

Estructuras II

Msc. Alejandro Velastegui C.

6.3.- DISEÑO POR COMPRESIÓN

Este tipo de esfuerzo involucra el fenómeno de pandeo (flexión lateral) que, como se vio antes, es mayor cuanto más grande es la esbeltez del elemento. Para piezas de madera, los reglamentos suelen usar la esbeltez como el cociente entre la longitud y la menor dimensión de la sección transversal o el diámetro si se trata de sección circular. En consecuencia, tomaremos:

$$\lambda = L/b \text{ (Fórmula 6.2.)}$$

"L" es la longitud efectiva de la pieza y depende de las restricciones de sus extremos. Con fines de pre-diseño se la puede tomar como la longitud libre.

Con relación al valor «b», hay que aclarar que siempre existen posibilidades de pandeo según los dos ejes, en consecuencia, habrá que tomar el valor más desfavorable.

Fórmulas de diseño. El Manual clasifica las secciones según su esbeltez, en columnas cortas, columnas intermedias y columnas largas, atendiendo a su diferente comportamiento según el caso.

$$\text{Columnas Cortas: } \lambda \leq 10$$

$$\text{Columnas Intermedias: } \lambda \leq Ck$$

$$\text{Columnas Largas: } \lambda > Ck$$

$$\lambda \text{ máximo} = 50$$

«Ck» es un parámetro que depende del módulo de elasticidad de la madera y de la resistencia máxima a la compresión paralela a las fibras: f_c y corresponde a la relación de esbeltez para la cual la columna, considerada como columna larga, tiene una carga admisible que equivale a dos tercios de la carga de aplastamiento, $(2/3 A f_c)$, donde A es el área de la sección transversal:

$$Ck = 0,7025\sqrt{E/f_c} \text{ (Fórmula 6.3.)}$$

En el Cuadro N° 1 se transcriben los valores de «Ck» para los tres grupos de madera

Fórmulas de diseño:

$$\text{Columnas cortas: } P_{adm} = f_c A \text{ (Fórmula 6.4.)}$$

$$\text{Columnas intermedias: } P_{adm} = f_c A [1 - \frac{1}{2}(\lambda/Ck)^4] \text{ (Fórmula 6.5.)}$$

$$\text{Columnas largas: } P_{adm} = \frac{0,329 EA}{\lambda^2} \text{ (Fórmula 6.6.)}$$

6.3.1.- Ejemplos de diseño por compresión

Problema N° 1

¿Cuál es la carga que con seguridad puede soportar una columna cuya longitud $l = 1,20$ metros y su sección transversal es: 14×16 centímetros ($A = 224 \text{ cm}^2$) y pertenece al grupo B?

Según el cuadro N° 1: $f_c = 110 \text{ kg/cm}^2$
 $C_k = 18,34$
 $E_{min} = 75.000 \text{ kg/cm}^2$ $E_{prom} = 100.000 \text{ kg/cm}^2$

Esbeltez: $\lambda = 120/14 = 8,57$ menor que 10. Columna corta. Usar fórmula 6.4.

$$P_{adm} = f_c A = 110 \times (224) = 24.640 \text{ kg}$$

Problema N° 2

Si la misma columna tiene una longitud de 2,50 metros, ¿cuál es ahora su carga admisible?

$$\text{Esbeltez: } \lambda = 250/14 = 17,86 < C_k \text{ (Usar fórmula 6.5.)}$$

$$P_{adm} = f_c A [1 - \frac{1}{2}(\lambda/C_k)^4] = 110 \times 224 [1 - \frac{1}{2}(17,86/18,34)^4] = 17.253 \text{ kg.}$$

Llamamos la atención sobre el hecho de que la cantidad entre los corchetes es menor que la unidad y, en el fondo, constituye un factor de reducción del esfuerzo (f_c) en función de la esbeltez. En efecto:

$$P_{adm} = 110(0,70)(224) = (77,02)(A) = 17.253 \text{ kg}$$

Esta expresión se puede interpretar así: debido a la esbeltez, el esfuerzo admisible de la madera resulta ser de 77,02 kg/cm², en lugar del valor básico de 110 kg/cm². Entonces:

Carga = esfuerzo por área ($P = f A$)

Problema N° 3

Si la columna del Problema N° 1 tiene una altura de 3,50 mts. ¿Cuál será su carga admisible?

$$\lambda = 350/14 = 25 > C_k \text{ La columna se clasifica como larga; usar fórmula N° 6.6.}$$

$$P_{adm.} = \frac{0,329 E A}{\lambda^2} = \frac{0,329 \times 75.000 \times 224}{25^2} = 8.844 \text{ kg}$$

Observaciones:

- Con la misma interpretación dada en el Problema N° 2, podemos decir que se está utilizando la fórmula: $P_{adm.} = f_c A = (0,329 E / \lambda^2) (A) = 39,48 (A)$. Es decir, dada la esbeltez de 25, el esfuerzo admisible es ahora de 39,48 kg/cm² en vez de 110 kg/cm².
- Al utilizar el módulo de Elasticidad mínimo (E_{min}) hemos supuesto que la columna no interactúa con otras.

Como podrá apreciarse, los tres anteriores son problemas de comprobación de capacidad resistente, pero la realidad es que en la mayor parte de los casos el problema se presenta de otra manera: se conoce primero la sollicitación más la calidad del material a usarse, y la incógnita es el área de la sección transversal. En estos problemas de diseño, la forma de proceder es parecida, pero se arriba a una solución a base de aproximaciones sucesivas, pues no existe una fórmula mágica para llegar de inmediato a la solución.

Veamos el procedimiento a través del siguiente problema:

Problema N° 4

Averiguar las dimensiones que debe tener una columna en un edificio de vivienda de dos plantas altas, con estructura de madera.

Sobre la columna gravita un área tributaria de 14,00 metros cuadrados, cuya carga unitaria (carga muerta más carga viva) es de 260 kg/m² para los pisos y de 180 kg/m² para la cubierta. La altura libre en planta baja es de 2,80 metros y la altura entre ejes de pisos es de 3,00 mts. Se usará madera de Fernansanchez (Grupo C). Haremos un listado de los datos:

$$\begin{aligned}f_c &= 80 \text{ kg/cm}^2 \\E &= 55.000 \text{ kg/cm}^2 \\C_k &= 18,42\end{aligned}$$

Una de las cargas a considerarse es siempre el peso propio del elemento en cuestión, que en este caso es el peso propio de la columna. Para calcularlo tenemos que, en base a experiencia u observaciones, suponer unas primeras dimensiones; no importa cuán equivocados estemos en ellas puesto que en otros tanteos serían rectificadas. Por otra parte, generalmente la carga de peso propio es pequeña frente a las otras. Para comenzar suponemos que la sección sería de 18x 18 centímetros = 324 centímetros cuadrados.

Cálculo de Cargas:

$$\begin{aligned}\text{Peso propio } 0,18 \times 0,18 \times 6,00 \times 850 &= 165 \text{ kg} \\ \text{Cubierta } 14,00 \times 180 &= 2.520 \text{ kg} \\ \text{Pisos } 14,00 \times 260 \times 2 &= 7.280 \text{ kg} \\ &= 9.965 \text{ kg}\end{aligned}$$

Primer Tanteo

$\lambda = 280 / 18 = 15,6 < C_k$. Se trataría de una columna intermedia y según la fórmula 3:

$$P_{adm} = f_c A [1 - \frac{1}{2}(\lambda/C_k)^2] = 80 \times 324 [1 - \frac{1}{2}(15,6/18,42)^2] = 21.465 \text{ kg} > 9.931 \text{ kg}$$

La diferencia es grande y amerita un nuevo tanteo, reduciendo las dimensiones. Tomemos, por ejemplo, 15 x 15 cm = 225 cm²

Segundo Tanteo

$\lambda = 280 / 15 = 18,67 > C_k$. Es una columna larga y aplicamos la fórmula 6.6.:

$$P_{adm} = 0,329 EA / \lambda^2 = 0,329 \times 55.000 \times 225 / 18,67^2 = 11.680 \text{ kg} > 9.931 \text{ kg. Existe suficiente aproximación y la aceptamos.}$$

Nótese que no hemos cambiado el supuesto del peso propio de la columna que estuvo calculado para la sección de 18 x 18 centímetros ya que la diferencia no lo amerita.

Comentario general de la solución. En el presente desarrollo se han hecho dos tanteos e incluso podríamos intentar uno adicional usando una columna de 14 x 14 centímetros que numéricamente podría ser suficiente, pero si pensamos en la realidad, es lo más probable que por apariencia o costos daría lo mismo usar cualquiera de las dos soluciones, esa es la razón por la que la hemos aceptado.

Queremos aclarar que, a más de la parte estrictamente numérica, siempre existen otras consideraciones como disponibilidades en el mercado, apariencia, funcionalidad, costo etc., que deben ser tomadas

en cuenta por el diseñador, sin olvidarse que los procesos numéricos, por precisos que fuesen, en ningún caso interpretan con exactitud la realidad, pues, como antes se indicó, los modelos matemáticos y las fórmulas de ellos derivadas solo tratan de reflejarla, pero no son la realidad misma.