Ejercicios resueltos

Números complejos

Números complejos - Ejercicios

1. Suma de números complejos sencillos:

   Ejercicio: $(2,3)+(4,2)$

   Solución:

   $$(2,3)+(4,2)=(6,5)$$

2. Resta de números complejos sencillos:

   Ejercicio: $(7,2)-(3,-4)$

   Solución:

   $$(7,2)-(3,-4)=(4,6)$$

Números complejos - Ejercicios

3. Multiplicación de un número complejo por un escalar:

   Ejercicio: $3(2+5i)$

   Solución:

   $$3(2+5i) = 6 + 15i$$

Números complejos - Ejercicios

División de números complejos sencillos:

Ejercicio: $\frac{4+3i}{2-i}$

Solución:

Para simplificar, multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del denominador:

$$\frac{4+3i}{2-i} = \frac{(4+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$$

Números complejos - Ejercicios

$$\frac{(4+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{(8+4i+6i+3i^2)}{(4+2i-2i-i^2)}$$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$\frac{(8+10i-3)}{(4+1)} = \frac{5+10i}{5} = 1 + 2i$$

Números complejos - Ejercicios

5. Suma de tres números complejos:

   Ejercicio: $(2+3i)+(4-2i)+(-1+5i)$

   Solución:

   $$(2+3i)+(4-2i)+(-1+5i)=5+6i$$

Números complejos - Ejercicios

6. Resta de tres números complejos:

   Ejercicio: $(6 + 2i) - (1 - 3i) - (2 + 4i)$

   Solución:

Para realizar la resta, es necesario cambiar el signo de los términos dentro del último paréntesis:

(6 + 2i) - (1 - 3i) - 2 - 4i

Números complejos - Ejercicios

Ahora agrupemos los términos reales y los términos imaginarios por separado:

Parte real: (6 - 1 - 2) = 3

Parte imaginaria: (2i + 3i - 4i) = 1i

La solución final es:

3 + 1i

O simplemente se puede escribir como:

3 + i

Números complejos - Ejercicios

7. Multiplicación de dos números complejos:

   Ejercicio: $(2+3i)(4-5i)$

   Solución:

   Para multiplicar, usamos la propiedad distributiva:

   $$(2+3i)(4-5i) = 8 - 10i + 12i - 15i^2$$

Números complejos - Ejercicios

Ejercicio: $(2 + 3i)(4 - 5i)$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$8 + 2i - 15(-1) = 8 + 2i + 15 = 23 + 2i$$

Números complejos - Ejercicios

8. División de números complejos con raíces cuadradas:

Ejercicio: $$\frac{3+4i}{1+i}$$

Para simplificar, multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del denominador:

Números complejos - Ejercicios

Ejercicio: $\frac{3+4i}{1+i}$

$$\frac{(3+4i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$\frac{(3-3i+4i-4i^2)}{(1-i^2)}$$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$\frac{(3+i)}{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$$

Números complejos - Ejercicios

9. Suma de números complejos con fracciones:

Ejercicio: $\frac{2+3i}{3} + \frac{1-i}{2}$

Solución:

Para sumar fracciones, primero obtenemos un denominador común (en este caso, $2 \cdot 3 = 6$):

Números complejos - Ejercicios

$$\frac{2+3i}{3} + \frac{1-i}{2}$$

$$\frac{2\cdot(2+3i)+3\cdot(1-i)}{6}$$

$$\frac{4+6i+3-3i}{6}$$

$$\frac{7+3i}{6}$$

$$\frac{7}{6} + \frac{i}{2}$$

Números complejos - Ejercicios

10. Resta de números complejos con fracciones:

Ejercicio: $\frac{5+2i}{4} - \frac{3-i}{2}$

Solución:

Para restar fracciones, primero obtenemos un denominador común

(en este caso, $2 \cdot 4 = 8$):

Números complejos - Ejercicios

$$\frac{5+2i}{4} - \frac{3-i}{2}$$

$$\frac{2\cdot(5+2i)-4\cdot(3-i)}{8}$$

$$\frac{10+4i-12+4i}{8}$$

$$\frac{-2+8i}{8}$$

$$-\frac{1}{4}+i$$

Números complejos - Ejercicios

11. Multiplicación de tres números complejos:

    Ejercicio: $(2+i)(3-i)(1+2i)$

Solución:

Para multiplicar, utilizamos la propiedad asociativa de la multiplicación:

$$[(2+i)(3-i)](1+2i)$$

Números complejos - Ejercicios

Primero, realizamos la multiplicación dentro del primer conjunto de paréntesis:

$$(2+i)(3-i) = 6 - 2i + 3i - i^2$$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$6 + i - (-1) = 7 + i$$

Números complejos - Ejercicios

Luego, multiplicamos este resultado por el tercer número complejo

$$[(2+i)(3-i)](1+2i) = (7+i)(1+2i)$$

$$(7+i)(1+2i) = 7+14i+i+2i^2$$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$7+14i+i-2 = 5+15i$$

Números complejos - Ejercicios

12. División de números complejos con denominadores conjugados:

Ejercicio: $\frac{3+2i}{1-2i}$

Solución:

Para simplificar, multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del denominador:

Números complejos - Ejercicios

$$\frac{3+2i}{1-2i} = \frac{(3+2i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$$

$$\frac{(3+6i+2i+4i^2)}{(1-4i^2)}$$

Como $i^2 = -1$, la expresión se simplifica a:

$$\frac{(3+8i-4)}{(1+4)}$$

$$\frac{-1+8i}{5}$$

$$-\frac{1}{5} + \frac{8}{5}i$$

Números complejos - Ejercicios

13. Suma de números complejos con radicales:

Ejercicio: $\sqrt{-5} + \sqrt{-20}$

Solución:

Usaremos las propiedades de las raíces para simplificar:

$$\sqrt{-5} + \sqrt{-20} = \sqrt{5i} + \sqrt{20i}$$

Números complejos - Ejercicios

Ahora, simplificamos las raíces:

$$\sqrt{5i} + \sqrt{20i} = \sqrt{5}\sqrt{i} + \sqrt{4 \cdot 5}\sqrt{i}$$

Como $\sqrt{i} = \sqrt{-1}$, la expresión se simplifica a:

$$\sqrt{5} \cdot i + 2\sqrt{5} \cdot i = (1+2)i\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{5}\,i$$

Números complejos - Ejercicios

14. Resta de números complejos con radicales:

    Ejercicio: $\sqrt{-8} - \sqrt{-32}$

    Solución:

    Usaremos las propiedades de las raíces para simplificar:

    $\sqrt{-8} - \sqrt{-32} = \sqrt{8i} - \sqrt{32i}$

Números complejos - Ejercicios

Ahora, simplificamos las raíces:

$$\sqrt{8i} - \sqrt{32i} = \sqrt{4 \cdot 2i} - \sqrt{16 \cdot 2i}$$

Como $\sqrt{i} = \sqrt{-1}$, la expresión se simplifica a:

$$2\sqrt{2} \cdot i - 4\sqrt{2} \cdot i = (2-4)i\sqrt{2}$$

-2i√2

Números complejos - Ejercicios

15. Multiplicación de dos números complejos con radicales:

Ejercicio: $(2+\sqrt{3}i)(3+\sqrt{3}i)$

Solución:

Utilizamos la propiedad distributiva para multiplicar:

$$(2+\sqrt{3}i)(3+\sqrt{3}i) = 2\cdot 3 + 2\cdot\sqrt{3}i + \sqrt{3}i\cdot 3 + \sqrt{3}i\cdot\sqrt{3}i$$

$$(2+\sqrt{3}i)(3+\sqrt{3}i) = 6 + 2\sqrt{3}i + 3\sqrt{3}i - 3$$

$$(2+\sqrt{3}i)(3+\sqrt{3}i) = 3 + 5\sqrt{3}i$$