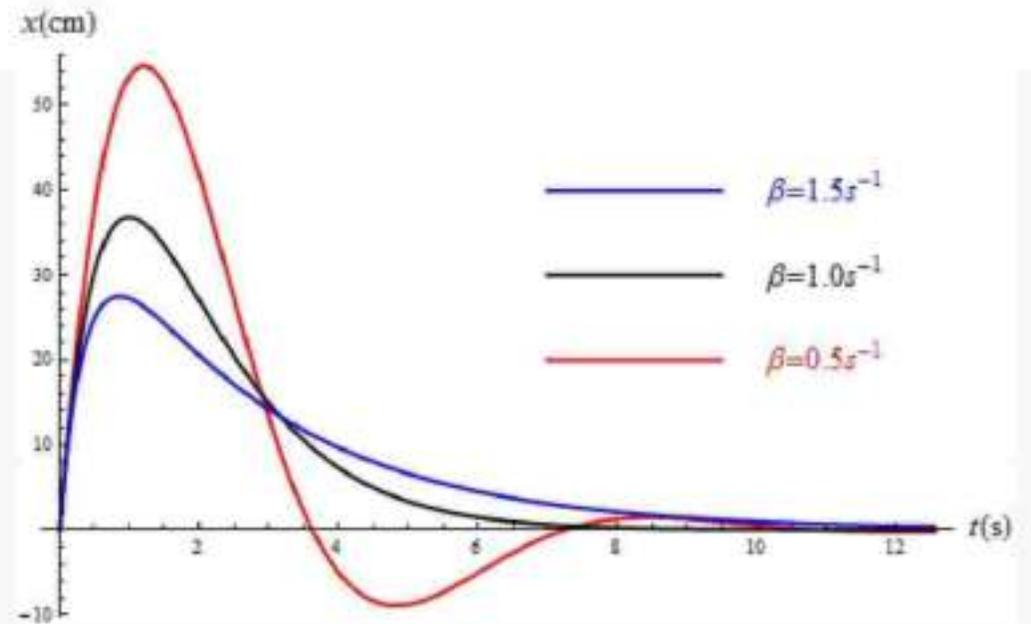


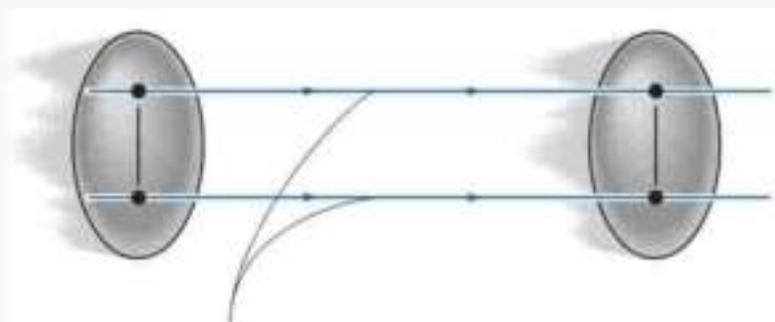
Movimiento circular

Ing. Alex Zavala Chávez

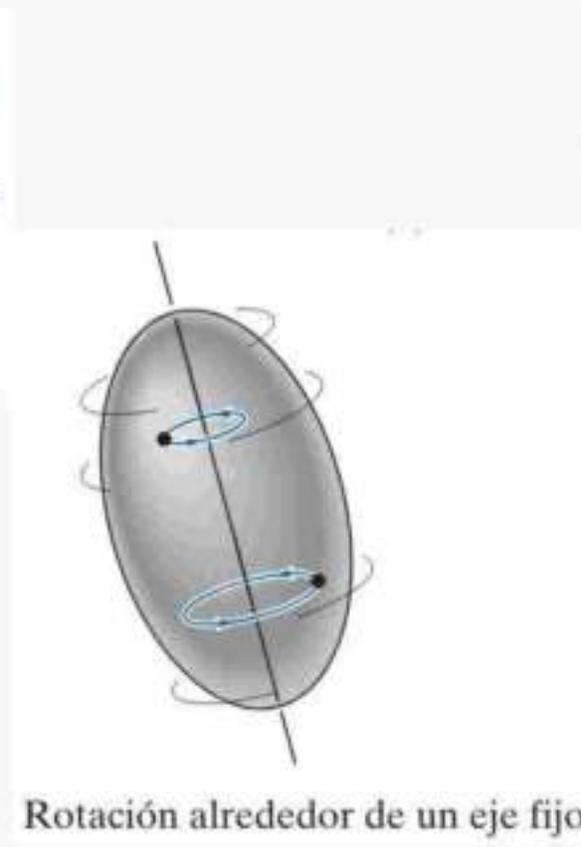


Movimiento plano general

Existen tres tipos de movimiento plano de un cuerpo rígido



Trayectoria de traslación rectilínea



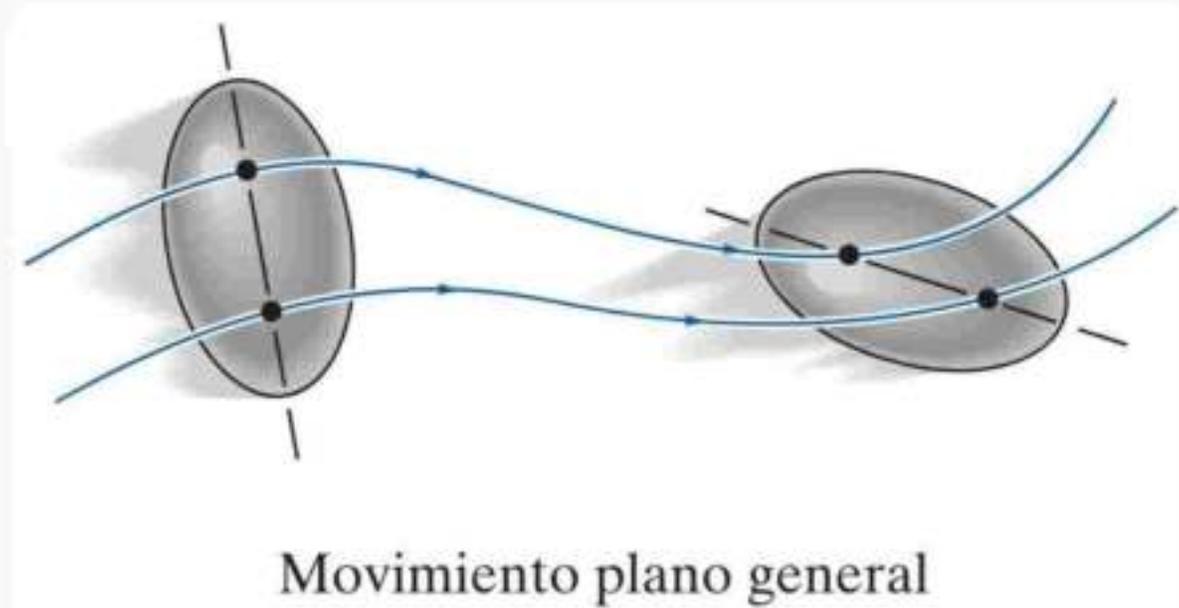
Rotación alrededor de un eje fijo



Trayectoria de traslación curvilínea

Movimiento plano general

Existen tres tipos de movimiento plano de un cuerpo rígido



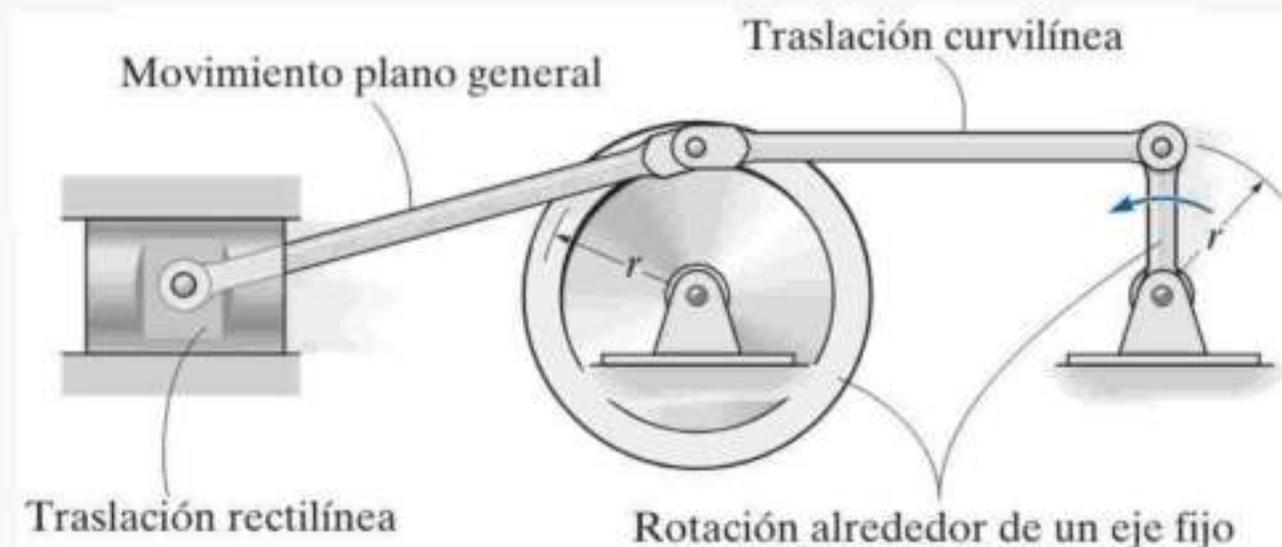
Movimiento plano general

- ***Traslación.*** Este tipo de movimiento ocurre cuando una línea en el **cuerpo permanece paralela a su orientación original durante todo el movimiento.**
- ✓ Si las trayectorias del movimiento de dos puntos cualesquiera del cuerpo son líneas paralelas, el movimiento se llama **traslación rectilínea.**
- ✓ Si las trayectorias del movimiento se desarrollan a lo largo de líneas curvas equidistantes, el movimiento se llama **traslación curvilínea**

- ***Rotación alrededor de un eje fijo.*** Cuando un **cuerpo rígido gira alrededor de un eje fijo**, todas sus partículas, excepto las que quedan en el eje de rotación, se mueven a lo largo de trayectorias circulares

Movimiento plano general

- *Movimiento plano general.* Cuando un cuerpo se somete a un movimiento plano general, experimenta una **combinación de traslación y rotación**. La traslación se presenta en un plano de referencia y la rotación ocurre alrededor de un eje perpendicular al plano de referencia.





Traslación

Traslación

Se estudio previamente en capítulos anteriores

- Posición

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

- Velocidad

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

- Aceleración

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$



Rotación



Rotación alrededor de un eje fijo

Rotación alrededor de un eje fijo

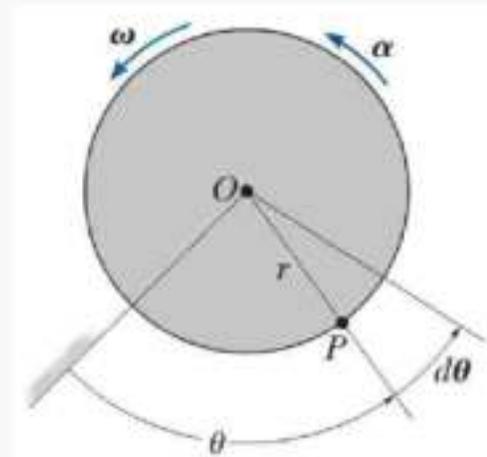
Cuando un cuerpo gira alrededor de un eje fijo, cualquier punto P localizado en él se desplaza a lo largo de una trayectoria circular

- **Posición angular**

La posición angular de r está definida por el ángulo θ , medido desde una línea de referencia fija hasta r

- **Desplazamiento angular**

El cambio de la posición angular, el cual puede medirse como una diferencial $d\theta$, se llama desplazamiento angular



Rotación alrededor de un eje fijo

- **Velocidad angular**

El cambio con respecto al tiempo de la posición angular se conoce como velocidad angular ω , llamada omega

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- **Aceleración angular**

La aceleración angular α , llamada alfa, mide el cambio con respecto al tiempo de la velocidad angular.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Aceleración angular constante

Si la aceleración angular del cuerpo es constante, α_{cte} , entonces cuando se integran las ecuaciones se encuentran soluciones similares al del movimiento rectilíneo

$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

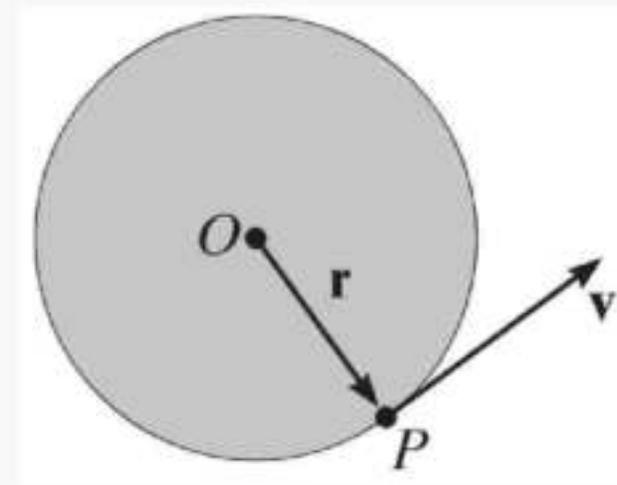
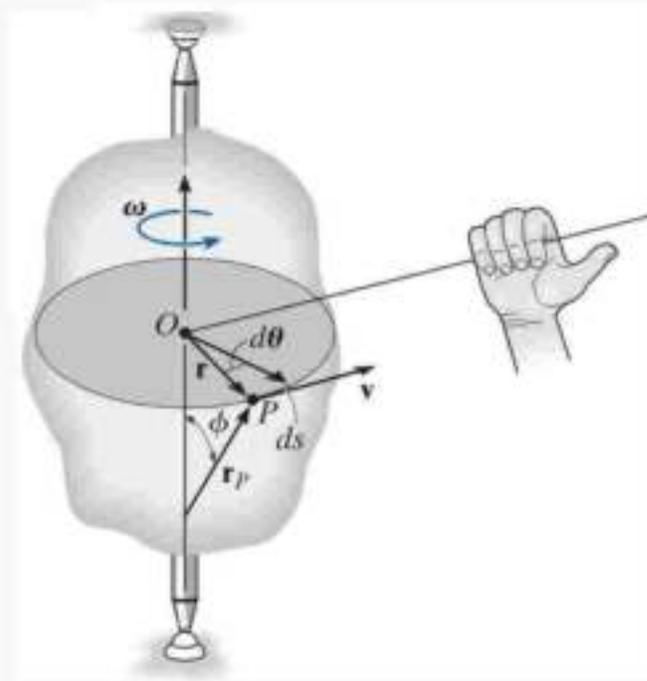
Aceleración angular constante

Nótese que ω_0 equivaldría a la velocidad angular inicial, así como θ_0 equivale a la posición angular inicial

Análisis de un punto P en la periferie de un cuerpo

- Movimiento de un punto P

Cuando un cuerpo rígido gira, un punto P se desplaza a lo largo de una trayectoria circular de radio r con centro en el punto O puede darse:



Análisis de un punto P en la periferie de un cuerpo

- Posición y desplazamiento

La posición de P está definida por el vector de posición r , el cual se extiende desde O hasta P. Si el cuerpo gira $d\theta$ entonces P se desplazará:

$$ds = r d\theta$$

- Velocidad

$$v = \omega r$$

- Aceleración

$$a_t = \alpha r$$

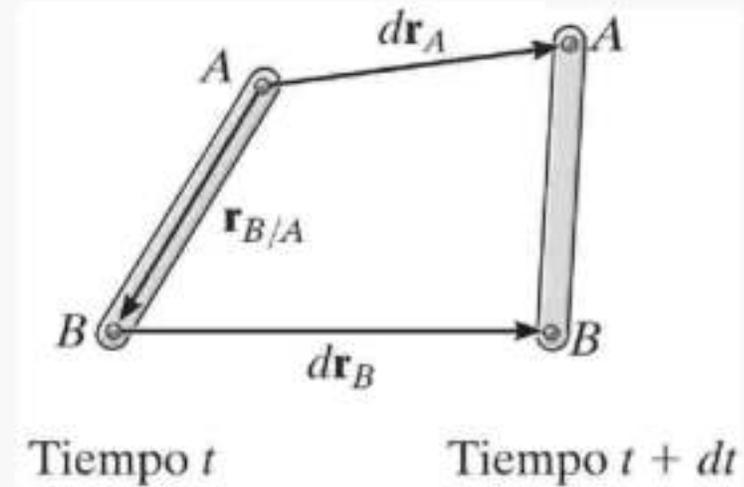
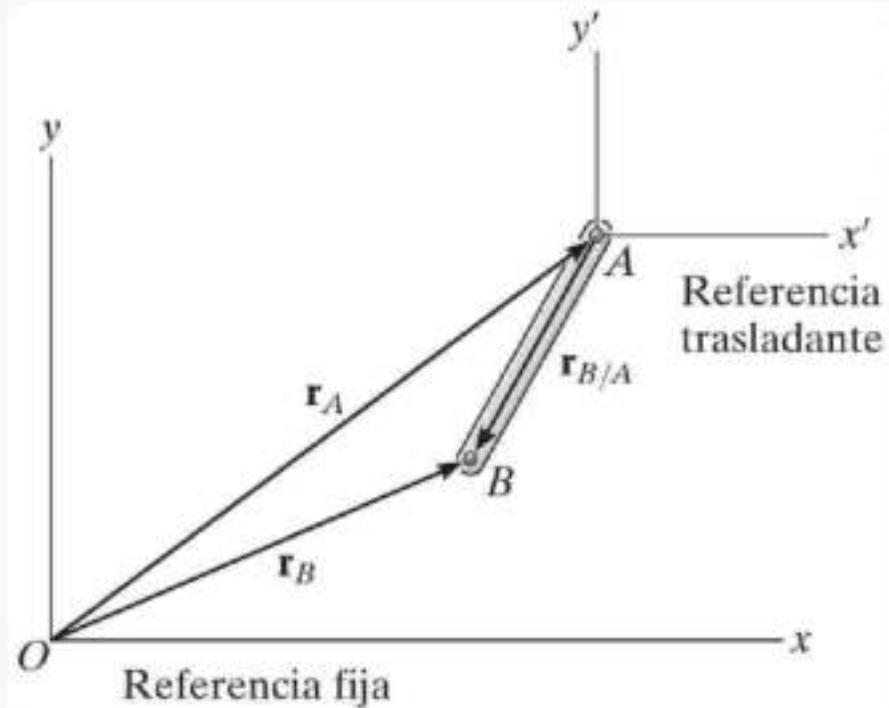
$$a_n = \omega^2 r$$



Rotación alrededor de un eje móvil

Análisis de movimiento relativo

Se hará uso del análisis de movimiento relativo que implica dos conjuntos de ejes de coordenadas. Recordando que, los ejes de este sistema de coordenadas se trasladan con respecto al marco fijo, pero no giran con la barra



Análisis de movimiento relativo - Velocidad

- Posición

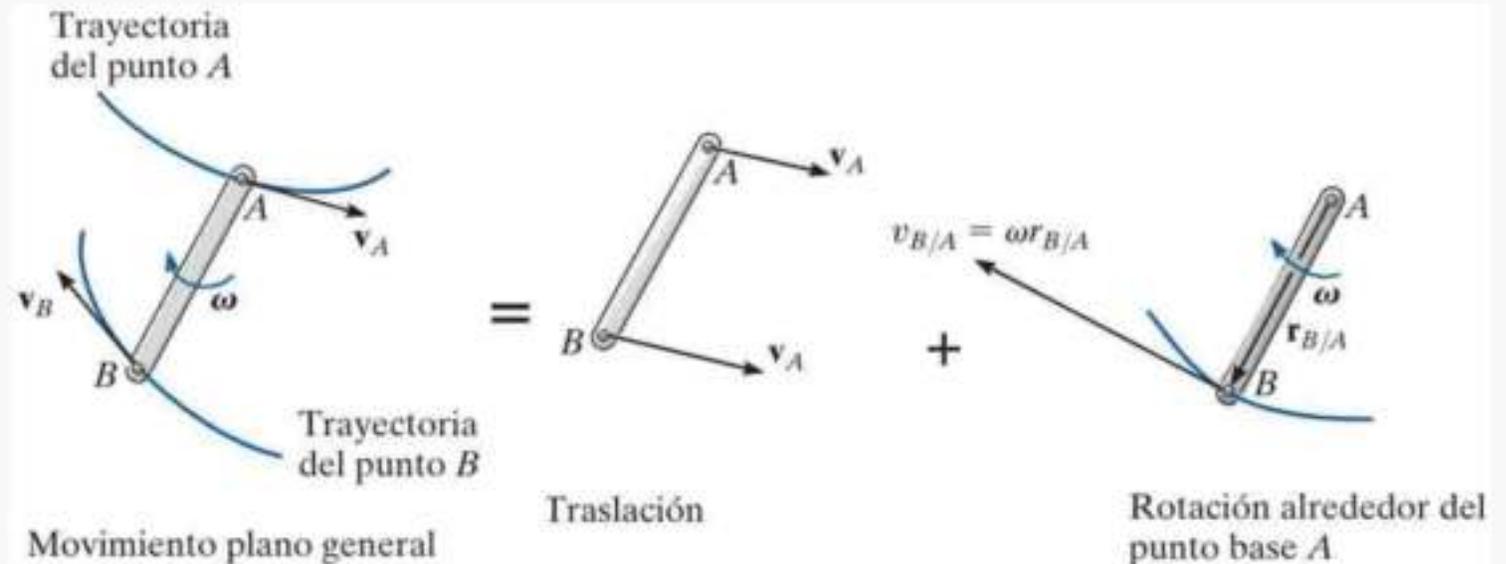
El vector de posición relativa $r_{B/A}$ denota la posición de B medida con respecto a A

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

- Velocidad

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$



Análisis de movimiento relativo - Aceleración

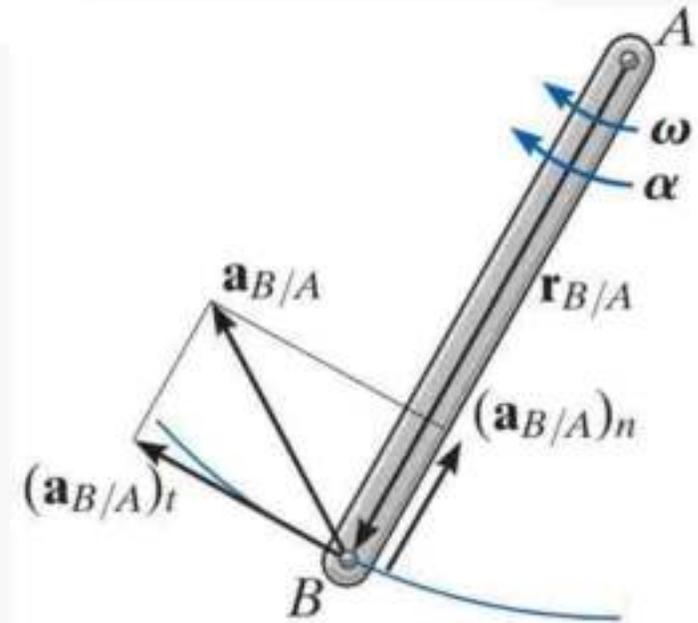
- Aceleración

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A})$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/A}$$



Rotación alrededor del punto base A