



# DEFINICIÓN DE CONJUNTOS

El concepto de *conjunto* es fundamental en todas las ramas de la matemática. Intuitivamente, un conjunto es una lista, colección o clase de objetos bien definidos, objetos que pueden ser: número, personas, letras, ríos, etc. Estos objetos se llaman *elementos* o *miembros* del conjunto.

## EJEMPLOS DE CONJUNTOS:

- N: conjunto de los números naturales.
- Z: conjunto de los números enteros.
- Q: conjunto de los números racionales.
- R: conjunto de los números reales.
- C: conjunto de los números complejos.



# NOTACIÓN DE CONJUNTOS

Es usual denotar los conjuntos con letras mayúsculas.

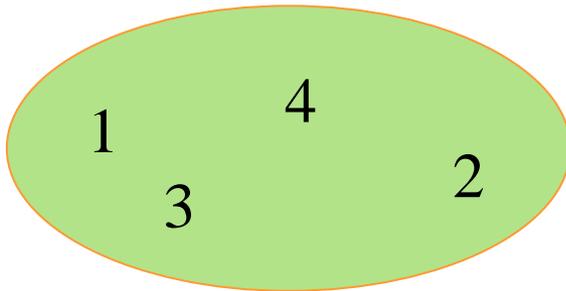
A, B, X, Y, ...

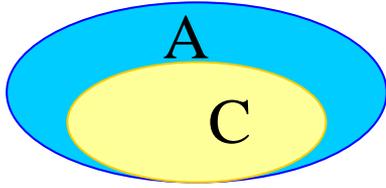
Los elementos de los conjuntos se representan con letras minúsculas.

a, b, x, y, ...

Al definir un conjunto por la efectiva enumeración de sus elementos, por ejemplo, el conjunto A que tiene por elementos a los números 1, 2, 3 y 4, se escribe:

$$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$





# CÓMO SE ESCRIBEN LOS CONJUNTOS

Separando los elementos por comas y encerrándolos entre llaves  $\{ \}$ . Esta forma es la llamada forma tabular de un conjunto. Pero si se define un conjunto enunciando propiedades que deben tener sus elementos como, por ejemplo, el conjunto B, conjunto de todos los números pares, entonces se emplea una letra, por lo general “x”, para representar un elemento cualquiera y se escribe:

$$B = \{x / x \text{ es par}\}$$

Lo que se lee “B es el conjunto de todos los números x tales que x es par”. Se dice que esta es la forma definir por comprensión o constructiva de un conjunto. Téngase en cuenta que la barra vertical “/” se lee tales que.

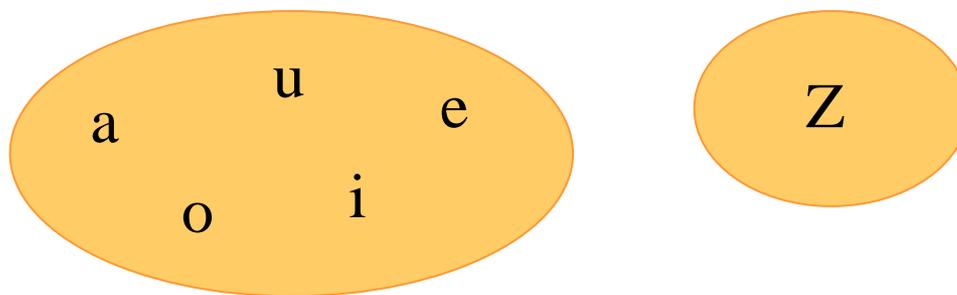


# SÍMBOLOS DE LOS CONJUNTOS

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, se escribe el signo  $\in$ .

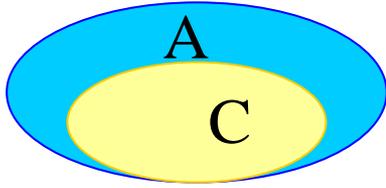
Así:  $a \in \{\text{vocales}\}$  quiere decir que a es un elemento del conjunto de las vocales. Para indicar que un elemento no pertenece a un conjunto, se escribe el signo  $\notin$ , pero cruzado con una raya  $\notin$ . Al escribir  $z \notin \{\text{vocales}\}$ , se indica que la letra z no pertenece al conjunto de las vocales.

Representación gráfica:



Conjunto de las vocales





# TIPOS DE CONJUNTOS

Los conjuntos pueden ser **finitos o infinitos**. Intuitivamente un conjunto puede ser finito si consta de un cierto número de elementos distintos, es decir, si al contar los diferentes elementos del conjunto el proceso del contar puede acabar. Si no, el conjunto es infinito.

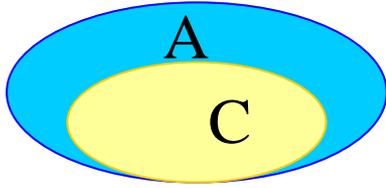
## EJEMPLOS:

Si  $M$  es el conjunto de los días de la semana, entonces  $M$  es finito.

Si  $N = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ , entonces  $N$  es infinito.

Si  $P = \{x/x \text{ es un río de la tierra}\}$ , entonces  $P$  es también finito aunque sea difícil de contar los ríos del mundo se puede hacer





## FORMAS DE EXPRESAR UN CONJUNTO:

**POR EXTENSIÓN:** para determinar un conjunto por extensión se citan o escriben todos y cada uno de sus elementos, separándolos por comas y encerrándolos entre dos llaves. Por ejemplo, el conjunto de las vocales será:

$$A=\{a,e,i,o,u\}$$

**POR COMPRENSIÓN:** para determinar un conjunto por comprensión se indican todas las propiedades comunes a los elementos del conjunto, de forma que todo elemento que este en el conjunto posee dichas propiedades y todo elemento que posee esas propiedades esta en el conjunto. El mismo ejemplo anterior escrito por comprensión sería:

$$A=\{\text{vocales}\}$$



# REPRESENTACIÓN DE UN CONJUNTO

Para un mejor entendimiento del concepto de conjunto, así como de las relaciones entre conjuntos, se recurre a representar gráficas que permiten adquirir, con una mirada, una idea general del conjunto y de sus propiedades. Los más utilizados son los denominados diagrama de Venn. Estos gráficos son una representación de los elementos del conjunto mediante puntos situados en el interior de una línea cerrada.

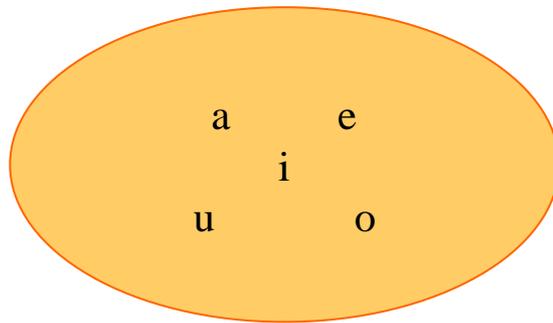
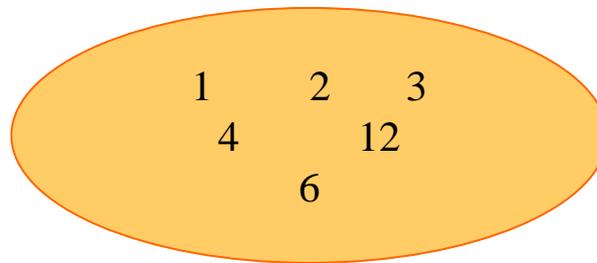


Diagrama de Venn representativo del conjunto de las vocales.



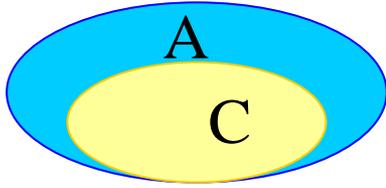
Ejemplo:

Sea  $A = \{\text{divisores del número } 12\}$  (definido por comprensión) =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  (definido por extensión)



Que  $1 \in A$  indica que 1 es un divisor de 12. Si  $5 \notin A$  quiere decir que el 5 no es divisor de 12





# IGUALDAD DE CONJUNTOS

El conjunto A es *igual* al conjunto B si ambos tienen los mismos elementos, es decir, si cada elemento que pertenece a A pertenece también a B y si cada elemento que pertenece a B pertenece también a A. Se denota la igualdad de los conjuntos A y B por:

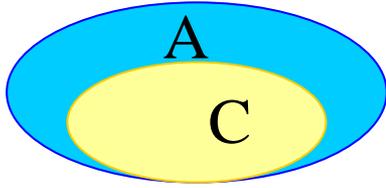
$$A=B$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{matrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

## EJEMPLO:

Sean  $A=\{1,2,3,4\}$  y  $B=\{3,1,4,2\}$ . Entonces  $A=B$ , es decir,  $\{1,2,3,4\}=\{3,1,4,2\}$  pues cada uno de los elementos 1,2,3 y 4 de A pertenece a B y cada uno de los elementos 3,1,4 y 2 de B pertenecen a A. Obsérvese, por tanto, que un conjunto no cambia al reordenar sus elementos.





# CONJUNTO VACÍO

El *conjunto vacío* es un conjunto que carece de elementos. Este conjunto se suele llamar conjunto nulo. Aquí diremos de un conjunto semejante que es vacío y se le denota por el símbolo:

“ $\Phi$ ” que significa vacío.

## EJEMPLO:

Si A es el conjunto de personas vivientes mayores de 200 años. A es vacío según las estadísticas conocidas.

Sea  $B = \{x / x^2 = 4, x \text{ es impar}\}$ . B es entonces un conjunto vacío.



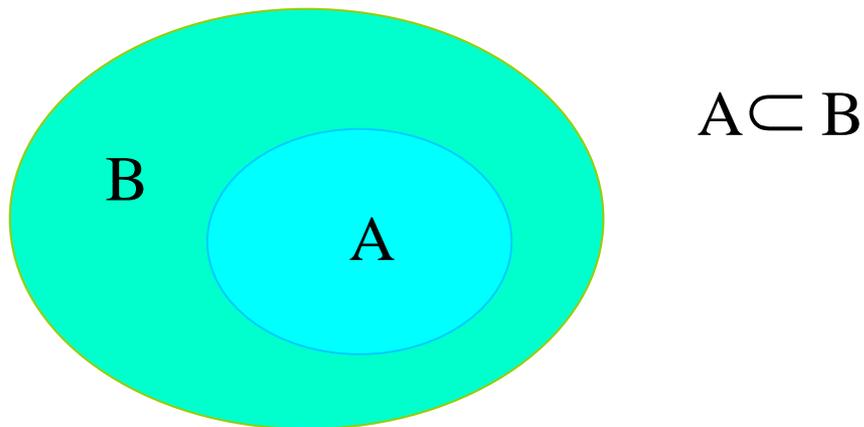
# DEFINICIÓN DE SUBCONJUNTOS

Si todo elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es *un subconjunto* de B. Más claro: A es un subconjunto de B si  $x \in A$  implica  $x \in B$ . Se denota esta relación escribiendo:

$$A \subset B$$

Se puede leer “A esta contenido en B”

Su representación gráfica sería:



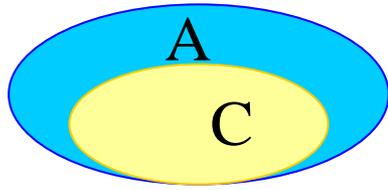
## EJEMPLOS:

El conjunto  $C=\{1,3,5\}$  es un subconjunto del  $D=\{5,4,3,2,1\}$ , ya que todo número 1,3 y 5 de C pertenece a D

El conjunto  $E=\{2,4,6\}$  es un subconjunto del  $F=\{6,2,4\}$ , pues cada número 2,4, y 6 que pertenece a E pertenece también a F. Obsérvese en particular que  $E=F$ . De la misma manera se puede mostrar que todo conjunto es subconjunto de si mismo.

Dado dos conjuntos M y N, siendo  $M=\{a,e,i\}$  y  $N=\{a,e,i,o,u\}$ . Entonces se dice que  $M \subset N$ . Ya que: M está en N





# SUBCONJUNTO PROPIO

Puesto que todo conjunto A es un subconjunto de si mismo, se dirá que B es un *subconjunto propio* de A si, en primer lugar, B es un subconjunto de A y, en segundo lugar, B no es igual a A. Más brevemente, B es un subconjunto propio de A si:

$$B \subset A \text{ y } B \neq A$$

En algunos libros “B es un subconjunto de A” se denota por:

$$B \subset A$$

Y “B es un subconjunto propio de A” se denota por:

$$B \subsetneq A$$



# PROPIEDADES DE LA INCLUSIÓN

- 1)  $\forall A: A \subset A$  (reflexiva)
- 2)  $(A \subset B \wedge B \subset A) \rightarrow A = B$  (antisimétrica)
- 3)  $(A \subset B \wedge B \subset C) \rightarrow A \subset C$  (transitiva)
- 4)  $\forall A: \phi \subset A$

# PROPIEDADES DE LA IGUALDAD

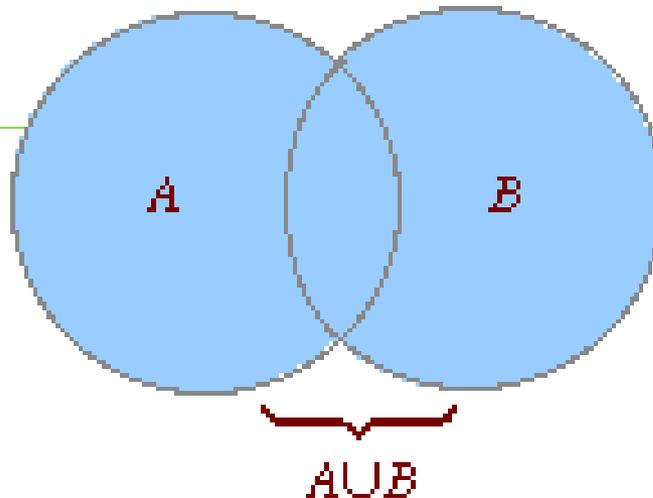
- 1)  $\forall A: A = A$  (reflexiva)
- 2)  $A = B \rightarrow B = A$  (simétrica)
- 3)  $(A = B \wedge B = C) \rightarrow A = C$  (transitiva)

# Operaciones con conjuntos: unión, intersección, Diferencia y complemento

La **unión** de  $A$  y  $B$  es el conjunto de todos los elementos que están en  $A$  o en  $B$  (o en ambos).

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

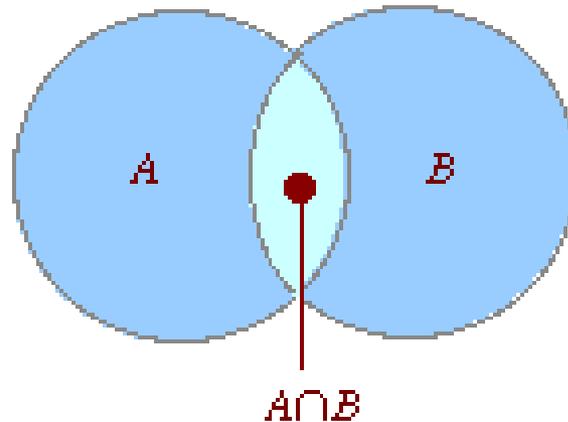
Podemos representar la unión  $A \cup B$  por la siguiente diagrama de Venn;



La **intersección** de  $A$  y  $B$  es el conjunto de todos los elementos que están en  $A$  y también en  $B$ .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Podemos representar la intersección  $A \cap B$  por la siguiente diagrama de Venn;



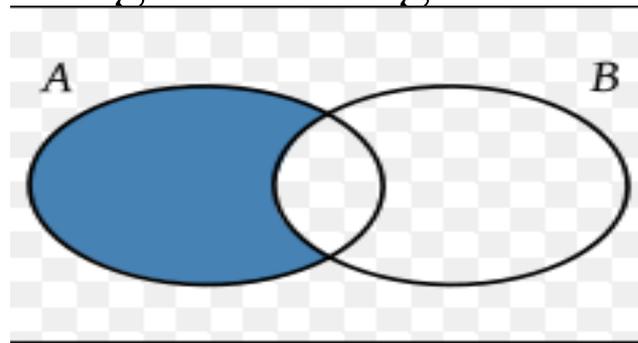
La **Diferencia** entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

Se denota por  $A - B$

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

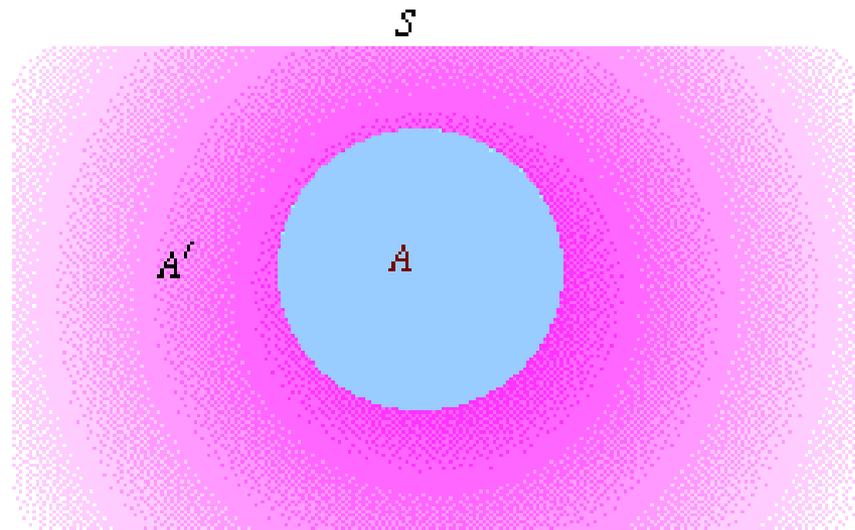
El conjunto  $A - B$  se lee “A menos B” y recibe también el nombre de complementario relativo del conjunto B respecto del conjunto A.

por la siguiente diagrama de Venn;



Si  $A$  es un subconjunto de  $S$ , entonces  $A'$  es el **complemento** de  $A$  en  $S$ , el conjunto de todos los elementos de  $S$  que no están en  $A$ .

Podemos representar el complemento  $A'$  por la siguiente diagrama de Venn:



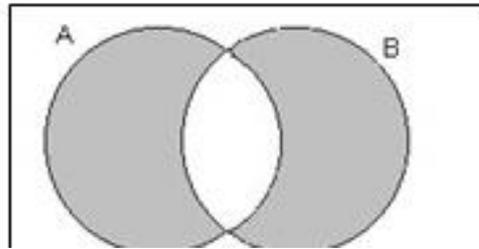
# DIFERENCIA SIMÉTRICA

Es el conjunto formado por elementos no comunes de los conjuntos A y B. Se representa por  $A\Delta B$ .

Simbólicamente:

$$A\Delta B = (A-B) \cup (B-A) \text{ ó } A\Delta B = (A\cup B) - (A\cap B)$$

Representación Gráfica

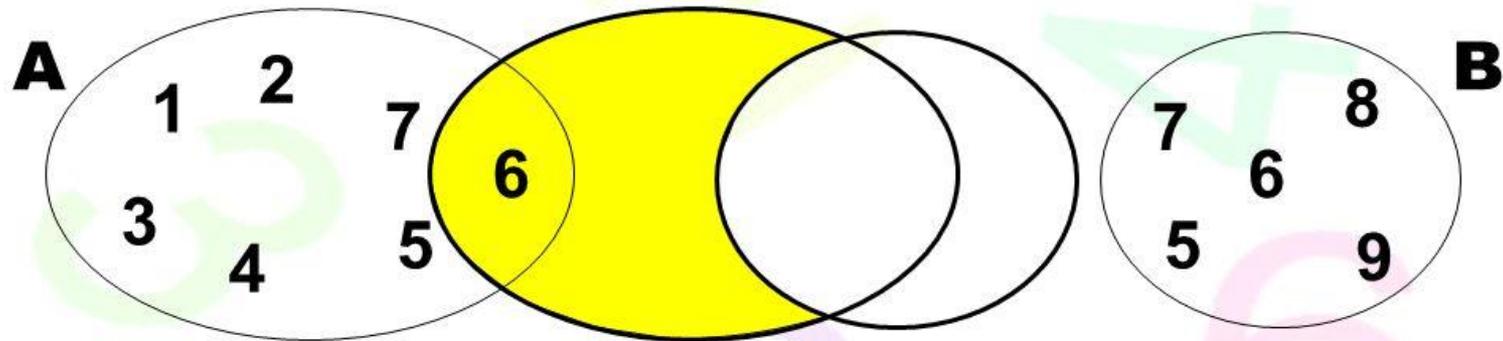


# DIFERENCIA DE CONJUNTOS

El conjunto “A diferencia B” que se representa  $A - B$  es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

**Ejemplo:**

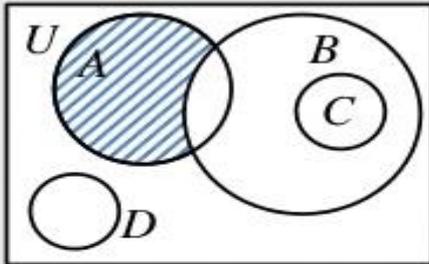
$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\} \text{ y } B = \{5; 6; 7; 8; 9\}$$



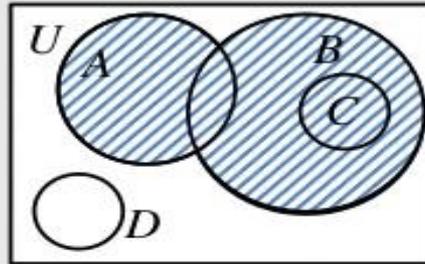
$$A - B = \{1; 2; 3; 4\}$$

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$

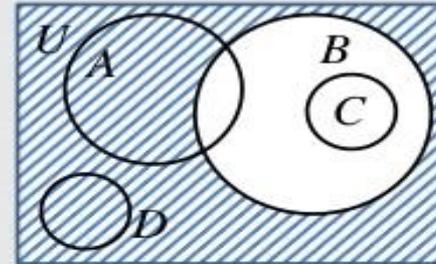
# Operaciones con conjuntos en diagramas de Venn- Eüler



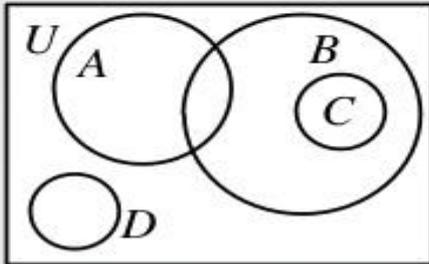
$$A - B$$



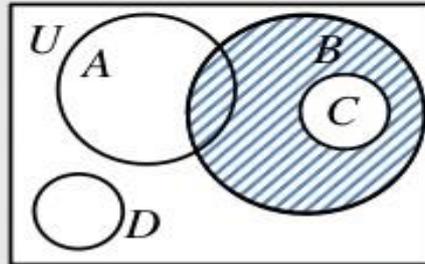
$$A \cup B$$



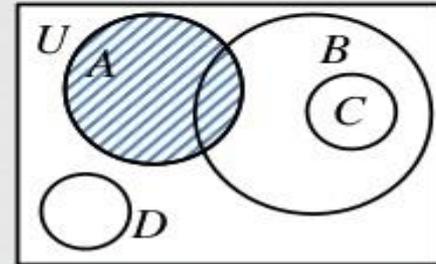
$$B'$$



$$D \cap C$$



$$B - C$$



$$A - D$$

## Ejemplo Visual

El doctor Pérez observa las fichas de 10 pacientes y analiza sus síntomas

PACIENTES	FIEBRE	CÓLICOS	MAREOS
a	x		x
b	x	x	
c		x	
d		x	
e	x		x
f	x	x	
g	x	x	
h		x	
i	x		
j	x	x	

Los pacientes que tienen **fiebre** son:..... $F = \{a, b, e, f, g, i, j\}$

Los pacientes que tienen **cólicos** son:..... $C = \{b, c, d, f, g, h, j\}$

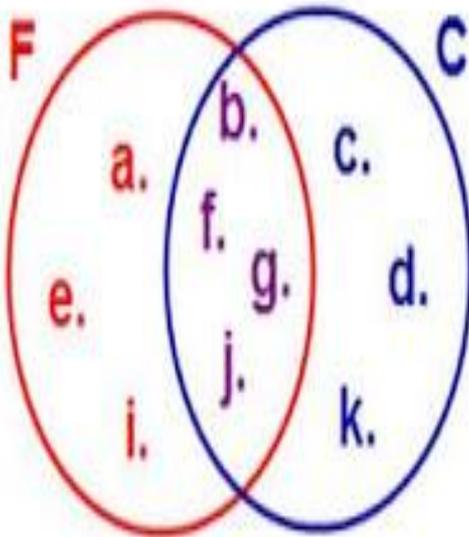
Los pacientes que tienen **mareos** son:..... $M = \{a, e\}$

## Ejercicios

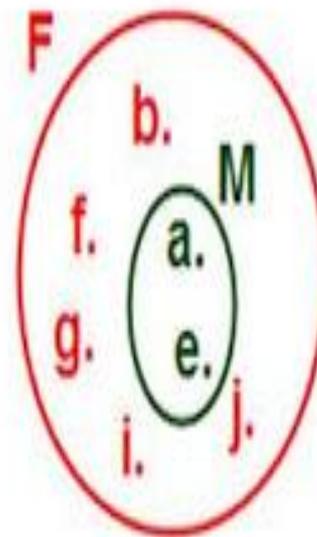
Observemos en un diagrama de conjuntos los pacientes que tienen

- fiebre y cólicos,
- fiebre y mareos,
- cólicos y mareos

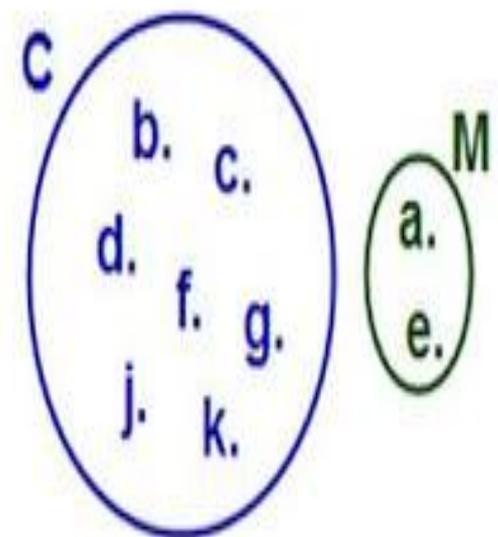
Fiebre y Cólicos



Fiebre y Mareos



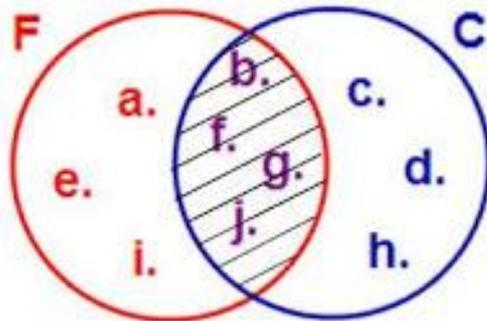
Cólicos y Mareos



## Ejercicios

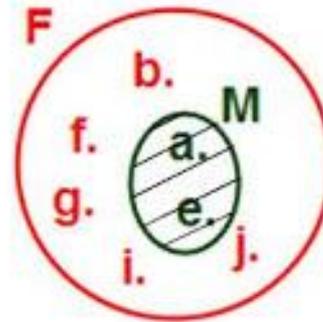
# INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Se llama intersección de dos conjuntos A y B y se escribe  $AB$ , al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a la vez al conjunto A y B.



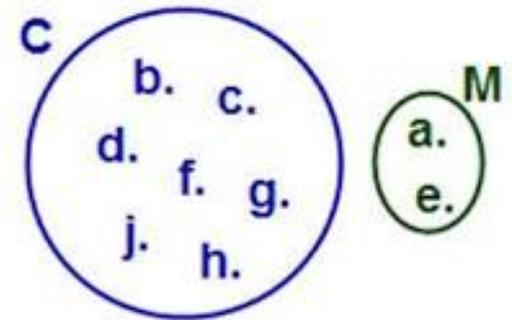
$$F \cap C = \{b, f, g, j\}$$

Conjunto de pacientes que tienen fiebre y cólicos



$$F \cap M = \{a, e\}$$

Conjunto de pacientes que tienen fiebre y mareos



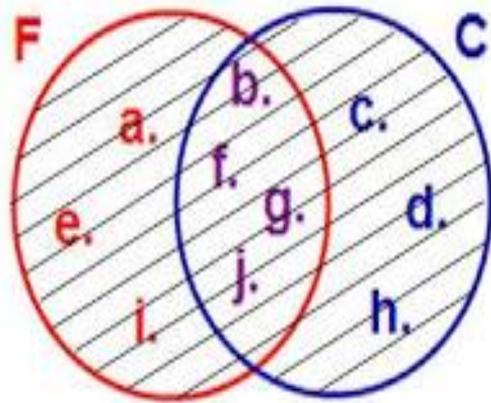
$$C \cap M = \{\} = \emptyset$$

Conjunto de pacientes que tienen cólicos y mareos

## Ejemplo Visual

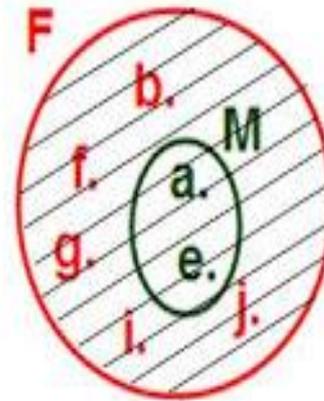
### UNIÓN DE CONJUNTOS

Se llama unión de dos conjuntos A y B y se escribe  $A \cup B$ , al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B..



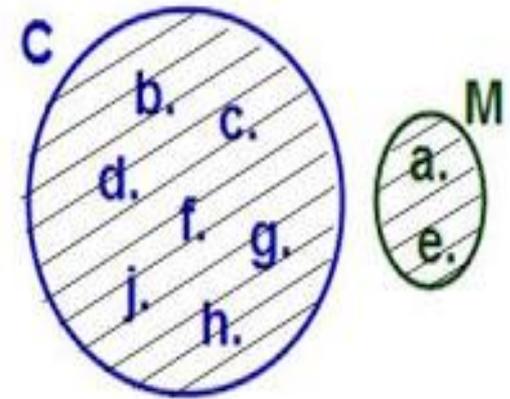
$$F \cup C = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

Conjunto de pacientes  
que tienen fiebre o  
cólicos



$$F \cup M = \{a, b, e, f, g, i, j\}$$

Conjunto de pacientes  
que tienen fiebre o  
mareos



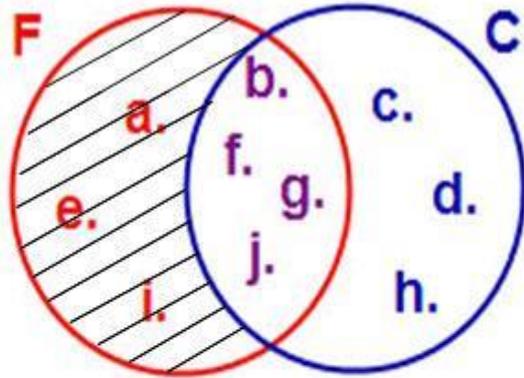
$$C \cup M = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j\}$$

Conjunto de pacientes  
que tienen cólicos o  
mareos

# Ejemplo Visual

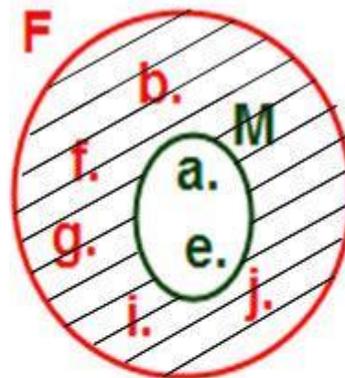
## DIFERENCIA DE CONJUNTOS

Se llama diferencia de dos conjuntos A y B (A menos B) y se escribe  $A - B$ , al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a la vez al conjunto A pero no pertenecen al conjunto B.



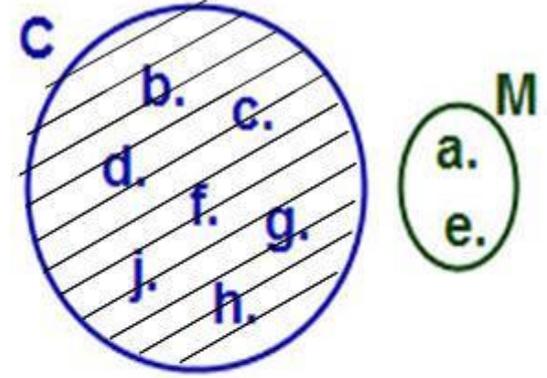
$$F - C = \{a, e, i\}$$

Conjunto de pacientes que tienen fiebre pero no tienen cólicos



$$F - M = \{b, f, g, i, j\}$$

Conjunto de pacientes que tienen fiebre pero no tienen mareos



$$C - M = \{b, c, d, f, g, h, j\}$$

Conjunto de pacientes que tienen cólicos pero no tienen mareos

# Ejercicios 1

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  es el conjunto universal y

$$A = \{1, 4, 7, 10\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$

Define por extensión los siguientes conjuntos:

1.  $A \cup B$

2.  $A - B$

3.  $A'$

4.  $U'$

5.  $B \cap U$

6.  $B' \cap (C - A)$

7.  $A \cap B' \cup C$

8.  $B \cap C$

9.  $A \cup \emptyset$

10.  $A \cap (B \cup C)$

11.  $(A \cap B) \cup C$

12.  $(A \cap B) - C$

## Ejercicios 2

Sea el conjunto universal

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g\} \text{ y}$$

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{a, c, e, g\} \text{ y}$$

$$C = \{b, e, f, g\}.$$

Hallar:

$$(1) A \cup C$$

$$(3) C - B$$

$$(5) A' - B$$

$$(7) (A - C)'$$

$$(9) (A - B)'$$

$$(2) B \cap A$$

$$(4) B'$$

$$(6) B' \cup C$$

$$(8) C' \cap A$$

$$(10) (A \cap A)'$$

## Ejercicios 3

Sea  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 12\}$  el conjunto universal.

Consideremos los subconjuntos,

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\},$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\},$$

$$D = \{2, 4, 8\} \text{ y}$$

$$C = \{2, 3, 6, 12\}.$$

Determina los conjuntos:

1.  $A \cup B$

2.  $A \cap C$

3.  $(A \cup B) \cap C'$

4.  $A - B$

5.  $C - D$

6.  $(B - D) \cup (D - B)$



## Ejercicio 4

Se le pregunto a un grupo de 10 estudiantes sobre sus preferencias por dos marcas de refrescos Pepsi y Coca Cola.

- ▶ **Obteniéndose lo siguientes resultados:**
  - El numero de estudiantes que prefirieron Pepsi pero no Coca Cola fue de 3.
  - El numero de estudiantes que no prefirieron Pepsi fueron 6.
- ▶ **Se desea saber:**
  - a) .Cuantos de los encuestados prefirieron Pepsi?
  - b) . Cuantos de los encuestados prefirieron Coca Cola?
  - c) . Cuantos de los encuestados prefirieron Pepsi o Coca Cola?

## Ejercicio 5

A una prueba de ingreso a la Universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de Matemáticas, 25 el de Matemáticas y Física y 15 aprobaron solo el de Física.

1. Cuantos no aprobaron ninguno de los exámenes mencionados?
  2. Cuantos solo aprobaron Matemáticas ?
  3. Cuantos aprobaron física ?
- 

# Ejercicio 6

EJEMPLO 1. En un aula hay un cierto número de alumnos que hemos de determinar. Se sabe que cada uno de los alumnos presentes en el aula estudia, al menos, una de las tres asignaturas siguientes : Matemáticas, Física, Química. Pues bien, en sucesivas veces se pide que levanten la mano los que estudian :

a) Matemáticas, y lo hacen 48.

b) Física, y lo hacen 45

c) Química, y lo hacen 49

d) Matemáticas y Física, y lo hacen 28

e) Matemáticas y Química, y lo hacen 26

f) Física y Química, y lo hacen 28

g) las tres asignaturas, y lo hacen 18.

Se pregunta :

1º) ¿ Cuántos alumnos hay en el aula ?

2º) ¿ Cuántos estudian Matemáticas y Física, pero no Química?

3º) ¿ Cuántos estudian nada más que Química ?

*Solución.*

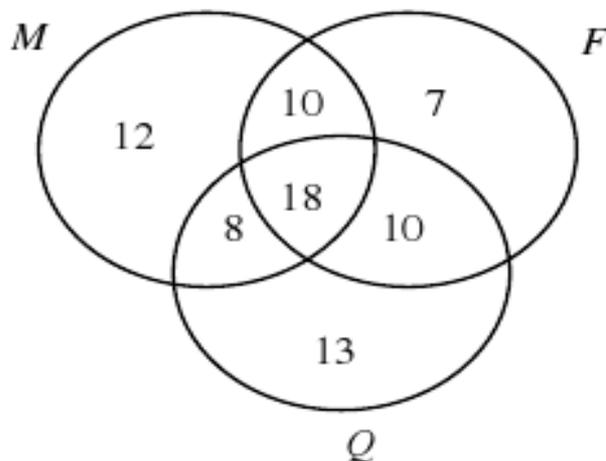
1°)

$$n(M + F + Q) = n(M) + n(F) + n(Q) - n(MF) - n(MQ) - n(FQ) + n(MFQ)$$

$$n(M + F + Q) = 48 + 45 + 49 - 28 - 26 - 28 + 18$$

$$n(M + F + Q) = 78 \quad \text{Así pues, en el aula hay 78 estudiantes.}$$

2°) Hagamos un gráfico y utilicemos un círculo para representar cada uno de los conjuntos que hay en el problema. Quizá, con círculos, se vean mejor las diversas regiones que hay en el dibujo.



## Ejercicio 7

En una encuesta realizada a 120 pasajeros, una línea aérea descubrió que a 48 les gustaba el vino (V) con sus alimentos, a 78 les gustaba las bebidas preparadas (P) y a 66 el té helado (T). Además, a 36 les gustaba cualquier par de estas bebidas y a 24 pasajeros les gustaba todo.

Encuentre:

- ¿Cuántos pasajeros solamente les gusta el té?
- ¿A Cuántos de ellos solamente les gusta el vino con sus alimentos?
- ¿A Cuántos de ellos solamente les gusta las bebidas preparados?
- ¿Cuántos de ellos les gusta al menos 2 de las bebidas para acompañar sus alimentos?
- ¿Cuántos de los pasajeros no beben ni vino. ni tè, ni bebidas preparadas?

## Ejercicio 8

En una encuesta a 100 inversionistas, se observa lo siguiente:

- 5 sólo poseen acciones.
- 15 poseen solamente valores.
- 70 son propietarios de bonos.
- 13 poseen acciones y valores.
- 23 tienen valores y bonos.
- 10 son propietarios sólo de acciones y bonos.

Cada uno de los 100 invierte por lo menos en algo.

Encuentre el número de inversionistas que:

- Tienen valores, bonos y acciones.
- Tienen sólo una de ellas.
- Tienen al menos una.
- Tienen, cuanto mucho, dos de ellas.

## Ejercicio 9

En un estudio sobre las bases matemáticas de 50 estudiantes inscritos en estadísticas se encontró que el número de estudiantes que habían cursado distintas asignaturas de matemáticas era como sigue: álgebra de matrices 23, geometría analítica 18, matemática finita 13, álgebra de matrices y geometría analítica 3, álgebra de matrices y matemática finita 6, geometría analítica y matemática finita 3, y todas las tres materias 1.

- a) ¿Cuántos estudiantes hay que jamás han tomado ninguna de las tres materias?
- b) ¿Cuántos estudiantes han tomado solo álgebra de matrices, solo geometría analítica y solo matemática finita?
- c) ¿Cuántos estudiantes han tomado solamente álgebra de matrices y geometría analítica?
- d) ¿Cuántos estudiantes han tomado solo álgebra de matrices y matemática finita?, ¿Solo geometría analítica y matemática finita?

# Ejercicio 10

Una compañía compró 500 tornillos en una subasta de la DIAN. Los cuales pueden utilizarse en tres diferentes operaciones básicas como se indica a continuación: 255 tornillos para la operación A, 215 para la operación C, 25 para las operaciones A y C solamente. 125 tornillos para las operaciones A y B. 105 para la operación B solamente. 395 para las operaciones A o C 60 para las operaciones B y C.

1. encontrar el número de tornillos que se pueden utilizar en las tres operaciones.
2. encontrar el número de tornillos que son desechados que no sirven para ninguna operación

EJEMPLO 3. Se presentan 44 solicitudes para cubrir los puestos que ofrece la empresa que se cita en el anterior problema. De entre los solicitantes, hay 29 Ingenieros Mecánicos, 19 Ingenieros Químicos, 6 Ingenieros Mecánicos y Eléctricos, 8 Ingenieros Químicos y Eléctricos, 9 Ingenieros Mecánicos y Químicos, y 1 que tiene triple titulación, es decir, hay uno que es Ingeniero Mecánico y también Ingeniero Eléctrico y también Ingeniero Químico.

Se pregunta:

- a) ¿ Cuántos Ingenieros Eléctricos han presentado solicitud ?
- b) Exprésese en una tabla el número de Ingenieros que entran en la empresa y los que no entran.

EJEMPLO 5. De 1000 televidentes encuestados se obtiene la siguiente información :

- 391 ven programas deportivos.
- 230 ven programas cómicos.
- 545 ven programas sobre el mundo animal.
- 98 ven programas cómicos y deportivos.
- 152 ven programas cómicos y mundo animal.
- 88 ven programas deportivos y mundo animal.
- 90 no ven ninguno de esos tres programas.

Se pregunta :

- 1º ) ¿ Cuántos entrevistados ven los tres tipos de programas ?
- 2º ) ¿ Cuántos entrevistados ven sólo uno de los tres tipos ?

1. Una farmacia rebajó el precio de una loción y el de una crema. La contabilidad al final de un día indicó que 66 personas habían comprado crema; 21 compraron loción y 21 ambos productos.
  - a. ¿Cuántas personas aprovecharon la oferta?
  - b. ¿Cuántas compraron solamente la loción?
  - c. ¿Cuántas compraron solamente la crema?

2. Una encuesta realizada a un grupo de empleados reveló que 277 tenían casa propia; 233 poseían automóvil; 405 televisor; 165 automóvil y televisor; 120 automóvil y casa; 190, casa y televisor y 105 tenían casa, automóvil y televisor.
- ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
  - ¿Cuántas personas tienen solamente casa propia?
  - ¿Cuántas personas tienen solamente casa y televisor?

6. De 75 estudiantes de una Universidad se sabe que  $\frac{1}{3}$  de estos sólo usa Tablet,  $\frac{3}{5}$  usa de estos usan celular y  $\frac{2}{5}$  de estos usan Tablet y celular .  
¿Cuántos estudiantes no usan Tablet ni celular

7. En una ciudad, al 60% de sus habitantes le gusta la carne de res, al 65% de la población le gusta la carne de cerdo y al 10% no le gusta ninguno de estos dos tipos de carnes. ¿A qué porcentaje de la población le gusta la carne de res y la carne de cerdo?