

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ing. José Alfonso Alvarado. C.



OPERACIONES FUNDAMENTALES DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

SUMA

- Para sumar expresiones algebraicas, hay que tener en cuenta dos cosas, la suma de dos términos semejantes se pueden reducir a un solo término, si tales términos son diferentes ante una suma, el resultado se deja expresado tal cual sin cambiar los signos de los términos.
- Generalmente realizamos las operaciones entre polinomios donde se suele usar signos agrupación y es cierto que el operador suma $+$ acompañado de los signos de agrupación no afecta tanto el resultado final, pero el resultado cambia cuando tratemos con el operador diferencia $-$.
- Cuando realizamos sumas entre polinomios, donde encontramos signos de agrupación y el operador suma $+$, los signos de agrupación se pueden ignorar sin afectar los signos operacionales de cada término del polinomio encerrado entre los signos de agrupación, veamos el siguiente apartado un ejemplo generalizado:

SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

a) Suma de Monomios:

$$(2a)+(-5b) = 2a-5b$$

Esto es, la suma de $2a$ y $-5b$ es $2a-5b$, significa que el signo suma $+$ no afecta el signo menos de $-5b$, naturalmente la suma entre $2a$ y $5b$ es: **$2a-5b$**

b) Suma de Polinomios:

$$(5x^3-3x^2-6x-4-8x^3+2x^2-3) \text{ y } (7x^2-9x+1)$$

x^3	x^2	x	
+5	-3	-6	-4
-8	+2		-3
	+7	-9	+1
-3	+6	-15	-6

Por tanto, el polinomio resultare es:

$$\mathbf{-3x^3+6x^2-15x-6}$$

SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejercicios:

Resuelva la siguiente suma de polinomios

a) $2x - 7y - 3z + 6 - 9x + 4z - 9x + 4z$ y $-x + 4y + z - 8$

RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- De la misma manera con la suma algebraica, con la resta o diferencia algebraica, debemos tener en cuenta que restar dos términos semejantes resulta un único término semejante, para dos términos no semejantes, el resultado se deja tal cual es.
- Si bien, la suma algebraica no afecta a los signos operacionales de los términos entre paréntesis, la resta si afecta a cada término, esto es, cambia los signos operacionales de cada término luego de eliminar los paréntesis, veamos un ejemplo generalizado.

$$a - (b-c+d) = a-b+c-d$$

(Eliminando los signos de agrupación los símbolos cambian)

- Este resultado es independiente de la variable a , podríamos escribirlo de la misma manera y el resultado seria el mismo así: $-(b-c+d)=-b+c-d$

Veamos algunos ejemplos:

RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

a) Resta de Monomios:

$$(4a)-(-2a)-(-3b)-(-5b)-(2c)-(c)$$

Eliminando los paréntesis, resulta:

$$4a+2a+3b+5b-2c-c$$

Reduciendo términos semejantes:

$$6a+8b-3c$$

b) Resta de Polinomios:

$$(8m+6n)-(2m-5n)-(-p)$$

Eliminando paréntesis se cambian los signos de $2m-5n$ a:

$-2m+5n$ y $-p$ a p :

$$8m+6n-2m+5n+p$$

Reduciendo términos semejantes:

$$6m+11n+p$$

MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- La multiplicación de dos expresiones algebraicas es otra expresión algebraica, en otras palabras, es una operación matemática que consiste en obtener un resultado llamado producto a partir de dos factores algebraicos llamada multiplicando y multiplicador

LEYES DE EXPONENTES PARA LA MULTIPLICACIÓN

Multiplicación de potencias de bases iguales:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Potencia de un producto:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

Potencia de potencia:

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

a) Multiplicación de Monomios:

1. Primero multiplicamos los coeficientes de cada monomio
2. Luego multiplicamos la parte literal, esto es, las variables según las leyes de los exponentes que estudiamos anteriormente.
3. Aplicamos la ley distributiva
4. Por ultimo aplicamos finalmente la leyes de los signos.

Multiplicar $3x^2$ y $4x^4$.

Solución:

$$\begin{aligned}(3x^2)(4x^4) &= (3 \cdot 4)(x^2 \cdot x^4) \\ &= (12)(x^{2+4}) \\ &= \mathbf{12x^6}\end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

b) Multiplicación de un Monomio por un Polinomio:

Multiplicar $4x$ y $(x+2)$

Solución:

$$\begin{aligned}4x(x+2) &= 4x \cdot x + 4x \cdot 2 \\ &= 4x^2 + 8x\end{aligned}$$

b) Multiplicación de un Polinomio por un Polinomio:

Aplicamos la propiedad Distributiva

$$\begin{aligned}(\textcolor{red}{x}+\textcolor{blue}{2})(x+3) &= \textcolor{red}{x} \cdot x + \textcolor{red}{x} \cdot 3 + \textcolor{blue}{2} \cdot x + \textcolor{blue}{2} \cdot 3 \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

Significa que la variable de color rojo x multiplica a cada termino de la suma del factor $x+3$ y el numero de color azul 2 multiplica igualmente a los mismos términos del factor $x+3$, el resultado final es x^2+5x+6

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- La división algebraica es una operación entre dos expresiones algebraicas llamadas dividendo y divisor para obtener otra expresión llamado cociente por medio de un algoritmo.
- Como estamos trabajando con polinomios, debemos tener en cuenta un punto importante: el mayor exponente de algún término del dividendo debe ser mayor o igual al mayor exponente de algún término del divisor.

LEYES DE EXPONENTES PARA LA DIVISIÓN

División de potencias de bases iguales:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

a) División entre Monomios:

1. Primero se divide los coeficientes aplicando la ley de los signos.
2. Luego dividimos las partes literales (variables) de los monomios según la ley de de exponentes.

Una forma generalizada de la división de monomios de una sola variable es

$$\frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b}x^{m-n}$$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

a) *División entre Monomios:*

$$\frac{18x^4}{6x^2} = \left(\frac{18}{6}\right)\left(\frac{x^4}{x^2}\right) = 3x^{4-2} = 3x^2$$

$$\frac{25a^7}{5a^5} = \left(\frac{25}{5}\right)\left(\frac{a^7}{a^5}\right) = 5a^{7-5} = 5a^2$$

$$\frac{-28x^5y^7}{-7x^2y^4} = \left(\frac{-28}{-7}\right)\left(\frac{x^5}{x^2}\right)\left(\frac{y^7}{y^4}\right) = +4x^{5-2}y^{7-4} = 4x^3y^3$$

$$\frac{-36x^{12}}{4x^8} = \left(\frac{-36}{+4}\right)\left(\frac{x^{12}}{x^8}\right) = -9x^{12-8} = -9x^4$$

$$\frac{-30a^5b^{12}}{6a^2b^8} = \left(\frac{-30}{+6}\right)\left(\frac{a^5}{a^2}\right)\left(\frac{b^{12}}{b^8}\right)$$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

b) División de un Polinomio entre un Monomio:

Dividimos a cada termino del polinomio por el monomio y se usa la propiedad Distributiva:

$$\frac{1}{m}(a + b + c) = \frac{1}{m} \cdot a + \frac{1}{m} \cdot b + \frac{1}{m} \cdot c$$

Resultado:

$$\frac{a + b + c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}$$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

b) División de un Polinomio entre un Monomio:

- Dividir $14x^{20} + 21x^{16} + 28x^{10}$ y $7x^8$.

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{14x^{20} + 21x^{16} + 28x^{10}}{7x^8} &= \frac{14x^{20}}{7x^8} + \frac{21x^{16}}{7x^8} + \frac{28x^{10}}{7x^8} \\ &= \frac{14}{7}x^{20-8} + \frac{21}{7}x^{16-8} + \frac{28}{7}x^{10-8} \\ &= 2x^{12} + 3x^8 + 4x^2\end{aligned}$$

- Dividir $36x^8 + 24x^6 - 12x^4$ y $6x^2$.

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{36x^8 + 24x^6 - 12x^4}{6x^2} &= \frac{36x^8}{6x^2} + \frac{24x^6}{6x^2} - \frac{12x^4}{6x^2} \\ &= 6x^6 + 4x^4 - 2x^2\end{aligned}$$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplos:

b) División entre dos Polinomios:

- Los polinomios el dividendo y divisor deben estar ordenados en forma descendente.
- Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y se obtiene el primer término del cociente.
- El primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor y se les cambia de signo, lo colocamos debajo del dividendo con su correspondiente término semejante.
- Se divide el primer término del resto obtenido entre el primer término del divisor y se obtiene el segundo término del cociente.
- Se procede como el paso numero 1.
- Se procede la operación hasta llegar a la ultima columna del dividendo.

Aquí un ejemplo explicativo con cada uno de los pasos para una mejor comprensión, sea la siguiente división

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Aquí un ejemplo explicativo con cada uno de los pasos para una mejor comprensión, sea la siguiente división:

$$\frac{2x + 4 + 3x^2}{2 + x}$$

Paso 1: Ordenamos en forma descendente el dividendo y el divisor:

$$\begin{array}{r} \boxed{\text{Primer término del dividendo}} \searrow \quad \swarrow \boxed{\text{Primer término del divisor}} \\ 3x^2 + 2x + 4 \quad | \quad x + 2 \end{array}$$

Paso 2: Dividimos el primero término del dividendo y el primer término del divisor y obtenemos el primer término del cociente $3x^2/x = 3x$:

$$\begin{array}{r} \boxed{\text{Primer término del dividendo}} \searrow \quad \swarrow \boxed{\text{Primer término del divisor}} \\ 3x^2 + 2x + 4 \quad | \quad x + 2 \\ \quad \quad \quad 3x \end{array}$$

Paso 3: Multiplicamos $3x(x + 2) = 3x^2 + 6x$, en seguida le cambiamos el signo $-3x^2 - 6x$, luego colocamos este resultado debajo del dividendo alineando los términos semejantes por columnas de la siguiente manera:

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

$$\begin{array}{r} +3x^2 + 2x \quad +4 \quad \overline{) \quad x + 2} \\ -3x^2 - 6x \\ \hline -4x \end{array}$$

Paso 4: luego de restar resultando $-4x$, volvemos a dividir este resultado por el primer termino del divisor para obtener el segundo termino del cociente $-4x/x = -4$, resulta:

$$\begin{array}{r} +3x^2 + 2x \quad +4 \quad \overline{) \quad x + 2} \\ -3x^2 - 6x \quad \downarrow \\ \hline -4x \quad +4 \end{array}$$

Paso 5 y 6: Repetimos el proceso realizando la siguiente multiplicación

$-4(x + 2) = -4x - 8$, le cambiamos el signo $4x + 8$ y lo colocamos debajo del nuevo dividendo ordenado en columnas con sus respectivo termino semejante, mas o menos se vería así:

Observe las columnas
tienen los mismos
términos semejantes

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ +3x^2 + 2x \quad +4 \quad \overline{) \quad x + 2} \\ -3x^2 - 6x \quad \downarrow \\ \hline -4x \quad +4 \end{array}$$

El resto es la
ultima columna a calcular

Activar Windows
Ve a Configuración para activar Windows

De esta manera hallamos el cociente $q=3x-4$ y el residuo $R=12$, finalizando así la división