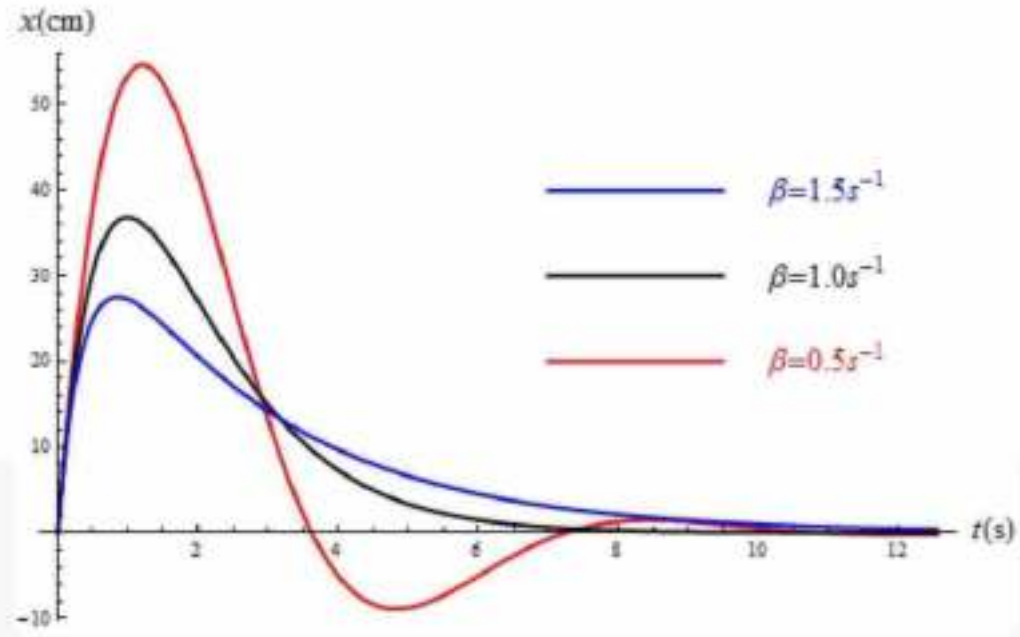
Cinemática unidimensional

Ing. Alex Zavala Chávez

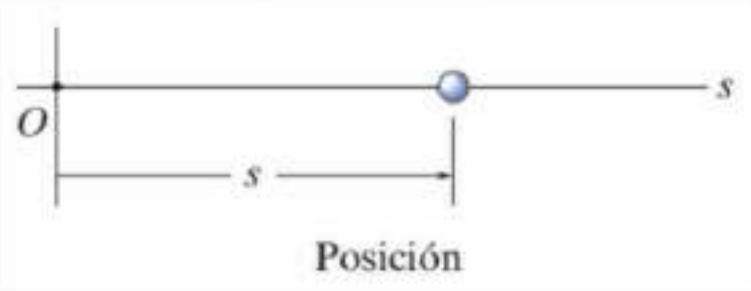


Desplazamiento y posición

La cinemática de una partícula se caracteriza al especificar, en cualquier instante, su posición, velocidad y aceleración.

- **Posición**

Especifica la ubicación de la partícula en cualquier instante dado. La posición es una cantidad vectorial puesto que tiene tanto magnitud como dirección y sentido.

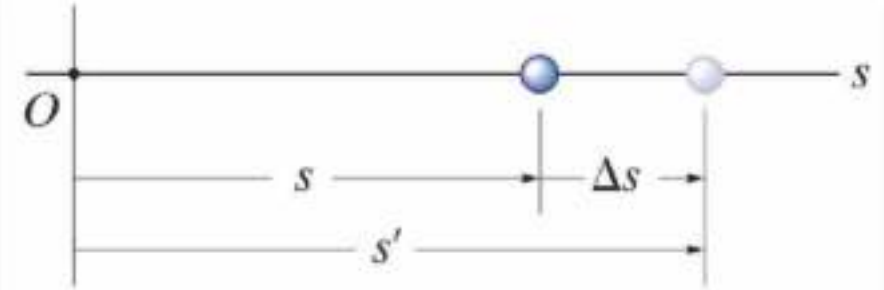


Posición

Desplazamiento y posición

- **Desplazamiento**

Se define como el cambio de su posición de la partícula. El desplazamiento de una partícula es una cantidad vectorial, y deberá distinguirse de la distancia que recorre la partícula, mientras que la distancia recorrida es un escalar positivo que representa la longitud total de la trayectoria a lo largo de la cual viaja la partícula.

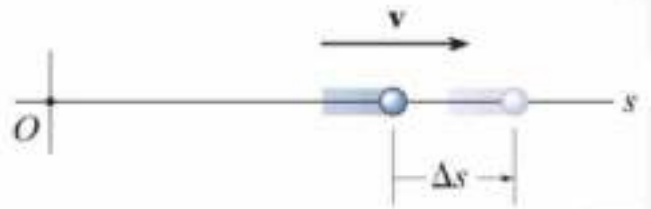


Velocidad

- **Velocidad instantánea**

Vector que se define como la distancia recorrida en un intervalo de tiempo.

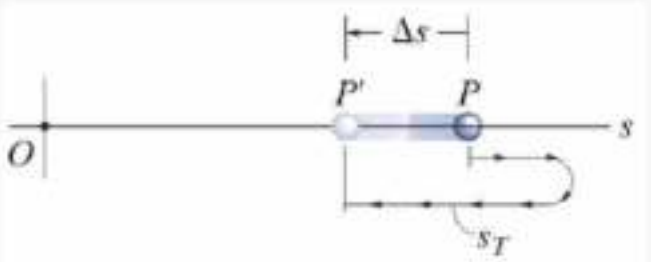
$$v = \frac{ds}{dt}$$



- **Rapidez promedio**

La rapidez promedio siempre es un escalar positivo y se define como la distancia total recorrida por una partícula, entre el tiempo transcurrido.

$$(v_{\text{rap}})_{\text{prom}} = \frac{s_T}{\Delta t}$$

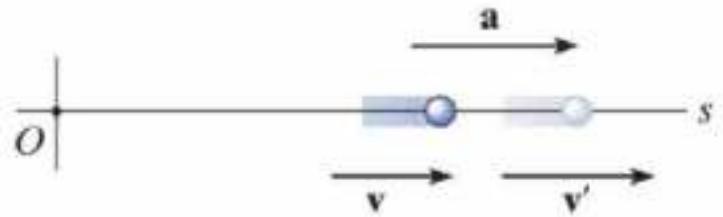


Aceleración

- **Aceleración instantánea**

Vector que se define como la velocidad de la partícula en dos puntos en un intervalo de tiempo.

$$a = \frac{dv}{dt}$$



Se puede obtener una importante relación diferencial que implica el desplazamiento, la velocidad y la aceleración a lo largo de la trayectoria si eliminamos la diferencia de tiempo entre las ecuaciones vistas previamente

$$a\,ds = v\,dv$$

Cálculo integral de las relaciones de cinemática

Ing. Alex Zavala Chávez

Cálculo integral de las relaciones de cinemática

- **Velocidad como una función del tiempo**

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a_c \, dt$$

$$v = v_0 + a_c t$$
Aceleración constante

- **Posición como una función del tiempo**

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} (v_0 + a_c t) \, dt$$

$$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a_c t^2$$
Aceleración constante

Cálculo integral de las relaciones de cinemática

- **Velocidad como una función de posición**

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{s_0}^{s} a_c\,ds$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

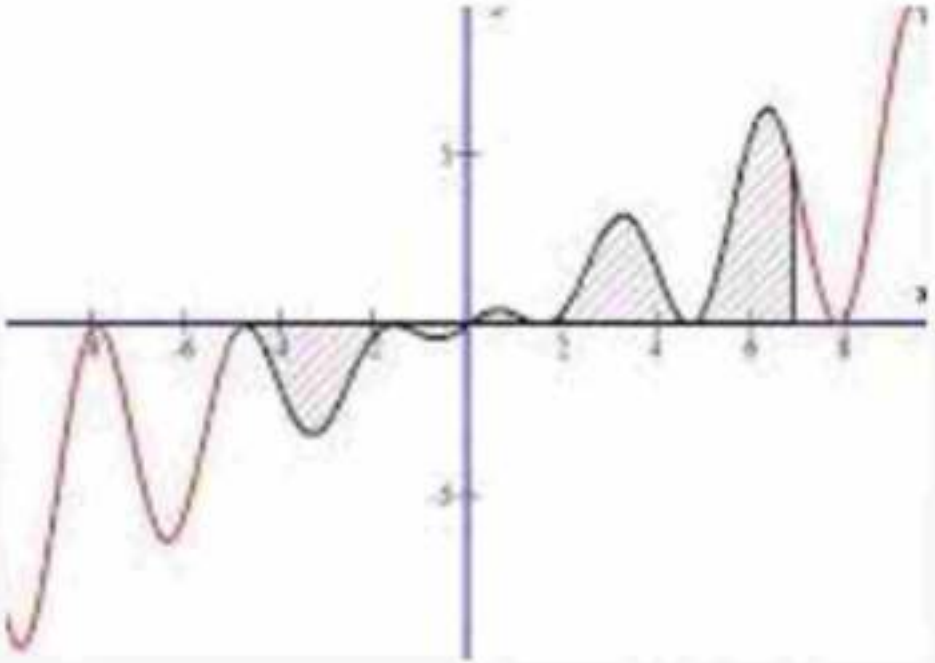
Aceleración constante

Recuerde que estas ecuaciones son útiles sólo cuando la **aceleración es constante** y cuando $t = 0$, $s = s_0$, $v = v_0$

Movimiento errático

Movimiento errático

Cuando el movimiento de una partícula es errático o variable, su posición, velocidad y aceleración no pueden describirse mediante una sola función matemática continua a lo largo de toda la trayectoria siendo conveniente representar el movimiento como una gráfica

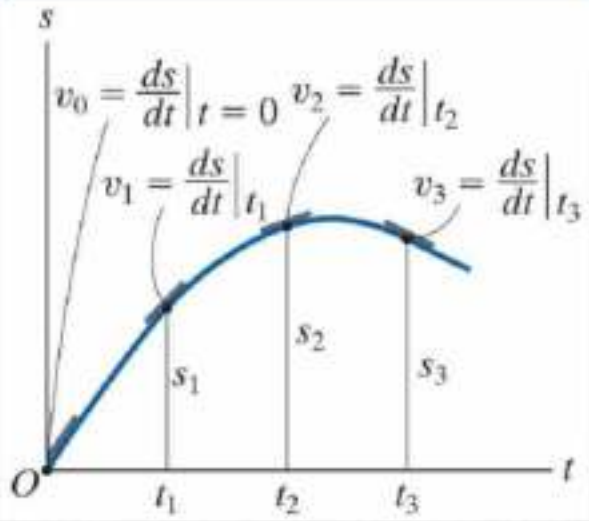


Pendiente de las gráficas

Se puede trazar una gráfica del movimiento que relacione dos de las variables s, v, a, t, entonces esta gráfica puede utilizarse para construir gráficas subsecuentes que relacionen otras dos variables, puesto que las variables están relacionadas por las relaciones diferenciales

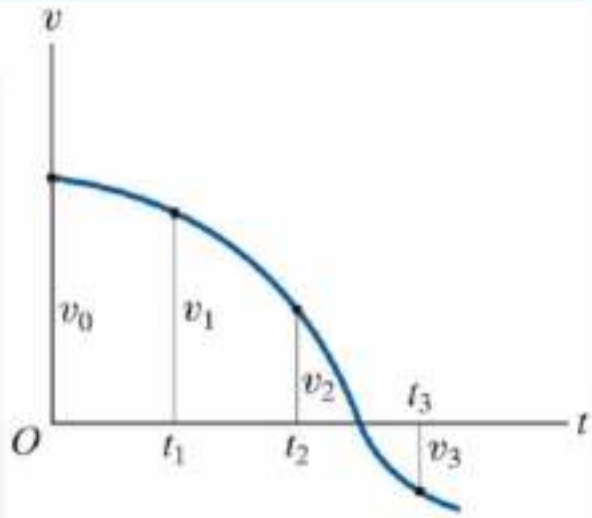
$$\frac{ds}{dt} = v$$

pendiente de la gráfica de s-t = velocidad

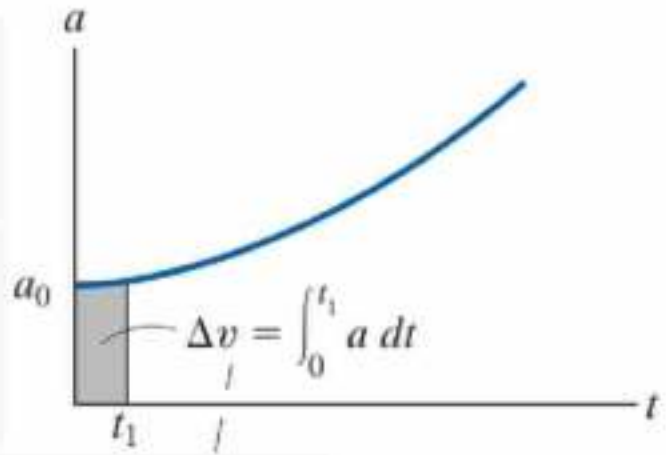


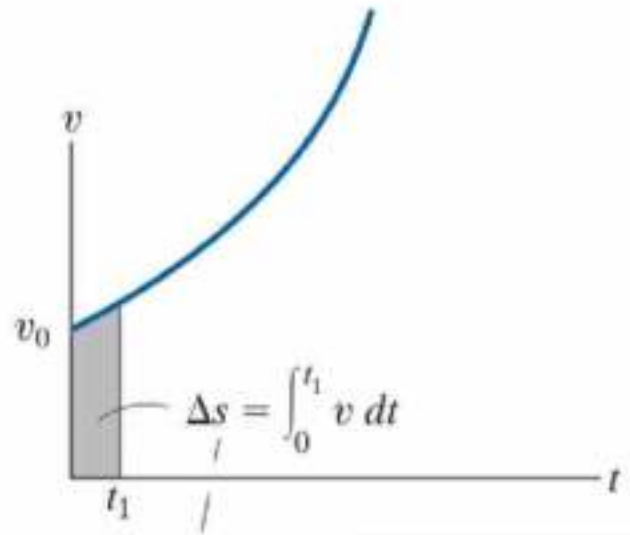
$$\frac{dv}{dt} = a$$

pendiente de la gráfica de v-t = aceleración



Área bajo la curva de las gráficas





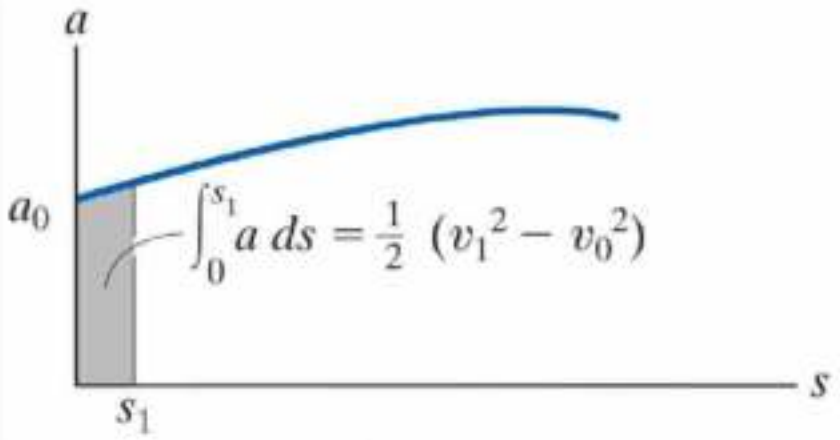
$$\Delta v = \int a\,dt$$

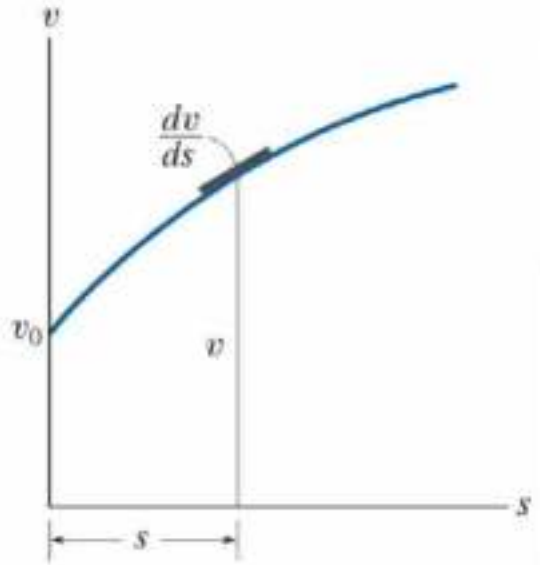
cambio de velocidad = área bajo la gráfica de a-t

$$\Delta s = \int v\,dt$$

desplazamiento = área bajo la gráfica de v-t

Gráfica Aceleración-Velocidad





$$\tfrac{1}{2}(v_1^2 - v_0^2) = \int_{s_0}^{s_1} a\,ds$$

área bajo la gráfica de *a*-*s*

$$a = v\left(\frac{dv}{ds}\right)$$

aceleración = velocidad por la pendiente de la gráfica de *v*-*s*

Movimiento curvilíneo general

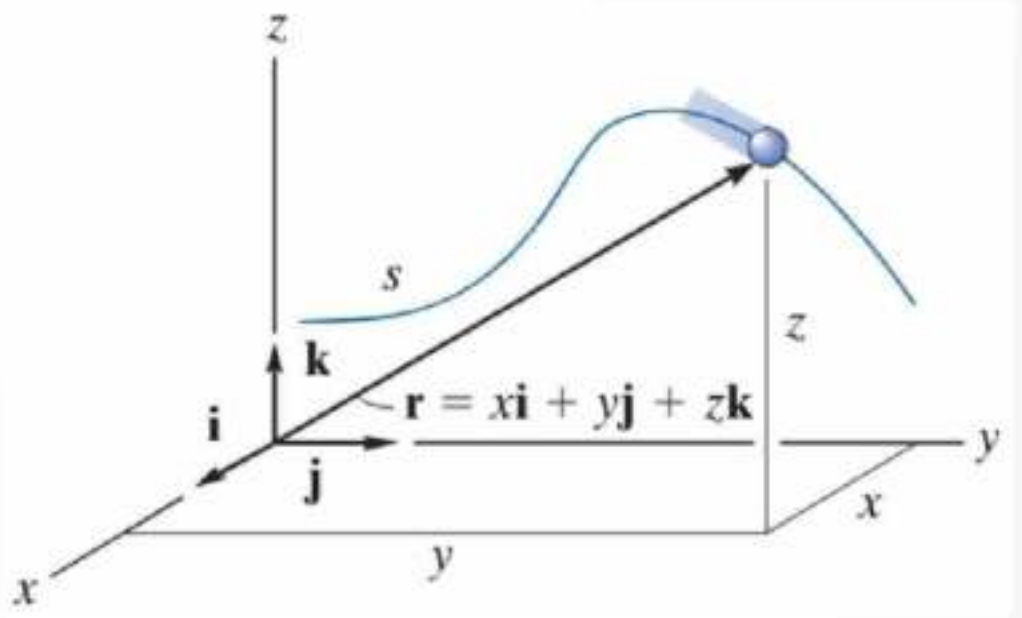
Movimiento curvilíneo general

El movimiento de una partícula puede describirse a lo largo de una trayectoria en función de sus coordenadas x, y, z

- **Posición**

Descrito justamente por el vector de posición

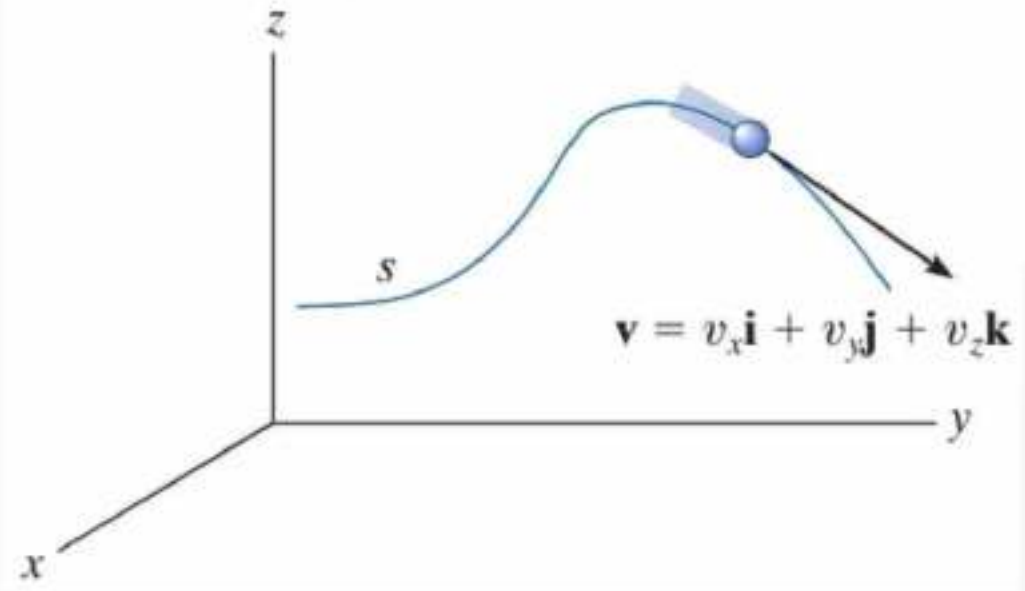
$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$



Movimiento curvilíneo general

- **Velocidad**

La primera derivada con respecto al tiempo del vector **r** proporciona la velocidad de la partícula.



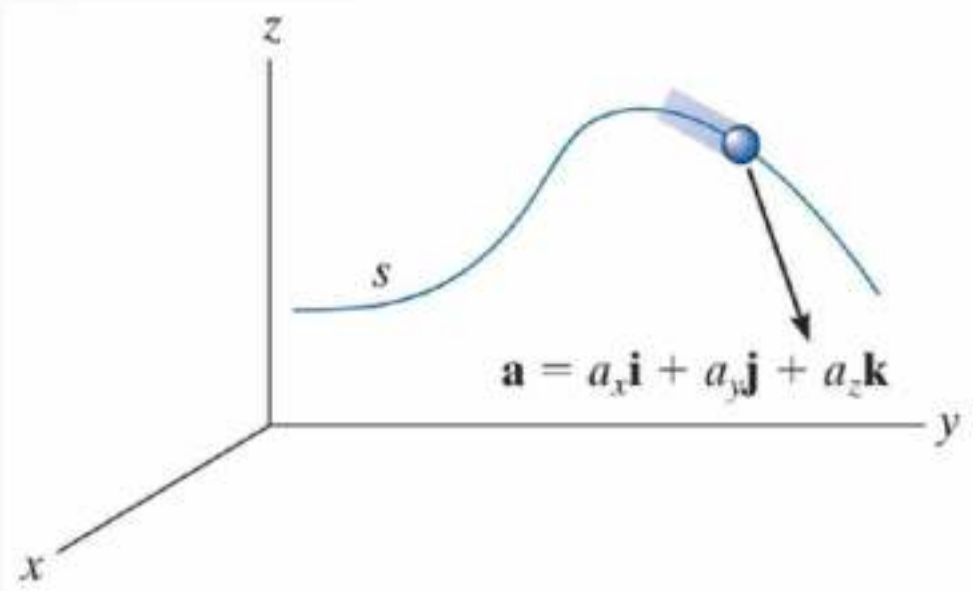
$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

$$v_x = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

Movimiento curvilíneo general

- **Aceleración**

La segunda derivada con respecto al tiempo del vector **r**, o la primera derivada con respecto al tiempo del vector **v** proporciona la aceleración de la partícula.



$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$

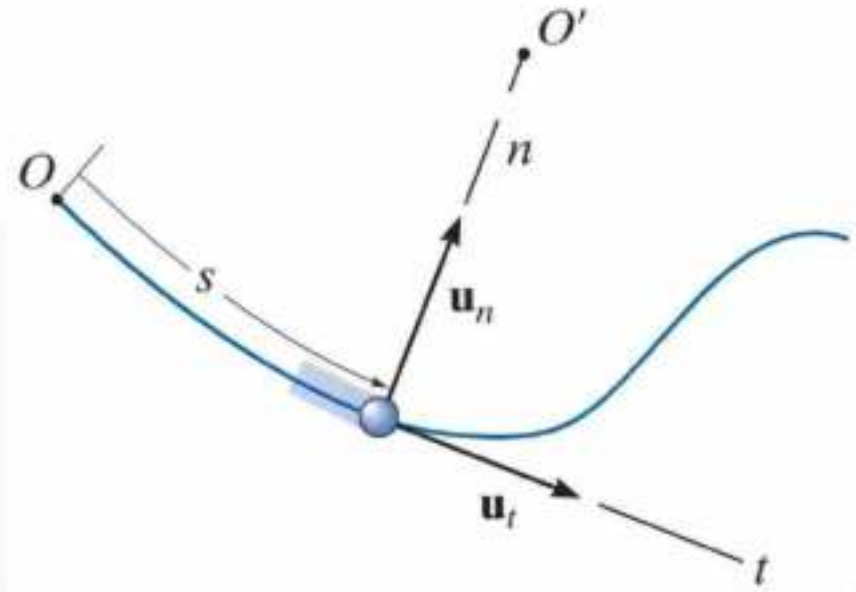
$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$$
$$a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}$$
$$a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$$

Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial

Ing. Alex Zavala Chávez

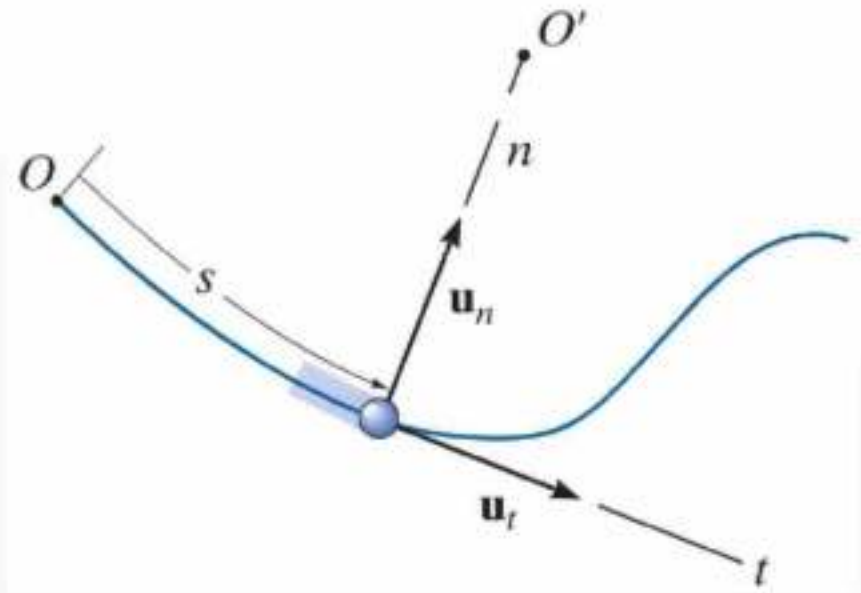
Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial

Cuando se conoce la trayectoria a lo largo de la cual viaja una partícula, entonces a menudo conviene describir el movimiento por medio de los ejes de **coordenadas n y t**, los cuales actúan de manera normal y tangente a la trayectoria, respectivamente, y en el instante considerado tienen su origen localizado en la partícula.



Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial

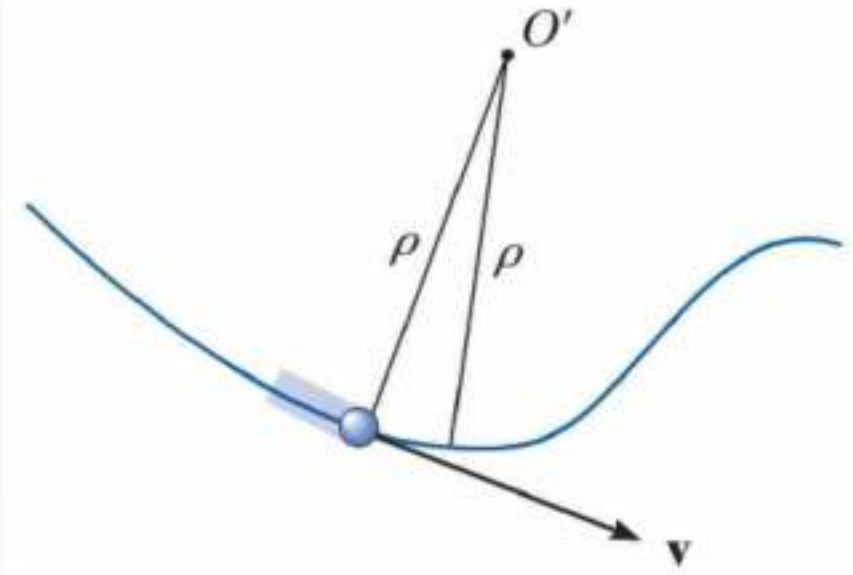
El **eje t** es tangente a la curva en el punto y es positivo en la dirección de s creciente (Velocidad Positiva), mientras que solo puede haber una opción única para el eje normal ya que geométricamente la curva está formada por una serie de segmentos de arco diferenciales (es decir, variables en el tiempo) asociado con un radio de curvatura por lo que el **eje normal n** es perpendicular al **eje t** con su sentido positivo dirigido hacia el centro de curvatura



Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial

- **Velocidad**

La dirección de la velocidad v de la partícula siempre es tangente a la trayectoria, y su magnitud se determina por la derivada con respecto al tiempo de la función de la trayectoria $s = s(t)$



$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t$$

$$v = \dot{s}$$

Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial

- Aceleración

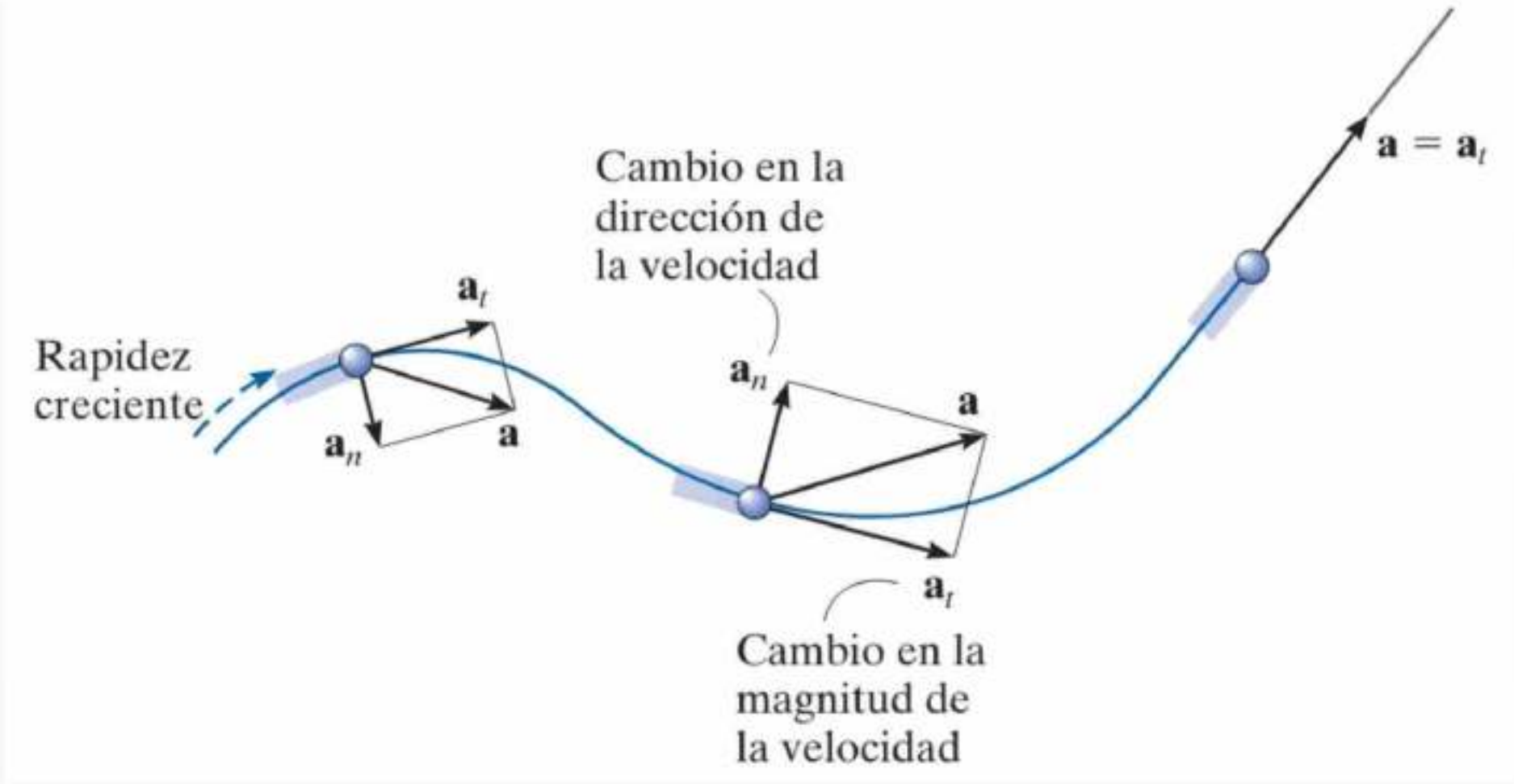
La aceleración de la partícula es el cambio de la velocidad con respecto al tiempo, y su magnitud se determina por la segunda derivada con respecto al tiempo de la función de la trayectoria $s = s(t)$

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \dot{v}\mathbf{u}_t + v\dot{\mathbf{u}}_t$$

$$a_t = \dot{v}$$

$$\mathbf{a} = a_t\mathbf{u}_t + a_n\mathbf{u}_n$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Movimiento curvilíneo: componentes normal y tangencial