ECUACIONES CUADRÁTICAS:

DEFINICIÓN Y MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Ing. José Alfonso Alvarado C.

DEFINICIÓN

Una **ecuación cuadrática** o de **segundo grado** es toda ecuación en la cual, una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2.

Así, $ax^2 + bx + c = 0$ es una ecuación de segundo grado.

En esta ecuación La “x” es la variable o incógnita y las letras a, b y c son los coeficientes, los cuales pueden tener cualquier valor, excepto que $a = 0$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Una ecuación cuadrática (o de segundo grado) es una ecuación polinómica en una variante simple donde a máxima potencia de la variable es 2.

Existen tres formas principales de resolver ecuaciones de segundo grado:

1) Factorizar la ecuación (si es posible),

2) Utilizar la fórmula cuadrática, o

3) Completar el cuadrado

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

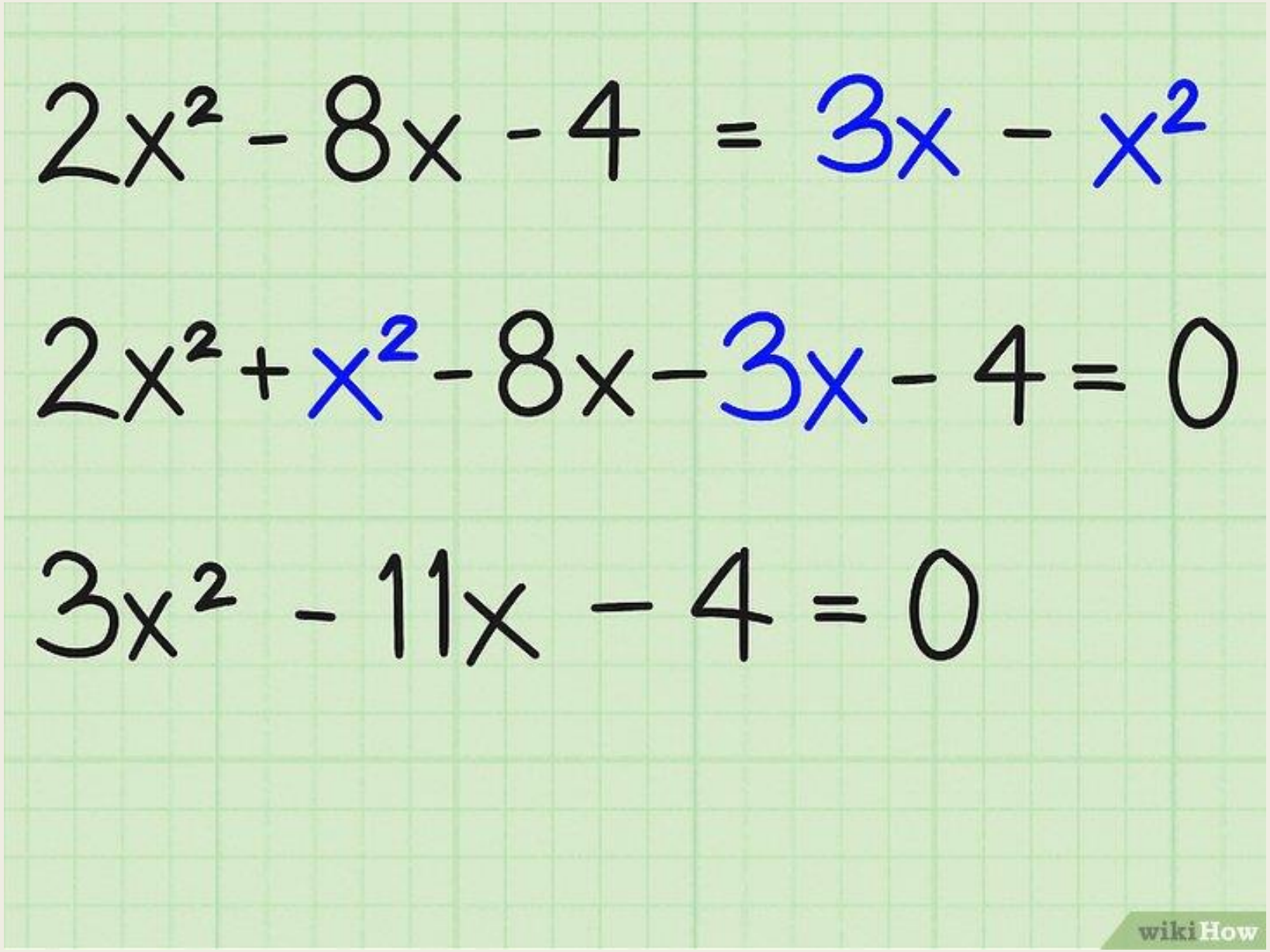
1 Combina todos los términos semejantes y transpórtalos a un lado de la ecuación.

El primer paso para factorizar una ecuación es transportar todos los términos a un lado de la ecuación, manteniendo positivo el término .

Para combinar los términos, suma o resta todos los términos , los términos , y las constantes (términos enteros), transportándolos a un lado de la ecuación hasta que no quede nada en el otro lado.

Una vez que quede sin términos restantes, simplemente escribe "0" en ese lado del signo igual (=).

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN



1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

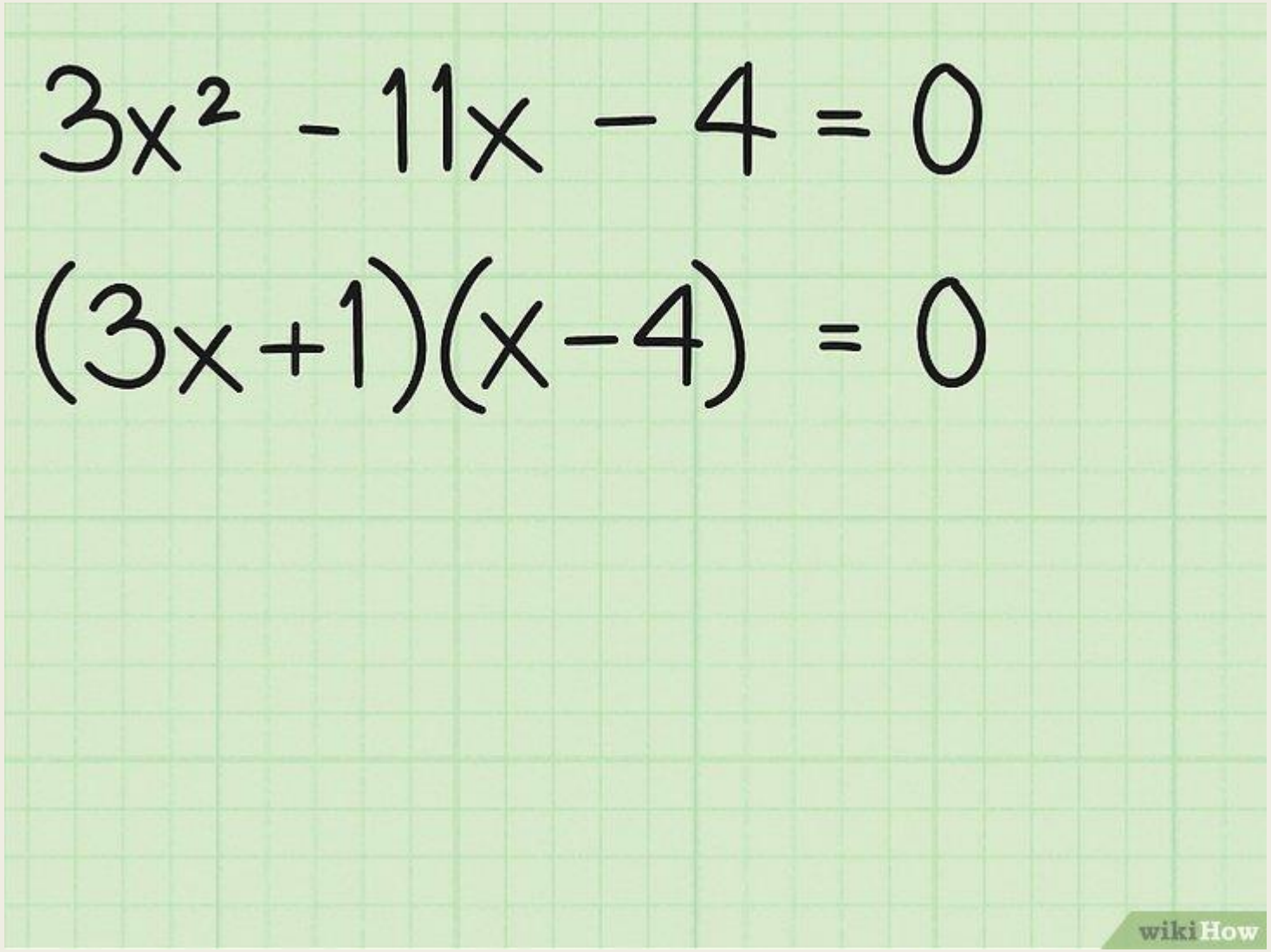
2 Factoriza la expresión.

Para factorizar la expresión, tienes que utilizar los factores del término x^2 (3) y los factores del término constante (-4) para que se multipliquen y luego se sumen al término medio (-11).

- Dado que $3x^2$ solo tiene un conjunto de posibles factores, 3x y x puedes colocarlos entre paréntesis: (3x±?) (x±?) = 0
- Luego, realiza un proceso de descarte para reemplazar los factores de 4 y encontrar una combinación que cuando se multiplique dé como resultado “-11x”. Puedes utilizar las combinaciones: 4 y 1, o 2 y 2, ya que, al multiplicar ambas, se obtiene 4. Solo recuerda que uno de los términos debe ser negativo, ya que el término es -4
- Haz varias pruebas y empieza con esta combinación de factores:

(3x+1) (x+4) Si se multiplica, obtendrá: $3x^2$ - 12x + x - 4. Si combina los términos -12 y x, da -11x, que es el término medio que estamos buscando. Con esto se acaba de factorizar la ecuación.

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN



1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

3 Iguala cada conjunto entre paréntesis a cero como ecuaciones separadas.

Al hacerlo, encontrarás dos valores para x que harán que toda la ecuación sea igual a cero (3x + 1) (x + 4) = 0.

Ahora que la ecuación está factorizada, todo lo que tienes que hacer es poner la expresión en cada conjunto de paréntesis igual a cero.

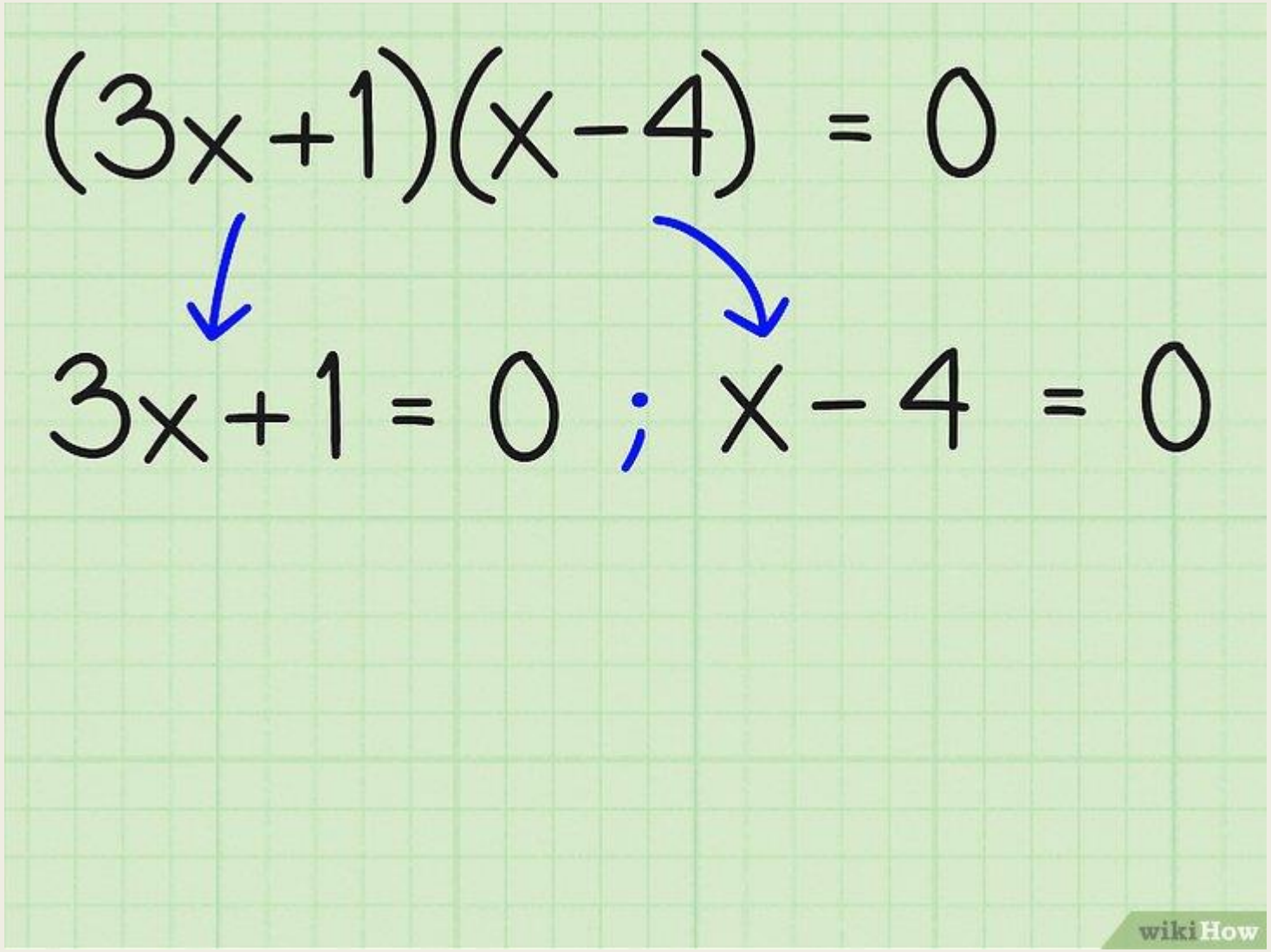
Pero, ¿por qué?

Porque para obtener cero multiplicando, tenemos el "principio, regla o propiedad" que un factor debe ser cero, entonces al menos uno de los factores entre paréntesis, como (3x + 1) (x + 4) debe ser cero;

(3x + 1) o bien (x - 4) debe ser igual a cero.

Por lo tanto, se escribe 3x +1 = 0 y también x - 4 = 0

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN



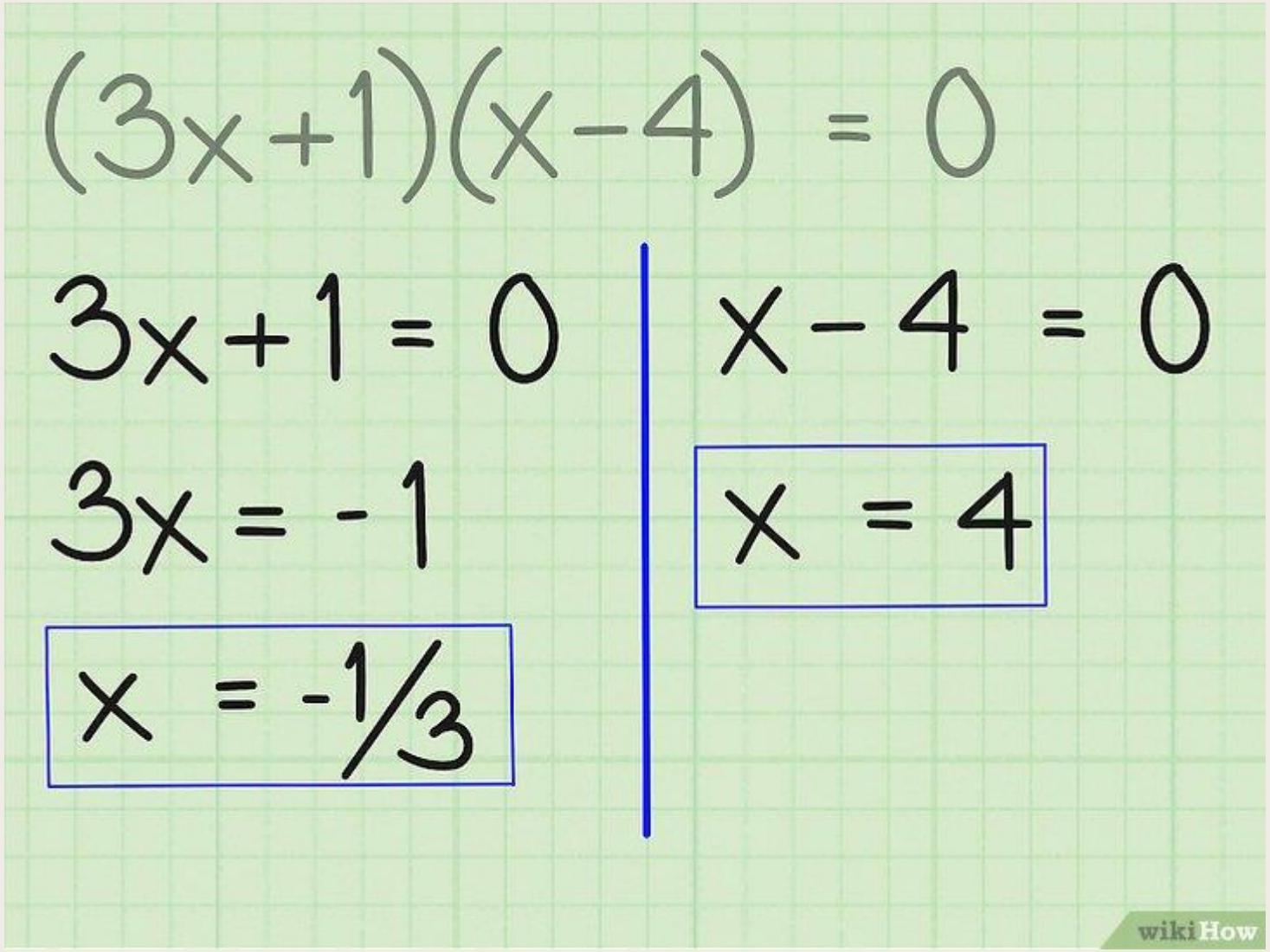
1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

4 Resuelve cada ecuación "cero" de manera independiente.
En una ecuación de segundo grado, existirán dos posibles valores para “x”.

Encuentra x para cada posible valor de x uno por uno por medio de aislar la variable, y escribe ambos valores para x como la solución final.

A continuación, se muestra cómo debes hacerlo

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

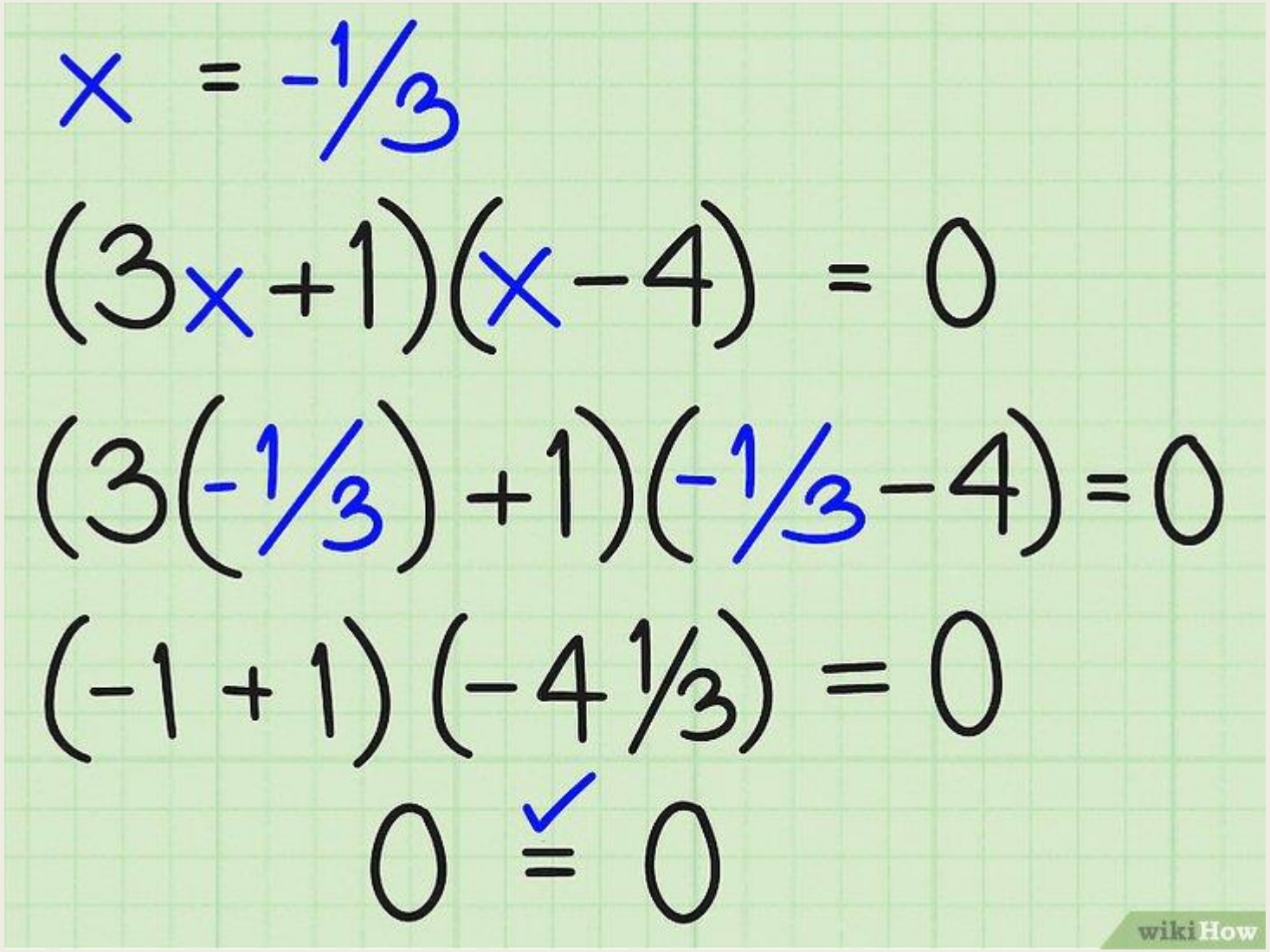


1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

5 Revisa x=-1/3 en (3x+1)(x–4) =0:

Se tiene (3[-1/3] + 1)([-1/3] – 4) ?=? 0 ..... sustituyendo (-1 + 1)(-4 1/3) ?=? 0 ..... simplificando (0)(-4 1/3) = 0 ..... multiplicando por lo tanto 0 = 0 ..... Sí, x = -1/3 funciona

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN



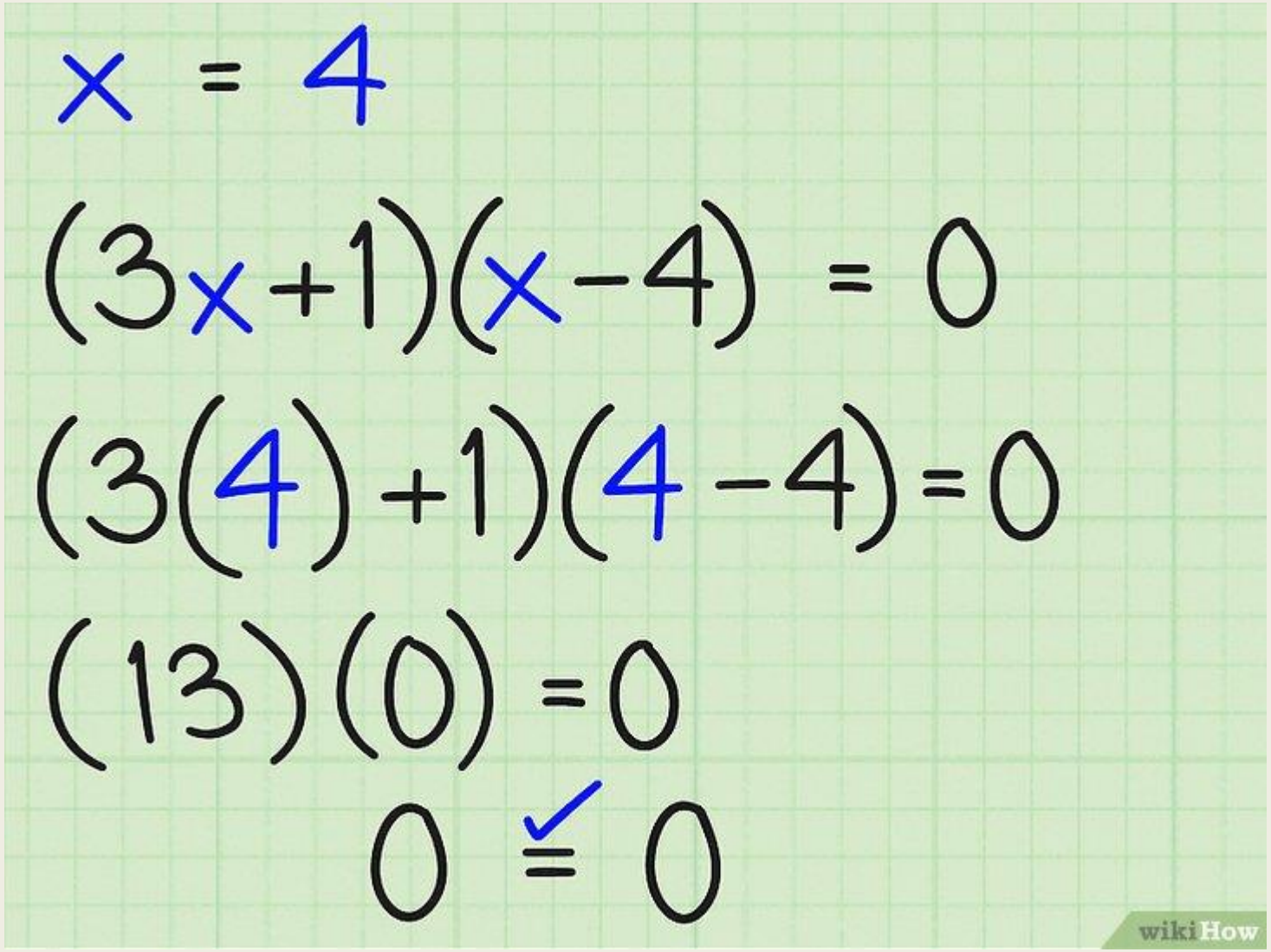
1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN

6 Revisa x = 4 en (3x + 1)(x - 4) = 0:

Se tiene (3[4] + 1)([4] – 4) ?=? 0 ..... sustituyendo (13)(4 – 4) ?=? 0 ..... simplificando (13)(0) = 0 ..... multiplicando 0 = 0 ..... Sí, x = 4 funciona.

Por lo tanto, ambas soluciones se "comprueban" por separado, y se verifica que ambas funcionan y que son correctas para dos soluciones diferentes.

1. FACTORIZAR LA ECUACIÓN



2. FÓRMULA CUADRÁTICA

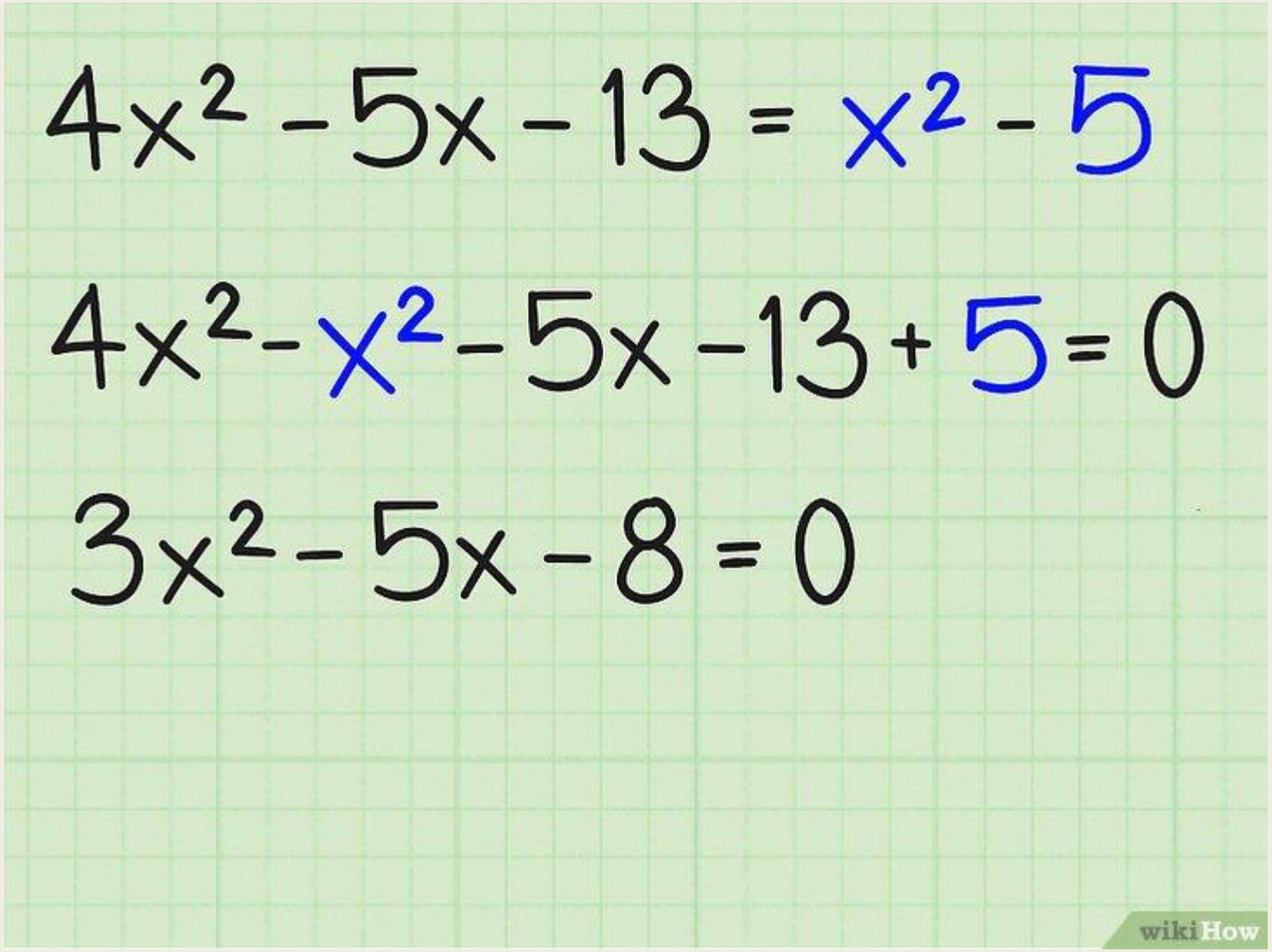
1 Combina todos los términos semejantes y transpórtalos a un lado de la ecuación.

Transporta todos los términos a un lado del signo igual (=), manteniendo positivo el término x^2.

Escribe los términos en orden descendente de grados, de modo que el término " x^2 venga primero, seguido del término “x” y del término constante.

A continuación, se muestra cómo se debe hacerlo

2. FÓRMULA CUADRÁTICA



2. FÓRMULA CUADRÁTICA

2 Escribe la fórmula cuadrática.

La fórmula cuadrática es la siguiente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

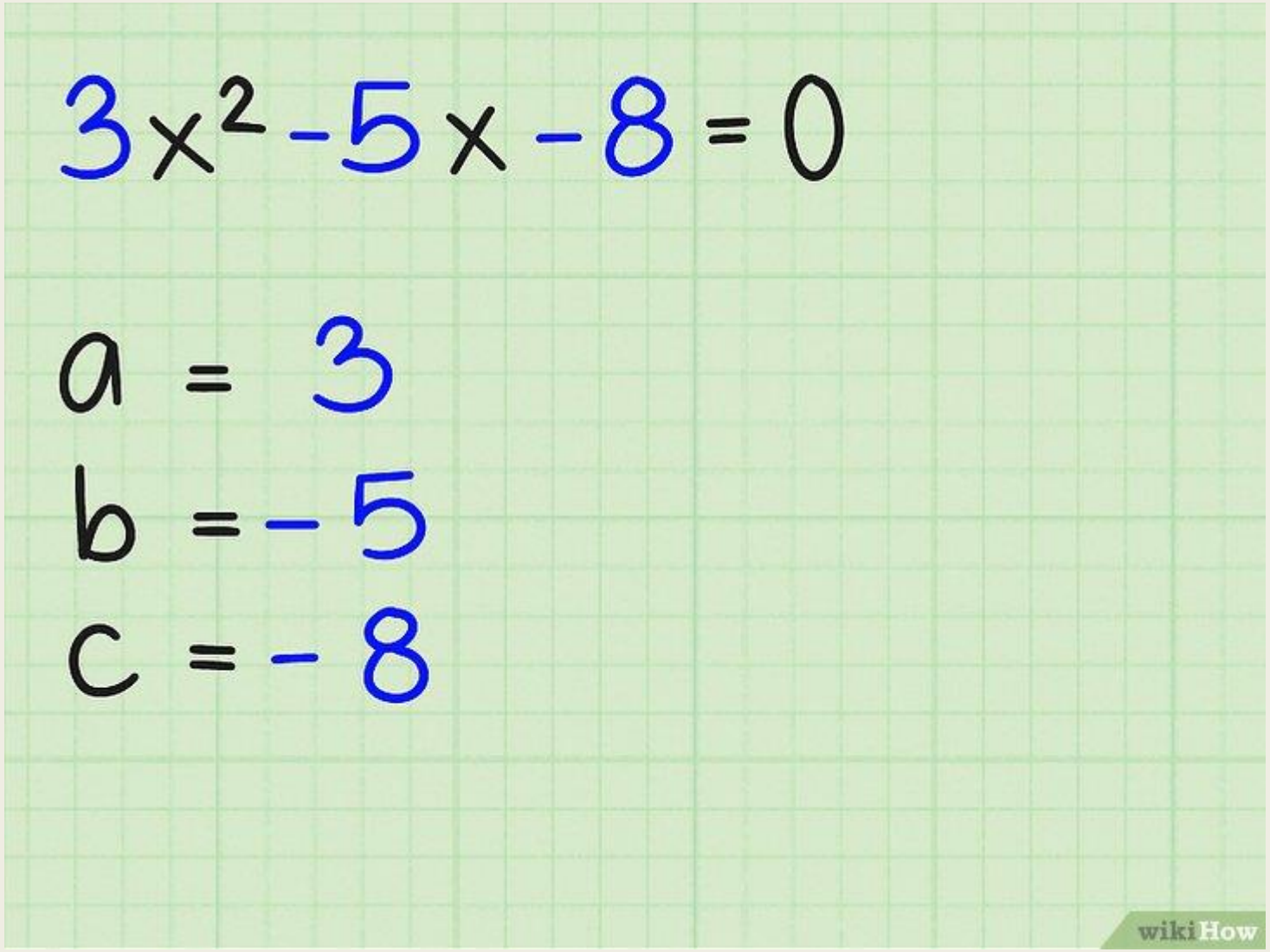
3 Identifica los valores de “a”, “b”, y “c” en la ecuación de segundo grado.

La variable “*a*” es el coeficiente del término "x^2", la “*b*” es el coeficiente del término “x”, y la “*c*” es la constante.

Para la ecuación: $3x^2 - 5x - 8 = 0$, $a = 3$, $b = -5$, y $c = -8$.

Escribe todo esto.

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

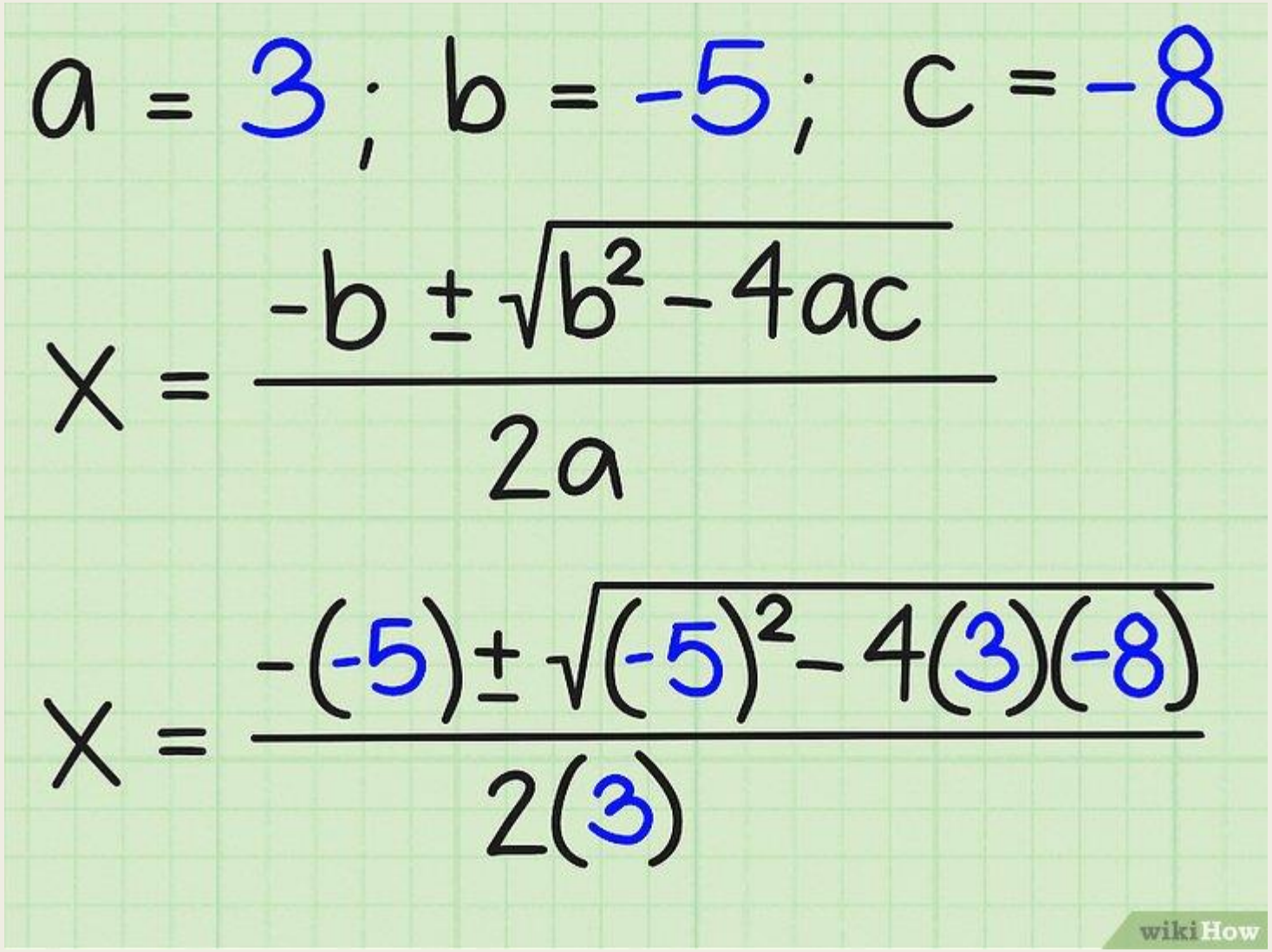


2. FÓRMULA CUADRÁTICA

4 Reemplaza los valores de “a”, “b”, y “c” en la ecuación.

Ahora que cuentas con los valores de las tres variables, reemplázalas en la ecuación de la siguiente manera

2. FÓRMULA CUADRÁTICA



2. FÓRMULA CUADRÁTICA

5 Realiza tus cálculos.

Después de que hayas reemplazado los números, realiza los cálculos restantes para simplificar los signos positivos o negativos.

Multiplica o eleva al cuadrado los términos restantes.

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

$$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-8)}}{2(3)}$$

$$X = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{6}$$

$$X = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{6}$$

wikiHow

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

6 Simplifica la raíz cuadrada.

Si el número bajo el símbolo radical es un cuadrado perfecto, obtendrás un número entero.

Si no lo es, entonces simplifícalo a su versión radical más simple.

Si es negativo, *y estás seguro de que debe ser negativo*, entonces las raíces serán complejas.

Para el siguiente ejemplo: √(121) = 11, puedes escribir: x = (5 +/- 11)/6.

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

$$X = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{6}$$

$$X = \frac{5 \pm 11}{6}$$

wikiHow

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

7 Encuentra dos respuestas.

Si has eliminado el símbolo de la raíz cuadrada, entonces puedes continuar hasta que encuentres ambos valores (positivo y negativo) para “x”.

Ahora que ya tienes: (5 +/- 11)/6, puedes escribir dos opciones

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

$$X = \frac{5 \pm 11}{6}$$

$$X = \frac{5 + 11}{6}$$

$$X = \frac{5 - 11}{6}$$

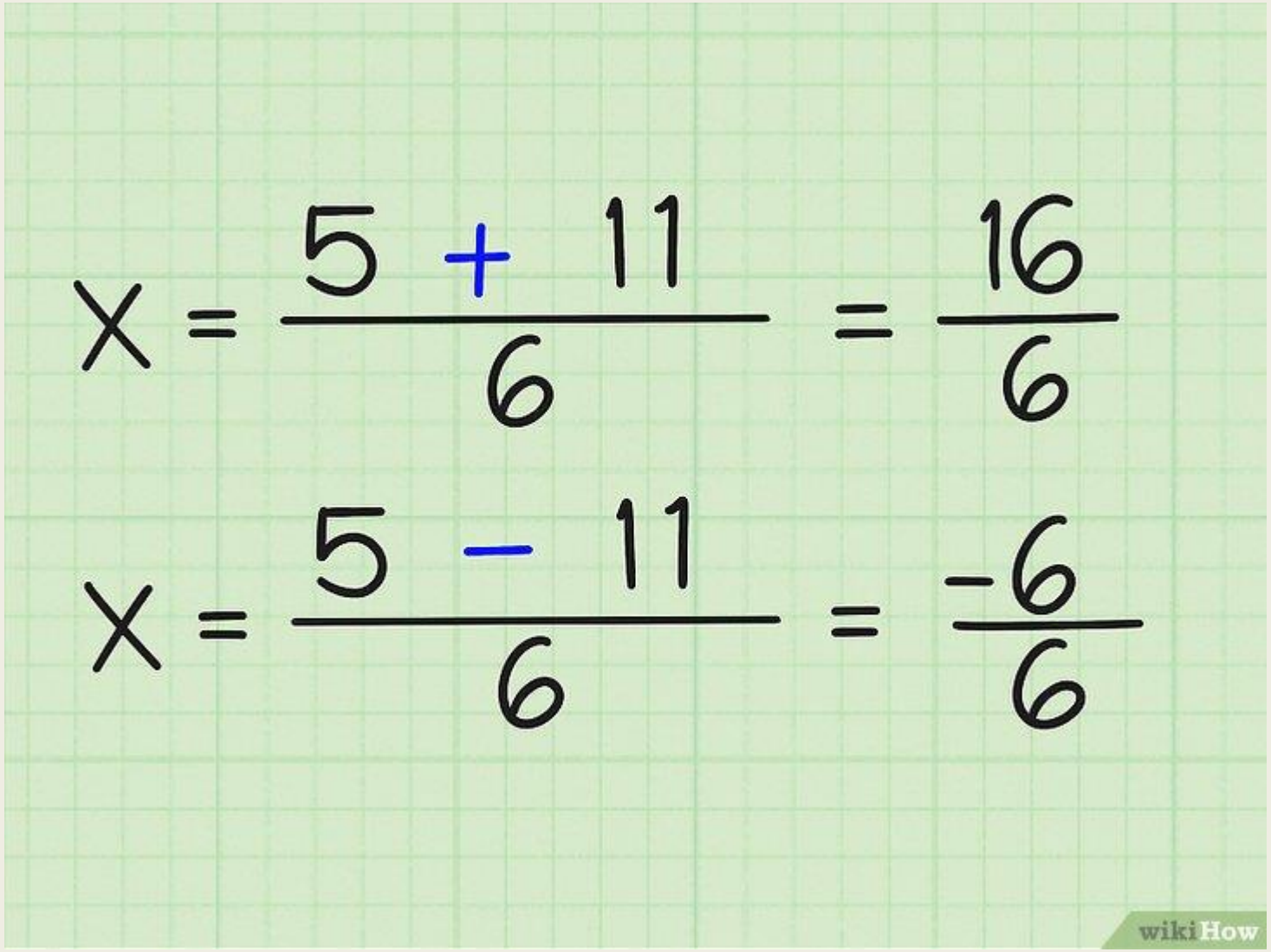
wikiHow

2. FÓRMULA CUADRÁTICA

8 Obtén ambas respuestas (una positiva y otra negativa).

Simplemente realiza los siguientes cálculos:

2. FÓRMULA CUADRÁTICA



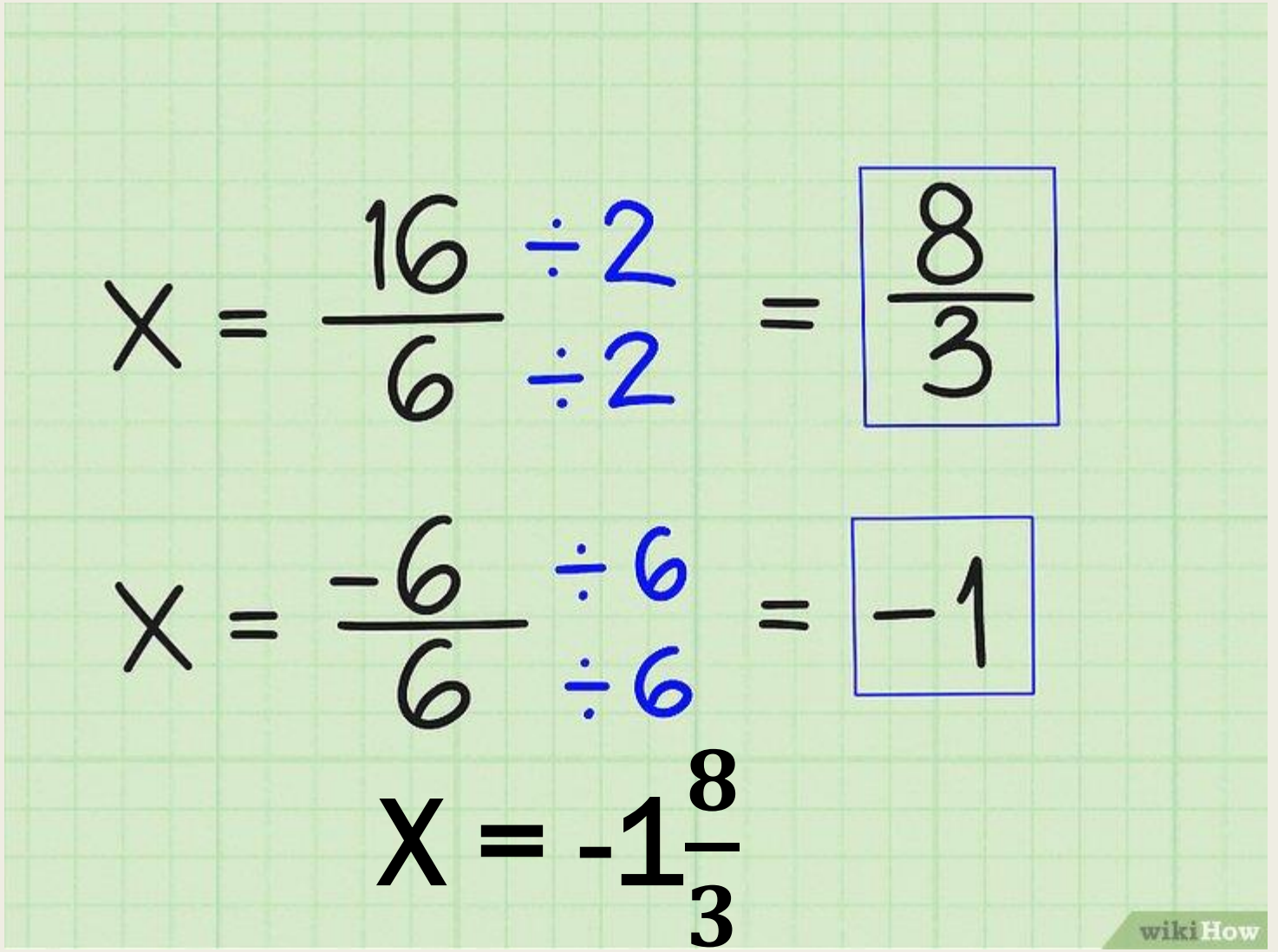
2. FÓRMULA CUADRÁTICA

9 Simplifica.

Para simplificar cada respuesta, simplemente divídelas por el número más grande que divida igualmente ambos números.

Divide la primera fracción entre 2 y divide la segunda entre 6 para que obtengas los valores para “x”. :

2. FÓRMULA CUADRÁTICA



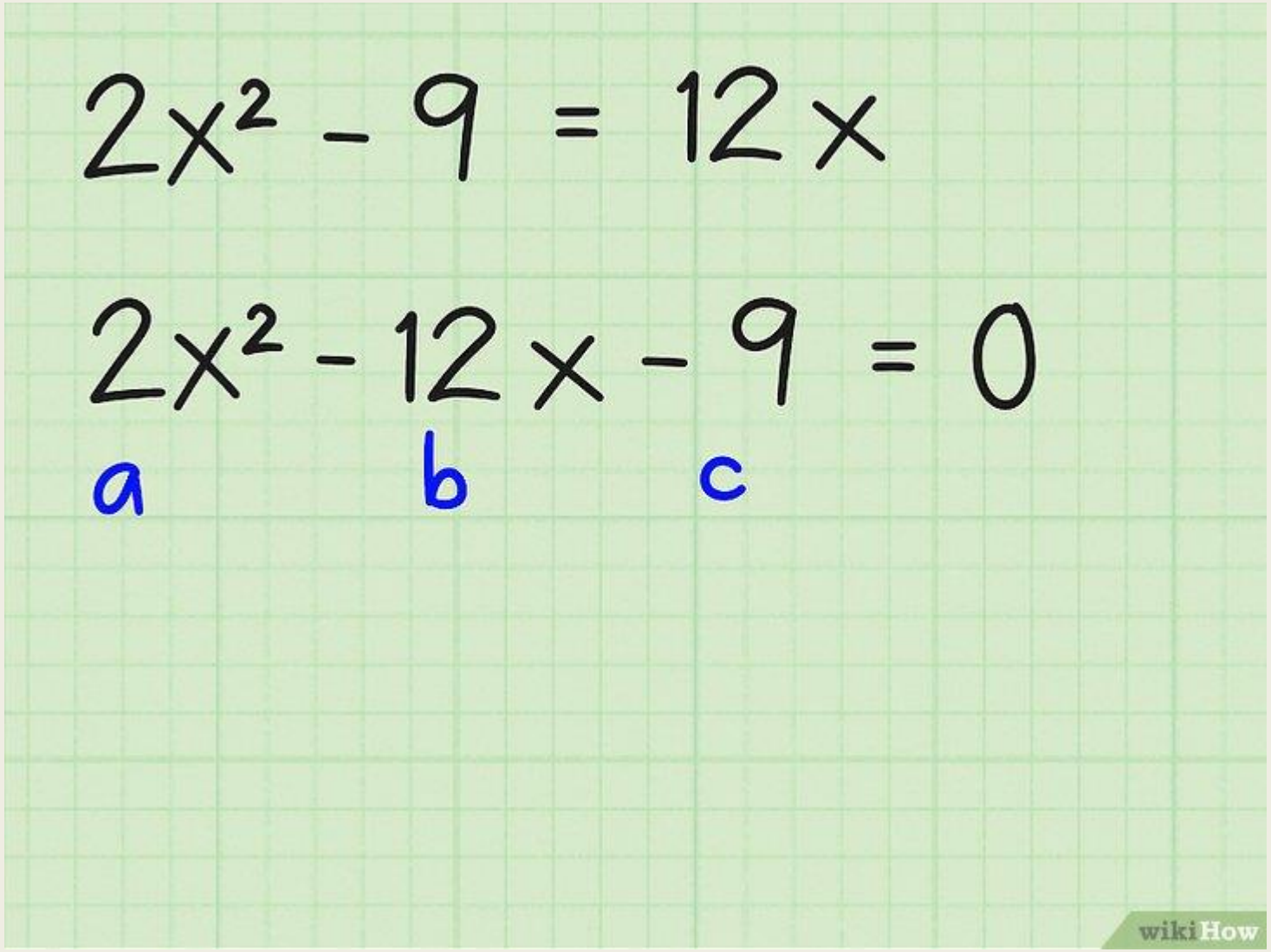
3. COMPLETAR EL CUADRADO

1 Traslada todos los términos a un lado de la ecuación.

Asegúrate de que el término “*a*” o "x^2" sea positivo.

Se lo debe hacer asi:

3. COMPLETAR EL CUADRADO



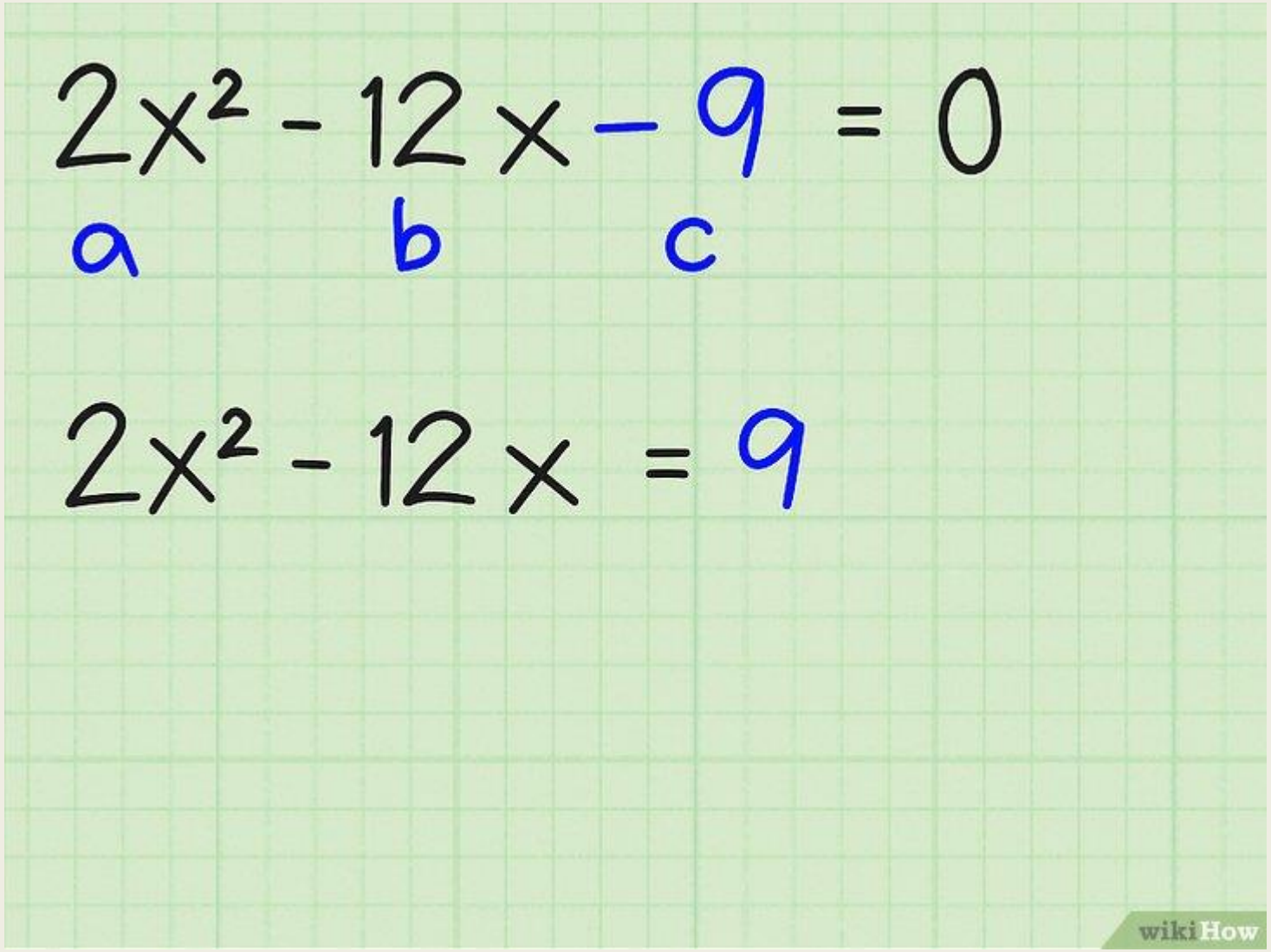
3. COMPLETAR EL CUADRADO

2 Transporta el término “c” o constante al otro lado.

El término constante es el término numérico sin una variable.

Transpórtalo hacia el lado derecho de la ecuación

3. COMPLETAR EL CUADRADO



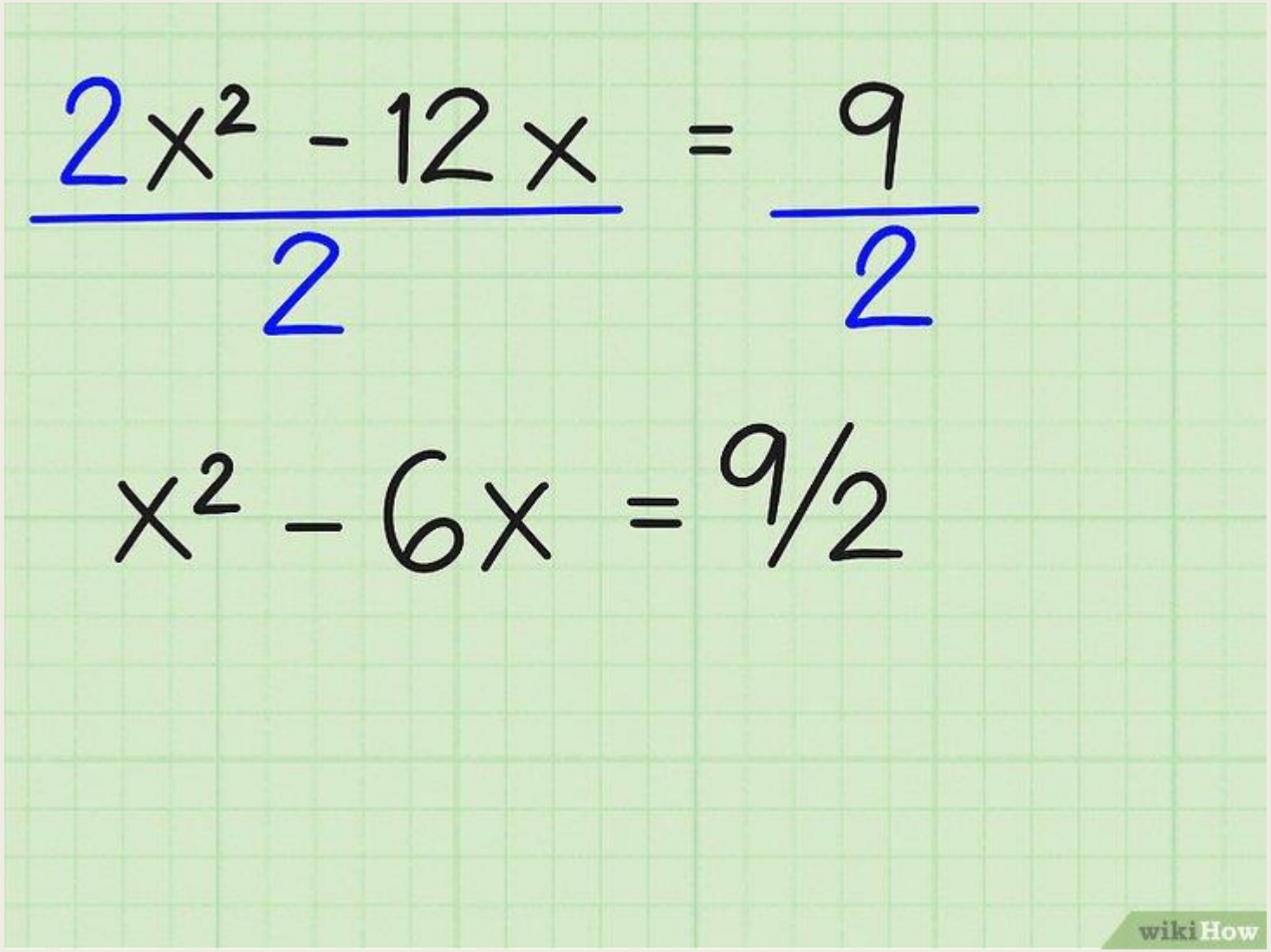
3. COMPLETAR EL CUADRADO

3 Divide ambos lados por el coeficiente del término “*a*” o "x^2".

Si "x^2" no presenta un término adelante, simplemente tiene un coeficiente de 1, por lo que puedes saltarte este paso.

En este caso, tendrás que dividir todos los términos entre 2, de la siguiente manera:

3. COMPLETAR EL CUADRADO

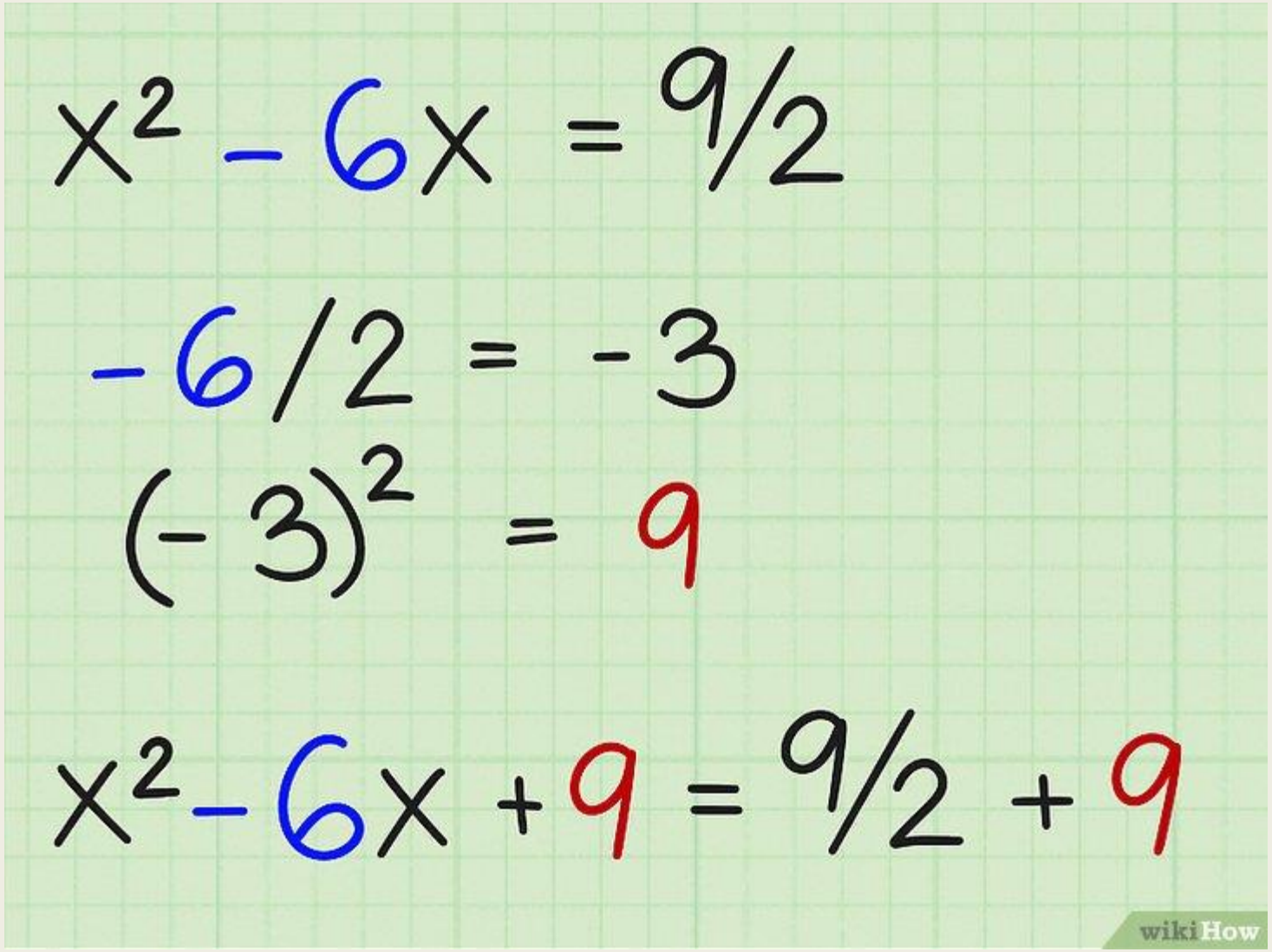


3. COMPLETAR EL CUADRADO

4 Divide “*b*” entre dos, elévalo al cuadrado y suma el resultado en ambos lados.

El término “*b*” en este ejemplo es -6. A continuación, te mostramos cómo debes hacerlo

3. COMPLETAR EL CUADRADO



3. COMPLETAR EL CUADRADO

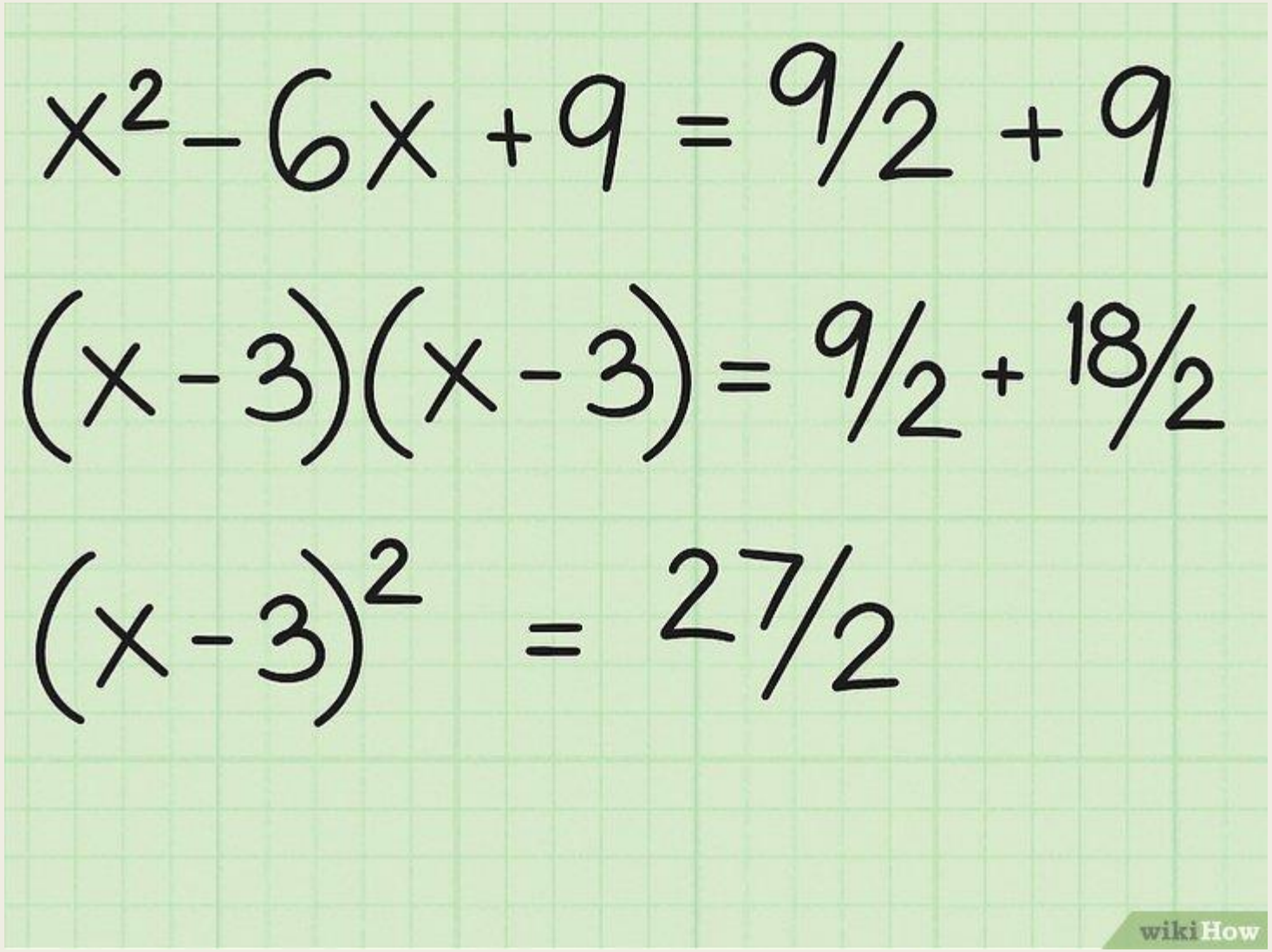
5 Factoriza los términos del lado izquierdo para que obtengas:

$(x-3)(x-3)$, o $(x-3)^2$.

Suma los términos en el lado derecho para que obtengas:

$9/2 + 9$ o $9/2 + 18/2$, lo que equivale a $27/2$

3. COMPLETAR EL CUADRADO



3. COMPLETAR EL CUADRADO

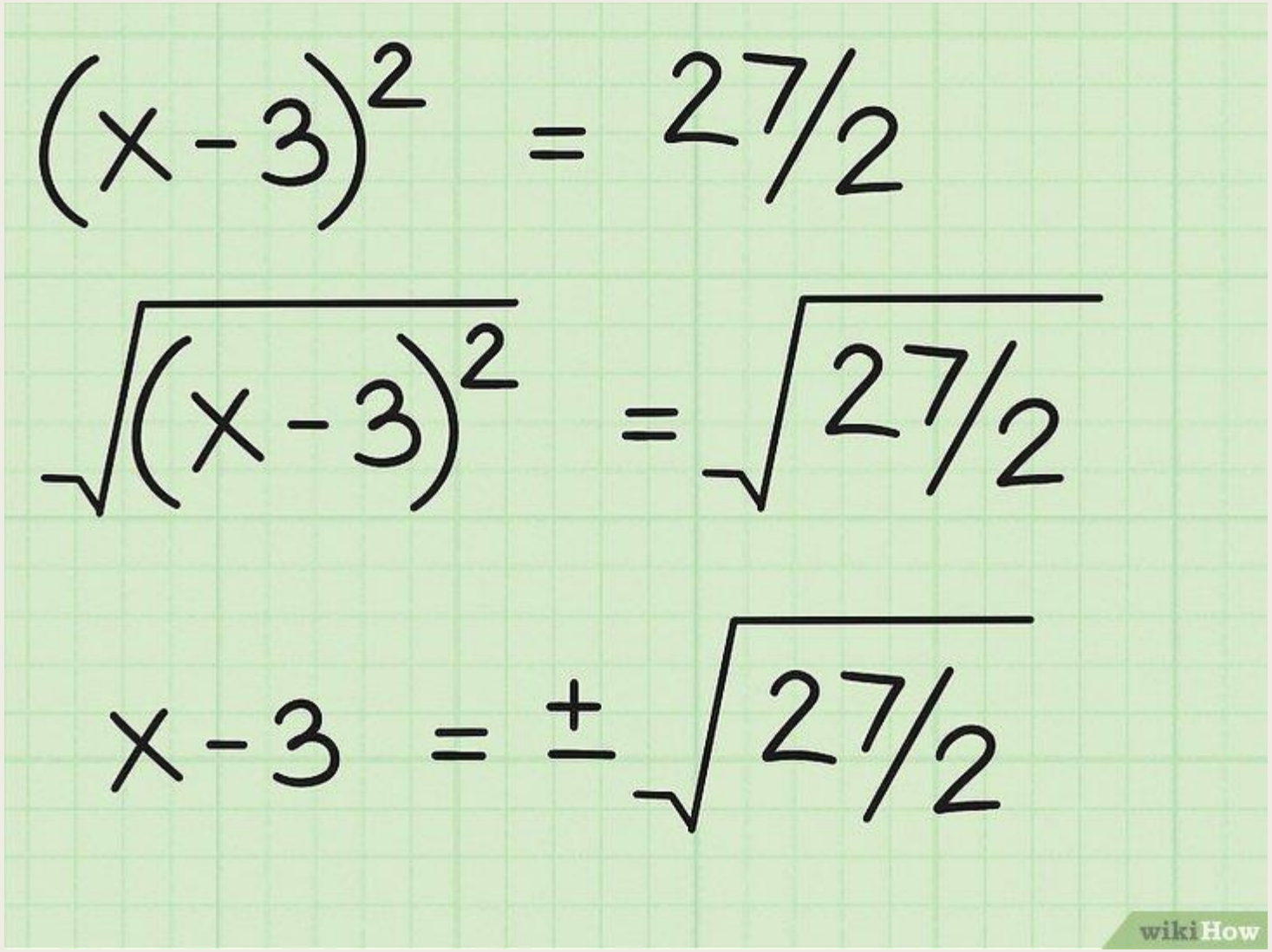
6 Encuentra la raíz cuadrada en ambos lados:

La raíz cuadrada de $(x-3)^2$ es simplemente $(x-3)$.

Puedes escribir la raíz cuadrada de 27/2 como: $\pm\sqrt{(27/2)}$.

Por lo tanto: $x - 3 = \pm\sqrt{(27/2)}$

3. COMPLETAR EL CUADRADO



3. COMPLETAR EL CUADRADO

7 Simplifica el radical y encuentra el valor de “x”.

Para simplificar $\pm\sqrt{(27/2)}$, busca un cuadrado perfecto dentro de los números 27 y 2 o de sus factores.

El cuadrado perfecto 9 se encuentra dentro de 27, ya que: 9 x 3 = 27.

Saca el número 9 y escribe el número 3 (su raíz cuadrada) al margen del signo radical.

Deja el número 3 en el numerador de la fracción debajo del signo radical, ya que el factor de 27 no se puede sacar, y deja el número 2 en la parte inferior.

Luego, transporta la constante 3 del lado izquierdo de la ecuación al lado derecho, y escribe ambos valores para “x”:

$$x = 3 + (3\sqrt{6})/2$$

$$x = 3 - (3\sqrt{6})/2$$

3. COMPLETAR EL CUADRADO

$$x-3 = \pm\sqrt{27/2}$$

$$\sqrt{\frac{27}{2}} = \sqrt{9\left(\frac{3}{2}\right)} = 3\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$3\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x-3 = \pm 3\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x = \boxed{3+3\frac{\sqrt{6}}{2}};\ x = \boxed{3-3\frac{\sqrt{6}}{2}}$$

wikiHow