿Que probabilidad hay de al lanzar dos dados, la suma de las caras de cinco? a)  $\frac{1}{9}$  b)  $\frac{1}{18}$  c)  $\frac{1}{10}$  d)  $\frac{1}{6}$  e) 0,5.

10.2) ¿Cuántas combinaciones con o sin sentido, de 3 letras, se pueden expresar con 6 letras? a) 30 b) 80 c) 200 d) 120 e) 40.

11) Geometría plana, 11.1) Donde se interceptan las rectas:  $y = 1 - x$ ; e  $y = x - 1$ .

a) (0, 0) b) (0, 1) c) (1, 0) d) (1,1) e) No se interceptan

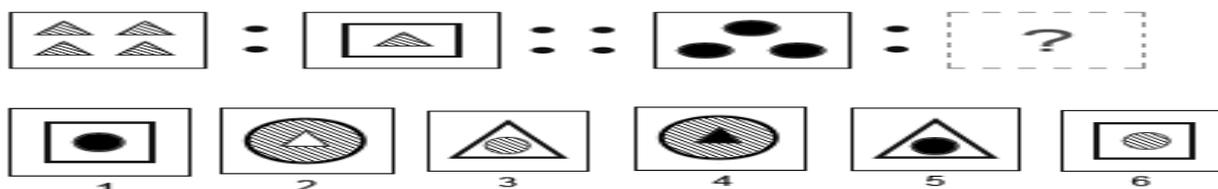
11.2) La diagonal de un cuadrado 10 Metros. Calcule su área. a)  $49 \text{ m}^2$  b)  $50 \text{ m}^2$  c)  $100 \text{ m}^2$  d)  $81 \text{ m}^2$ .

12) Trigonometría.  $\frac{1 - \cos^2(x)}{\tan(x)}$ . Al simplificar, queda: a)  $\tan(x)$  b)  $\cotan(x)$  c)  $\sec x$  d)  $\sin(x) \cdot \cos(x)$

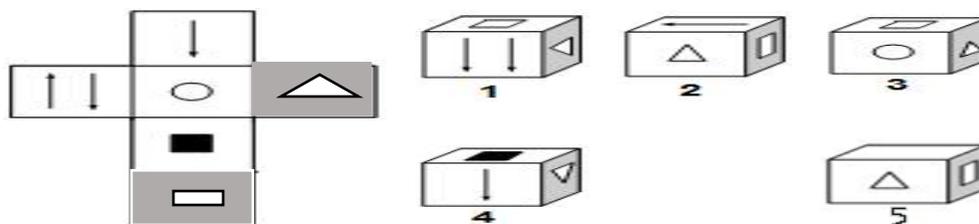
13) Volúmenes. Un Cono de altura y diámetro 12 Centímetros. Calcule su volumen.

a) 100 b)  $120\pi$  c)  $144\pi$  d)  $90\pi$  e)  $5\pi^2$ .

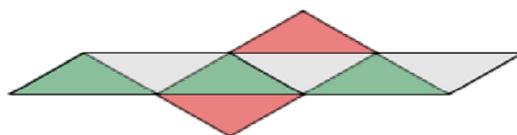
14) Observando la secuencia, diga ¿Qué figura debe seguir?



15) Del siguiente despliegue, diga ¿Qué cubo se puede formar?



16) ¿Cuántos cuadriláteros cruzados, se pueden contar en la figura?



a) 4 b) 3 c) 6 d) 2 e) 5.

## RESPUESTAS A LOS MODELOS DE EVALUACIONES

### Modelo I

1)b 2)b 3)a y b son 1, c y d son 2, y e, es 3 4)c 5)a)1, b)86.400 6)a)16, b)62 7)a)6, b)8/15 8) $x^2 + 1$  9)a)7 y 5, b)36 10)a)50%, b)360 11)a) (3, 0) b)38°, 52° y 90° 12)a)5Sen80°, b)Tan(x) 13) $\sqrt{27}$  14)d 15)e 16)b.

### Modelo II

1)c 2)a 3)a)1, b)3 y c)3 4)b 5)a)9, b)336\$ 6)a)7, b)8 7)15 horas 8) $x-3$  9)a)33,33%, b)7 y 8 10)a) (1/18), b)66 11)a)42°, b)12 12)a) $\sqrt{112}$ , b)0 13)0,15 $\pi$  14)D 15)4 16)7.

### Modelo III

1)a 2)a)1, b)2 3)a)2 y b)2 4)e 5.1)a 5.2)d 6.1)c 6.2)c 7.1)a 7.2)b 8)d 9.1)c 9.2)c 10.1)a 10.2)d 11.1)c 11.2)b 12)d 13)c 14)1 15)2 16)a.

## EPILOGO

Esta obra es un manual porque en su consulta existen: a) Definiciones y conceptos en la entrada de cada uno de los temas desarrollados, a saber en 16 partes que involucran los tres tipos de pensamientos a evaluar como actitud en las diferentes pruebas Nacionales, para lograr la condición ciudadana de: “Ser Bachiller”, b) Problemas resueltos en una idea de abarcar las tipologías de ejercicios posibles en cada tema, c) Un orden de dificultad y temática a la par con lo relacionado con: La literatura, el álgebra milenaria, y las visiones con sus abstracciones; y d) Suficientes problemas propuestos a resolver, con los tipo prueba a opciones. Todos ellos con sus respuestas respectivas, para verificar los resultados. En la idea siempre de una ejercitación para el inicio del logro de la habilidad que se espera desarrollar en las juventudes de cada país, que aspiran a ingresar a una carrera universitaria.

La obra de hecho sugiere un curso completo a desarrollarse de forma presencial, donde cada tema puede ser explicado y estudiado en tres horas, más cuatro encuentros de ejercitación en modelos de evaluaciones, para que, el estudiante pueda evaluar sus fallas, faltas o sus errores, luego a manera personal desarrollar su mejor estrategia, para el día de la prueba; es decir el manual hace la sugerencia de un curso de 60 horas, 48 horas en el desarrollo teórico practico de cada tema, con 12 horas de ejercitación en modelos de pruebas, a realizarse y revisarse.

Entonces para cubrir el manual se requieren 20 encuentros de tres horas cada uno, ideal para cursos de un encuentro cada fin de semana, con aproximadamente 4,5 meses; o 30 encuentros de dos horas cada uno, ideal para cursos en la semana, sea de tarde o de mañana, con dos o tres encuentros por semana, lo que daría cursos de 3,5 o 2,5 meses respectivamente.

Como se señala en el epígrafe de “Al estudiante”, la práctica hace al maestro, porque solo con ejercitación controlada, se puede tener el suficiente conocimiento empírico para obtener un resultado aceptable, en este evento académico de importancia en nuestras sociedades, que viene a representar un acto de ética, de valoración personal, de las juventudes. De hecho, con esta prueba, cada ciudadano que la aspira y la vive, puede redescubrir de que habilidades es capaz, de cuales más se destaca y de cuales no; con lo cual puede quizás redefinir qué carrera profesional escoger o conseguir.

El manual puede ser estudiado y desarrollado a manera individual o grupal, por estudiantes aspirantes a la educación superior, que lo adquieran en un desarrollo en lectura ordenada, consecutiva y con el suficiente compromiso de ejercitar la mayor cantidad de sus ejercicios propuestos, como compromiso autodidacta, o en la asistencia a cursos seleccionados.

## REFERENCIAS CONSULTADAS

Apuntes de Matemática (2010), ESSO. COLOMBIA

Bárceñas D. / Porras O. (2001) "Trigonometría" departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias. Universidad de los Andes. Lf23720015101882.

Cedeño H. / Vásquez F. (2000) "Destrezas numéricas" modulo I de Algebra. Curso propedéutico de la Universidad de Oriente.

Enciclopedia estudiantil SANTILLANA (2007), "Lenguaje y Comunicación" 1, Gramática – Ortografía -Redacción". Tomo 1. Lima Perú.

Enciclopedia estudiantil SANTILLANA (2007), "Matemática 1, Aritmética - Algebra". Tomo 2. Lima Perú.

Enciclopedia estudiantil SANTILLANA (2007), "Matemática 2, Geometría - Trigonometría". Tomo 5. Lima Perú.

Enciclopedia estudiantil SANTILLANA (2007), "Lenguaje y Comunicación" 2, Literatura. Tomo 8. Lima Perú.

Examen Nacional para la educación Superior ENES Formas 135, 137 y 140 (2016).

Favila, J. / Heinz A. (2006). "Un paso adentro". Razonamiento verbal. Editorial Umbral S.A. México.

[Http://www.Google.com.ec/razonamiento+abstracto](http://www.Google.com.ec/razonamiento+abstracto)

[Http://www.Google.com.ec/razonamiento+numerico](http://www.Google.com.ec/razonamiento+numerico)

[Http://www.Google.com.ec/razonamiento+verbal](http://www.Google.com.ec/razonamiento+verbal)

# Descubre tu próxima lectura

Si quieres formar parte de nuestra comunidad,  
regístrate en <https://www.grupocompas.org/suscribirse>  
y recibirás recomendaciones y capacitación



   @grupocompas.ec  
compasacademico@icloud.com

#### ALBERTO ANTONIO TIRADO SANABRIA

(Caracas, Venezuela, 1970)

Ingeniero Industrial 1997 Universidad de Oriente, Venezuela, núcleo de Anzoátegui, Barcelona. Profesor Asociado en el área de Física en la dirección de estudios básicos de la Universidad de Oriente desde 1999 al 2017. Máster en enseñanza de la Matemática Básica 2010, UDO. Desde el 2018, Profesor contratado en la Universidad de Guayaquil, en la Facultad de Ciencias Matemáticas y Física hasta la actualidad. Coordinador del Área de Física y director de sus laboratorios desde 2019. Doctor en Educación, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela, Maturín. Autor de variadas publicaciones.

#### JOHANNA GRACIELA BRIONES FRANCO

(Guayaquil, Ecuador, 1986)

Es Licenciada en Matemáticas por la Universidad Tecnológica Equinoccial en 2011, con una Maestría en Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Superior Politécnica del Litoral en 2017, cursando un Doctorado en Planificación Pública y Privada en la Universidad Nacional de Tumbes. Con experiencia docente desde el 2014 en la Universidad Agraria del Ecuador en la Carrera de Ingeniería en Agroindustria en las asignaturas de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Estadística, y en la Carrera de Computación e Informática con la asignatura de Análisis Matemático, además se desempeñó como Coordinadora Pedagógica de Admisión y Nivelación en el 2018. Desde el 2018 es docente en la Carrera de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil de las asignaturas de Métodos Numéricos, Matemáticas 1, Matemáticas 2, Matemáticas 3. Es Coautora del Libro "Factores que influyen en el aprendizaje de la Estadística mediante el uso de las TICs" código ISBN: 978-959-7225-76-8. También se ha desempeñado como autora y revisora de artículos científicos en el Congreso LACCEI 2020.

#### JORGE JOSE ARROYO OROZCO

(Guayaquil, Ecuador, 1977)

Es Ingeniero Civil, graduado en la Universidad de Guayaquil en 2001, con una Maestría en Auditoría en Gestión de la Calidad en la Universidad Técnica Particular de Loja en el 2008, con estudios de posgrados en Gerencia de Construcción en la Universidad Nacional Autónoma de México en 2013 y en la Escuela Superior Politécnica del Litoral en 2019. Cursando un Doctorado en Planificación Pública y Privada en la Universidad Nacional de Tumbes y una Maestría en Gestión del Desarrollo y Crisis en la Universidad Andina Simón Bolívar – Sede Ecuador. Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil en la Carrera de Ingeniería Civil desde el 2013 en las asignaturas de Programación y Evaluación de Proyectos y Construcción y Presupuesto de Obras Civiles y en posgrado en la asignatura de Contratación Pública y Privada de la Maestría en Ingeniería Civil mención Hidráulica. Además se desempeña como Coordinador de Posgrados de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, desde el 2019. Con publicaciones científicas en los Congresos ICCE 2018, LACCEI 2019, LACCEI 2020 y LACCEI 2021. Con experiencia profesional en programación y estimación de costos de todo tipo de proyectos de obra civil en Ecuador, Bolivia, Panamá y Perú, desempeñándose como Jefe de Presupuestos y Planificación de obras para empresas constructoras como Etinar, Consorcio Santos CMI, Traverso & Perez Construcciones, Riponciv Construcciones Cíviles, Constructora Becerra Cuesta y como Supervisor de Hormigones para Holcim Ecuador.

**compAs**  
Grupo de capacitación e investigación pedagógica



@grupocompas.ec  
compasacademico@icloud.com

ISBN: 978-9942-33-393-3



@grupocompas.ec  
compasacademico@icloud.com

compas  
Grupo de capacitación e investigación pedagógica