DIFERENCIA DE CUADRADOS, TRINOMIO SIMPLE Y COMPUESTO

ING. JOSÉ ALFONSO ALVARADO. C.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

DIFERENCIA DE CUADRADOS

La factorización de una diferencia de cuadrados es el producto de dos binomios conjugados

$$a^2 - b^2 = \mathbf{(a + b)(a - b)}$$

Nótese que el término que cambia de signo en los binomios conjugados es el correspondiente al término que se resta en la diferencia de cuadrados.

Así, si se desea factorizar una diferencia de cuadrados debe obtenerse primero la raíz cuadrada de cada término de la diferencia y, posteriormente, construir con ellas el par de binomios conjugados necesarios para la factorización.

FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Se llama diferencia de cuadrados a un binomio de la forma

$$\mathbf{a^2 - b^2}$$

en donde a y b son números reales. Las siguientes expresiones son ejemplos de diferencias de cuadrados:

1) $25 - a^2$
2) $m^2 - n^4$
3) $x^2 - 1$

Se dice que dos binomios son conjugados si difieren sólo en un signo.

Ejemplos de binomios conjugados son:

1) $a + b$ y $a - b$
2) $3 + 2n$ y $3 - 2n$
3) $-m + k$ y $-m - k$

FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Ejemplo 1

Factorizar $36x^2 - 9y^4$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:

Descripción	Diferencia de cuadrados		
Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia	$36x^2$	-	$9y^4$
	$6x$		$3y^2$

Descripción	Binomios conjugados	
Se construyen los correspondientes binomios conjugados	$6x + 3y^2$	$6x - 3y^2$

Por lo tanto, $36x^2 - 9y^4 = (6x + 3y^2)(6x - 3y^2)$

FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Ejemplo 2

Factorizar $(m + 2n)^2 - (m - n)^2$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:

Descripción	Diferencia de cuadrados		
Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia	$(m + 2n)^2$	-	$(m - n)^2$
	$m + 2n$		$m - n$

Descripción	Binomios conjugados	
Se construyen los correspondientes binomios conjugados	$(m + 2n)^2 + m + 2n$	$(m - n)^2 - (m - n)$

FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Ejemplo 2

Factorizar $(m + 2n)^2 - (m - n)^2$

Por lo tanto,

$$(m + 2n)^2 - (m - n)^2 = [(m + 2n) + (m - n)]\,[(m + 2n) - (m - n)]$$

Al simplificar las expresiones agrupadas en cada corchete (usando la ley de signos) se obtiene como resultado:

$$(2m + n)(3n)$$

FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Ejemplo 3

Factorizar $x - y^2$

Solución

El proceso se describe en las siguientes tablas:

Descripción	Diferencia de cuadrados		
Se obtiene la raíz cuadrada de cada término de la diferencia	x	-	y^2
	$\sqrt{x}$		y

Descripción	Binomios conjugados	
Se construyen los correspondientes binomios conjugados	$(\sqrt{x} + y$	$\sqrt{x} - y$

Por lo tanto, $x - y^2 = (\sqrt{x} + y)\ (\sqrt{x} - y)$

TRINOMIO DE LA FORMA SIMPLE

El método de factorización de un trinomio de la forma simple de la forma **x^2+bx+c** es el producto de binomios con término en común, donde el término común será la raíz cuadrada del término cuadrático del trinomio, es decir, la raíz cuadrada de x^2

El resultado de la factorización será expresado como un binomio que lleve como primer término en cada uno de ellos la raíz del término cuadrático (término 1) acompañado de los dos términos que multiplicados den como resultado el mismo número que el término independiente (término 3) y sumados den como resultado el coeficiente del término central (término 2).

FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA SIMPLE

Factorización del trinomio de la forma x^2+bx+c

Pasos para factorizar un trinomio de la forma x^2+bx+c :

1. Se obtiene la raíz cuadrada del término que se encuentra elevado al cuadrado

$$\sqrt{x^2} - x$$

2. Se eligen dos números m, n que al multiplicarse den como resultado el número c

$$mn = c$$

3. Los dos números m, n al sumarse deben dar como resultado el número b

$$m + n = b$$

4. El trinomio factorizado es el producto de dos binomios de la forma

$$\mathbf{x^2 + bx + c = (x + m)\,(x + n)}$$

FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA SIMPLE

Ejemplo 1

Factorizar $x^2 + 3x + 2$

Solución

La raíz cuadrada de x^2 es x

Se elegirán dos números m y n que multiplicados den como resultado 2 y sumados den como resultado 3, es decir:

$$(m)\ (n) = 2$$
$$m + n = 3$$

Los números son $\mathbf{m = 1\ ;\ n = 2}$, porque :

$$(1)\ (2) = 2$$
$$1 + 2 = 3$$

y el resultado factorización del trinomio es :

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)\ //$$

FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA SIMPLE

Ejemplo 2

Factorizar $y^2 + 2y - 15$

Solución

La raíz cuadrada de y^2 es y

Se elegirán dos números m y n que multiplicados den como resultado -15 y sumados den como resultado 2, es decir

$$(m)\,(n) = -15$$

$$m + n = 2$$

Los números son $\mathbf{m = -3}$; $\mathbf{n = 5}$

$$(-3)\,(5) = -15$$

$$-3 + 5 = 2$$

y la factorización del trinomio es

$$y^2 + 2y - 15 = (y-3)(y+5)\ //$$

TRINOMIO DE LA FORMA COMPUESTA

Para la factorización de un trinomio de la forma $\mathbf{ax^2+bx+c}$ que a comparación del trinomio de la forma simple este tiene un coeficiente mayor que 1.

En donde se eligieran dos términos que multiplicados se obtenga el primer término y otros dos números que multiplicados sean iguales al tercer término y que al multiplicarse en cruz estos cuatro términos y sumarse el resultado sea igual al coeficiente del segundo término.

El resultado de la factorización será expresado como un binomio que lleve como primer término en cada uno de ellos los 2 números obtenidos como resultado de la descomposición (multiplicados entre sí) del término1con la raíz de la variable acompañados de los dos términos obtenidos de la descomposición (multiplicados entre sí) del término 3.

FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA COMPUESTA

Factorización del trinomio de la forma ax^2+bx+c

Pasos para factorizar un trinomio de la forma ax^2+bx+c :

1. Se eligen dos números d y e que multiplicados den como resultado a,

$$(d)\ (e) = a$$

2. Se eligen dos números f y g que multiplicados den como resultado c,

$$(f)\ (g) = c$$

3. El coeficiente b es igual a la suma de los productos (e f) y (d g) como se indica:

$$ax^2 + bx + c$$

$$\begin{matrix} d & f \\ e & g \end{matrix}$$

$$ef + dg = b \qquad ax^2 + bx + c = (dx + f)\ (ex + g)$$

FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO DE LA FORMA COMPUESTA

Ejemplo 1:

Factorizar $-12w^2 - 7w - 1$

Solución:

$$-\ 12w^2 - 7w - 1$$

$$\begin{array}{ccc} -3 & -1 & \\ & & (-4) + (-3) = -7 \\ 4 & 1 & \end{array}$$

La factorización del trinomio es

$$-12w^2 - 7w - 1 = (-3w - 1)(4w + 1)$$