INTRODUCCIÓN A LOS CONJUNTOS

ING. JOSÉ ALFONSO ALVARADO CARRASCO

INTRODUCCIÓN

La teoría de conjuntos es una rama de las matemáticas; se considera como padre de la teoría de conjuntos, al matemático George Ferdinand Cantor.

La teoría de conjuntos, dentro de la lógica, es fundamental, ya que permite desarrollar la simbolización y representación de las proposiciones y sus respectivas funciones de manera grafica.

DEFINICIÓN DE CONJUNTOS

Un **conjunto es una colección de objetos que tienen algo en común**; a cada objeto de un conjunto, se le denomina elemento.

Para este caso, de los términos y principios de la teoría de los conjuntos, se utilizarán para construir proposiciones matemáticas, de manera más clara y precisa.

En síntesis, **un conjunto es una colección bien definida de objetos de cualquier clase**

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Los conjuntos se pueden determinar de dos formas:

1. Por Extensión o Forma Tabular: Un conjunto se determina por extensión, o sea por enumeración, cuando se listan los elementos del conjunto.

Ejemplo 1:

A = {a, e, i, o, u}   B = {0, 2, 4, 6, 8}   C = {c, o, n, j, u, t, s}

En un conjunto determinado por extensión no se repite un mismo elemento.

2. Por comprensión o Forma Constructiva: Un conjunto se determina por comprensión, cuando se da una propiedad, que la cumplan todos los elementos del conjunto.

Ejemplo 2:

A = {x/x es una vocal}

B = {x/x es un número par menor que 10}

C = {x/x es una letra de la palabra conjuntos}

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS

Observe el siguiente cuadro comparativo de determinación de conjuntos:

Por Extensión	**Por comprensión**
A = { a, e, i, o, u }	A = { x/x es una vocal }
B = { 0, 2, 4, 6, 8 }	B = { x/x es un número par menor que 10 }
C = { c, o, n, j, u, t, s }	C = { x/x es una letra de la palabra conjuntos }
D = { 1, 3, 5, 7, 9 }	D = { x/x es un número impar menor que 10 }
E = { b, c, d, f, g, h, j, . . . }	E = { x/x es una consonante }

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

1. Conjunto Finito: Es aquel conjunto que tiene un número de elementos distintos y determinado. Cuando no se puede llegar al final en el conteo de los elementos, el conjunto es infinito.

Ejemplo 3:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...} Conjunto infinito

P = {Quito es una ciudad de Ecuador} Conjunto finito

V = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ... } Conjunto infinito

2. Conjuntos Iguales: Dos o más conjuntos son iguales, cuando tienen los mismos elementos, tanto en número como en tipo. La igualdad se denota A = B. En la igualdad, el orden de los elementos de cada conjunto no importa.

Ejemplo 4:

A = {3, 9,17, 22} y B = {22, 9, 3, 17}   A = B

X = {Consonantes de la palabra MERCURIO} y Y = {M, R, C}   X= Y

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

3. Conjunto Vacío: Conjunto vacío o nulo, es aquel que no tiene **elementos**. Se denota por el símbolo **Ø** o { }

Ejemplo 5:

A = { Los caimanes que vuelan }
B = { x / x es un mes que tiene 53 días}
C = { x / x 3 = 8 y x es impar }
D = { x / x es un día de 90 horas }

A = { }	A = ∅
B = { }	B = ∅
C = { }	C = ∅
D = { }	D = ∅

4. Conjunto Unitario: Es el conjunto que solo tiene un elemento.

Ejemplo 6:

A = {5}
B = {números pares entre 16 y 20} = {18}
C = {la capital del Perú} = {Lima}

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

5. Conjunto Universal: Es el conjunto que contiene a todos los elementos del espacio muestral existente. Se denota por la letra $\mathcal{U}$.

Ejemplo 7:

Sean los conjuntos:

A = {Aves], P = {Peces}, M = {Mamíferos}, D= [Reptiles]. Existe un conjunto que incluye a los conjuntos A, P, M y D. Y este es el conjunto $\mathcal{U}$ = {animales}, o conjunto Universal.

Gráficamente se representa por un rectángulo tal como se observa a continuación:

CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS

6. Conjunto Potencia: Todos los subconjuntos de un conjunto M, se llaman conjunto potencia de M, y se denota como 2M. El número de elementos o combinaciones se calcula con la formula 2^n en donde: 2 será una constante y n será el número de elementos de conjunto original. **Nota:** el conjunto potencia siempre llevaré un elemento vacío {ø} como parte del conjunto.

Ejemplo 8:

a) M = { 1, 2 }

2M = { (1), (2), (1, 2), ø}

El conjunto M tiene 2 elementos entonces $2^2 = 4$ elementos (número total de combinaciones)

7. Conjuntos Disyuntos o Disjuntos: Cuando dos o más conjuntos no tienen ningún elemento en común, entonces son disyuntos.

Ejemplo 9:

Conjuntos disyuntos	**Conjuntos no disyuntos**
A = { 2, 4, 6 }	M = { o, p, q, r, s }
B = { 1, 3, 5 }	N = { s, t, v, u }
A y B son disyuntos.	M y N no son disyuntos.

NOTACIÓN DE CONJUNTOS

Se usan paréntesis ( ), llaves { } o corchetes [ ] para representar y definir **conjuntos.** En el interior de los corchetes se ubica el nombre del conjunto y los elementos que conforman el conjunto separado por comas.

La notación o representación gráfica se realiza mediante un **Diagrama de Venn** a través de una figura rectangular que lleve en su interior los conjuntos representados por figuras circulares en donde también deberá siempre contar el conjunto Universal escrito con la letra u en mayúscula y en manuscrita ($\mathcal{U}$).

Por ejemplo:

Conjunto F es equivalente a:

F = {3, Z, P, 1}

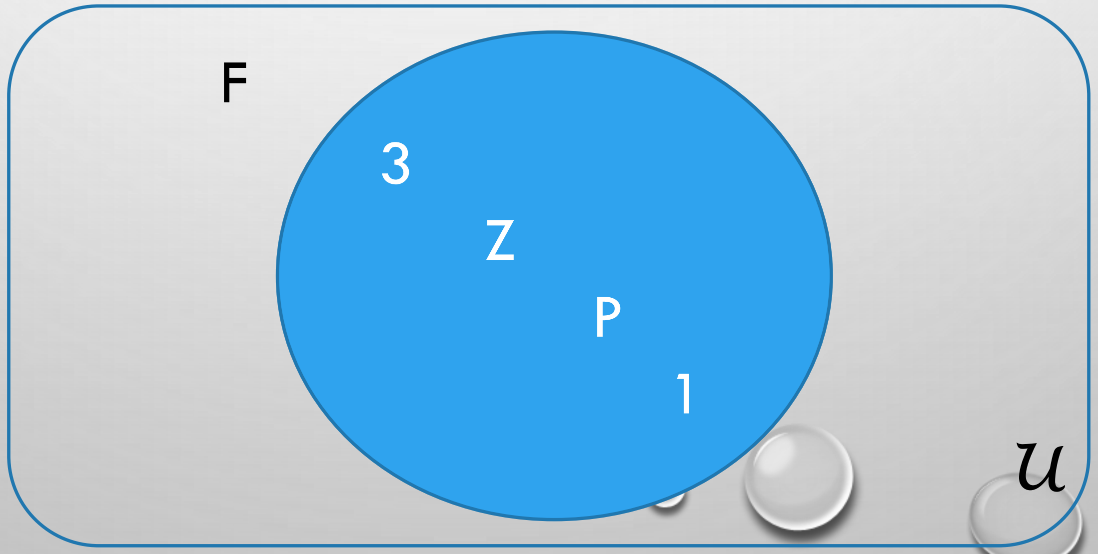


DIAGRAMA DE VENN

Son la forma diseñada para representar gráficamente las proposiciones, su autor fue el matemático Leonhard Euler, pero quien los utilizo y dio a conocer fue Jhon Venn. Los diagramas de Veen se emplean para representar las proposiciones y sus operaciones en forma de conjuntos, éstos constituyen una poderosa herramienta geométrica.

A continuación, se analiza la representación gráfica de las relaciones entre proposiciones, veamos los siguientes ejemplos que servirán para ilustrar dichas relaciones:

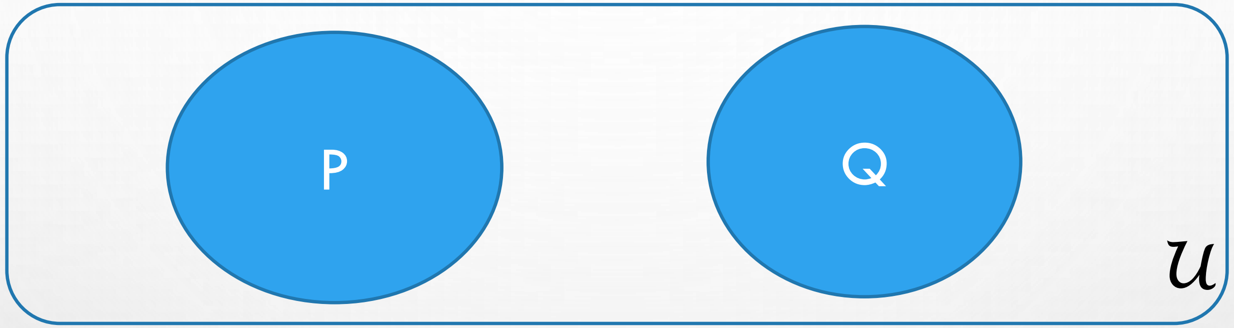
P: Estudiantes que aprueban el curso de lógica matemática
Q: Estudiantes que aprueban el primer semestre académico
$\mathcal{U}$: El conjunto universal que representa a los estudiantes de primer semestre de la Universidad.

DIAGRAMA DE VENN

Las posibles relaciones entre estas proposiciones son de cuatro formas:

Forma 1: Ningún estudiante que apruebe el curso de lógica matemática, aprueba el semestre:

EXCLUSIÓN:



Forma 2: Algunos estudiantes que aprueben el curso de lógica matemática, aprueban el semestre:

INTERSECCIÓN:

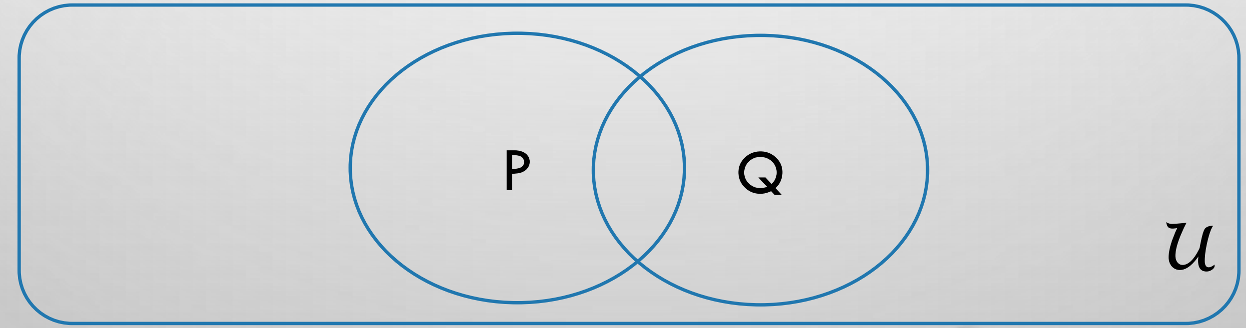
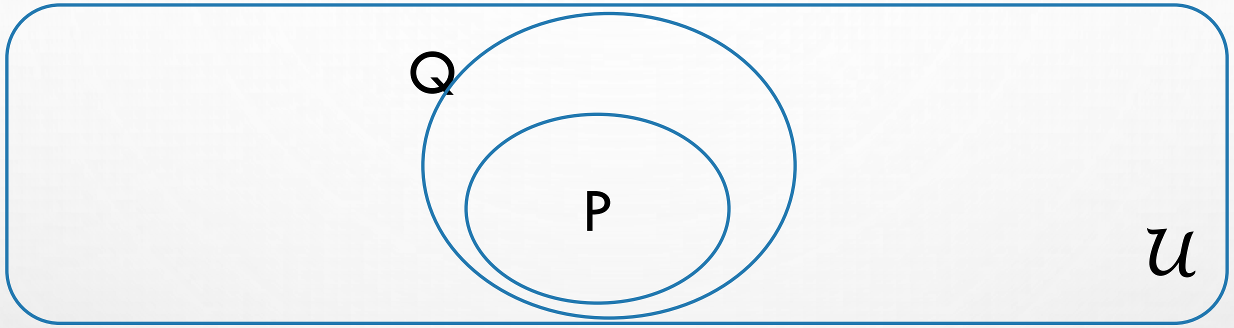


DIAGRAMA DE VENN

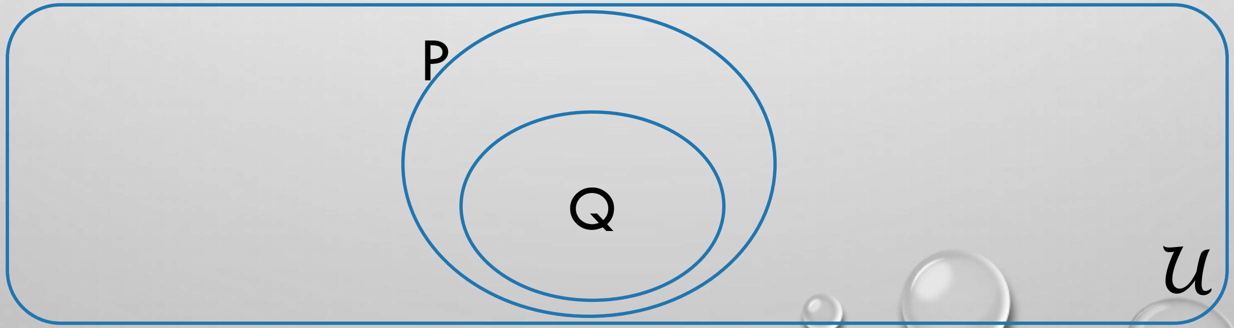
Forma 3: Todos los estudiantes que aprueben el curso de lógica matemática aprueban el semestre:

INCLUSIÓN:



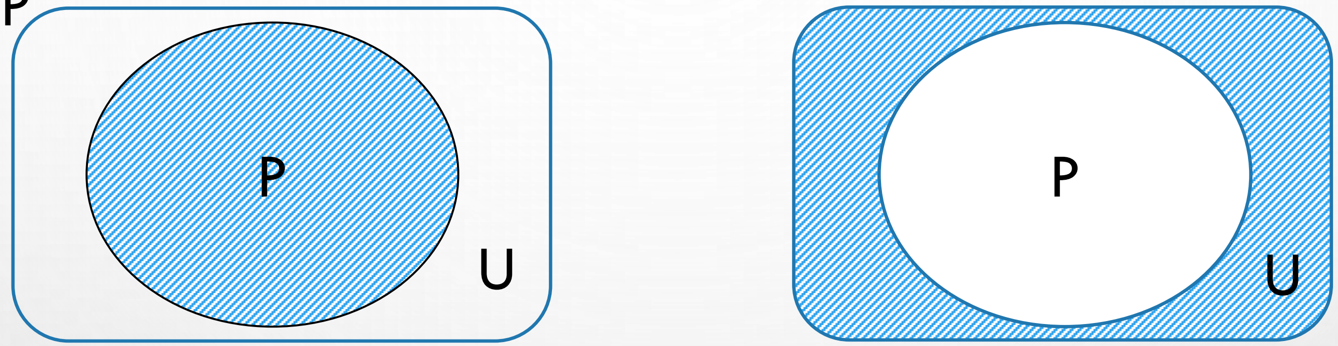
Forma 4: Todos los estudiantes que aprueben el semestre aprueban el curso de lógica matemática, siendo esté el reciproco de la forma 3:

INCLUSIÓN:



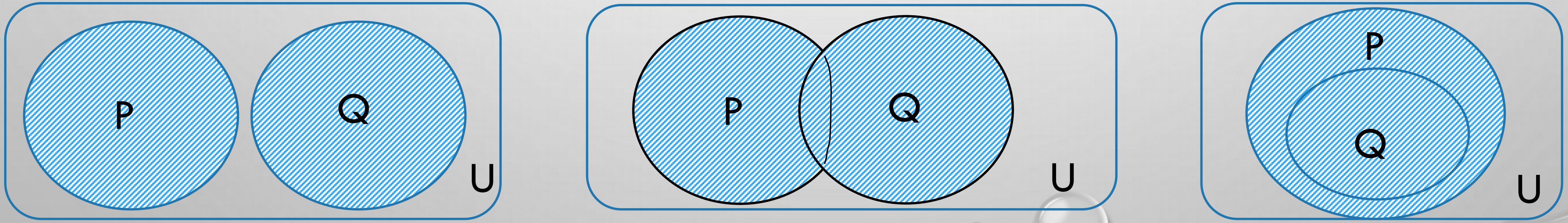
REPRESENTACIÓN GRAFICA DE LOS CONECTIVOS LÓGICOS MEDIANTE DIAGRAMA DE VENN

1. Negación: P = ‘P



P **‘P**

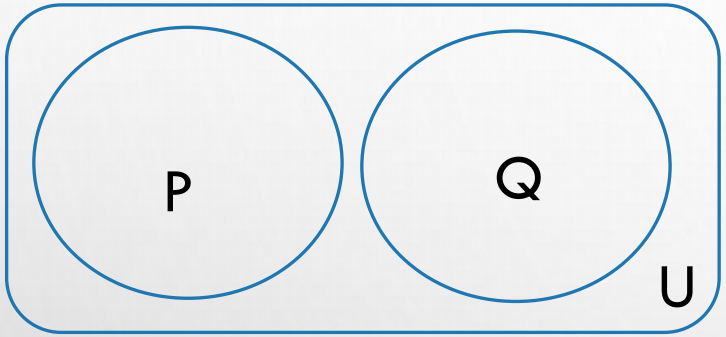
2. Disyunción: (o): P v Q



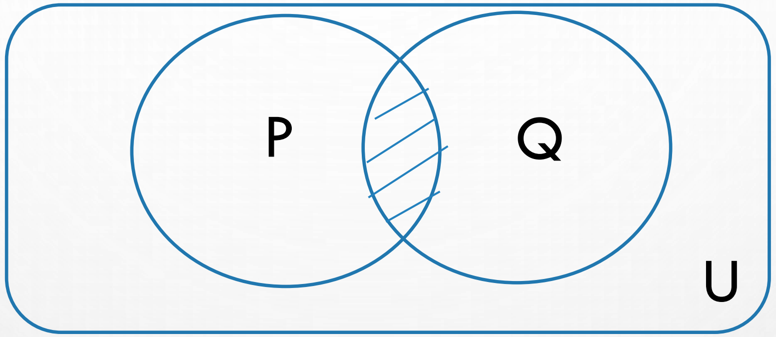
Con Exclusión Con Intersección Con Inclusión

REPRESENTACIÓN GRAFICA DE LOS CONECTIVOS LÓGICOS MEDIANTE DIAGRAMA DE VENN

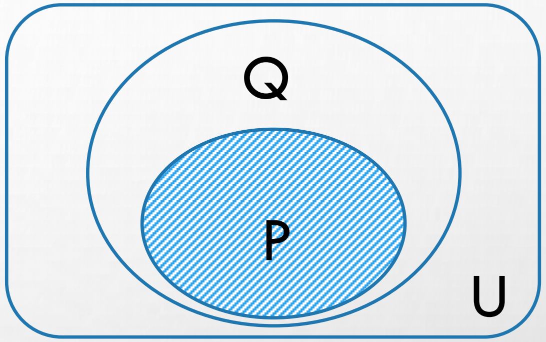
3. Conjunción (y): P ^ Q



Con Exclusión

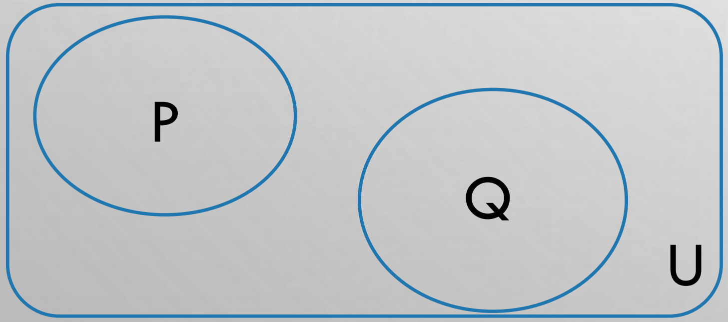


Con Intersección

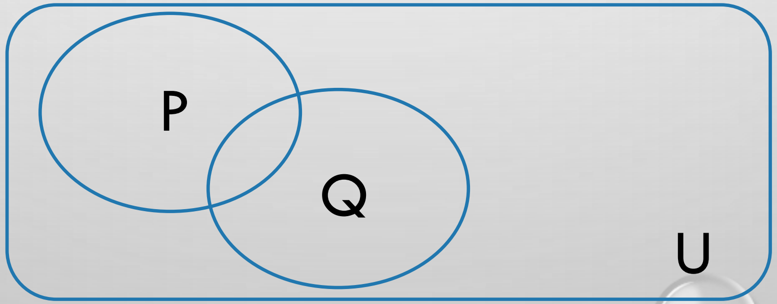


Con Inclusión

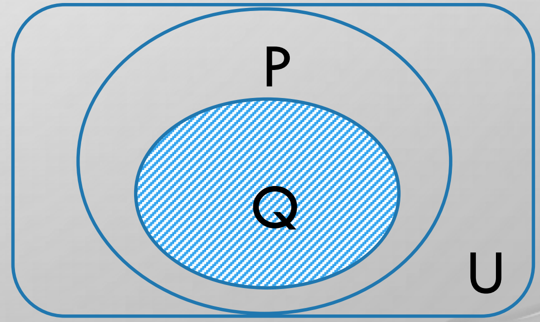
4. Condicional: (Si… entonces): P → Q



Con Exclusión



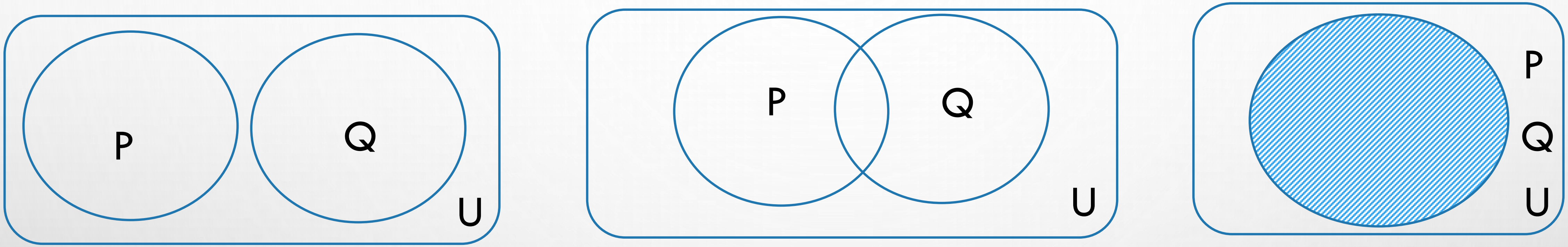
Con Intersección



Con Inclusión

REPRESENTACIÓN GRAFICA DE LOS CONECTIVOS LÓGICOS MEDIANTE DIAGRAMA DE VENN

6. Bicondicional: (Si y solo si): P ↔ Q



Con Exclusión

Con Intersección

Con Inclusión