Economía Matemática

Tercer semestre

Econ. Patricio Juelas C.
UNACH Carrera de Economía

ÁLGEBRA DE MATRICES

El álgebra de matrices es una rama de las matemáticas que se ocupa de la manipulación y el estudio de matrices y sus propiedades. Las matrices son arreglos rectangulares de números que se utilizan para representar datos, sistemas de ecuaciones lineales, transformaciones lineales y muchas otras aplicaciones. El álgebra de matrices incluye operaciones como la suma de matrices, la multiplicación de matrices, la transposición de matrices y la inversión de matrices..

MATRICES Y VECTORES

Las matrices y los vectores son conceptos fundamentales en álgebra lineal y se utilizan ampliamente en matemáticas, ciencias de la computación, física, ingeniería y muchas otras disciplinas.

MATRICES

Una matriz es un arreglo rectangular de números dispuestos en filas y columnas. Cada elemento de una matriz se identifica por su fila y columna. Las matrices se utilizan para representar datos, sistemas de ecuaciones lineales, transformaciones lineales y muchas otras aplicaciones.

Ejemplo de matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

VECTORES

Un vector es una cantidad que tiene magnitud y dirección. En álgebra lineal, un vector se representa como una matriz de una sola columna o una sola fila. Los vectores se utilizan para representar cantidades como posición, velocidad, fuerza y muchas otras magnitudes físicas.

Ejemplo de vector:

Un vector columna:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Un vector fila:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

SUMA DE MATRICES

Ejemplo:

Sean las matrices A y B:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Para sumar A y B, sumamos los elementos correspondientes:

$$A + B = \begin{pmatrix} 1+5 & 2+6 \\ 3+7 & 4+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS

Supongamos que tenemos las siguientes dos matrices:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

EJERCICIOS

Para sumar estas matrices, simplemente sumamos los elementos correspondientes:

$$M + N = \begin{bmatrix} 1+9 & 2+8 & 3+7 \\ 4+6 & 5+5 & 6+4 \\ 7+3 & 8+2 & 9+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 \end{bmatrix}$$

RESTA DE MATRICES

Ejemplo:

Sean las matrices A y B:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 1-5 & 2-6 \\ 3-7 & 4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$$

Para mayor claridad, aquí tienes las operaciones detalladas:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-5 & 2-6 \\ 3-7 & 4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS

Supongamos que tenemos las siguientes dos matrices:

$$P = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

EJERCICIOS

Para restar estas matrices, simplemente restamos los elementos correspondientes:

$$P - Q = \begin{bmatrix} 5-1 & 6-2 & 7-3 \\ 8-4 & 9-5 & 10-6 \\ 11-7 & 12-8 & 13-9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICACIÓN DE MATRICES

En la multiplicación de matrices, el número de columnas de la primera matriz debe ser igual al número de filas de la segunda matriz.

Sean las matrices A y B:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} (1*7+2*9+3*11) & (1*8+2*10+3*12) \\ (4*7+5*9+6*11) & (4*8+5*10+6*12) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7+18+33 & 8+20+36 \\ 28+45+66 & 32+50+72 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 58 & 64 \\ 139 & 154 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS

Supongamos que tenemos las siguientes dos matrices:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

EJERCICIOS

Haciendo esto para cada elemento de la matriz resultante, obtenemos:

$$R \times S = \begin{bmatrix} (1*9+2*6+3*3) & (1*8+2*5+3*2) & (1*7+2*4+3*1) \\ (4*9+5*6+6*3) & (4*8+5*5+6*2) & (4*7+5*4+6*1) \\ (7*9+8*6+9*3) & (7*8+8*5+9*2) & (7*7+8*4+9*1) \end{bmatrix}$$

Realizando las operaciones:

$$R \times S = \begin{bmatrix} 30 & 24 & 18 \\ 84 & 69 & 54 \\ 138 & 114 & 90 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICACIÓN ESCALAR

La multiplicación escalar implica multiplicar cada elemento de una matriz por un escalar (un número).

Sean la matriz A y el escalar k:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$k = 2$$

Para multiplicar la matriz A por el escalar k, simplemente multiplicamos cada elemento de la matriz por k:

$$kA = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

La multiplicación escalar aumenta o disminuye la magnitud de todos los elementos de la matriz por el factor k.

EJERCICIOS

Supongamos que tenemos la siguiente matriz:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Y queremos multiplicar esta matriz por un escalar, por ejemplo, 2.

EJERCICIOS

Entonces, la multiplicación de la matriz T por el escalar 2 sería:

$$2 \times T = 2 \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 * 1 & 2 * 2 & 2 * 3 \\ 2 * 4 & 2 * 5 & 2 * 6 \\ 2 * 7 & 2 * 8 & 2 * 9 \end{bmatrix}$$

Realizando las operaciones:

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix}$$