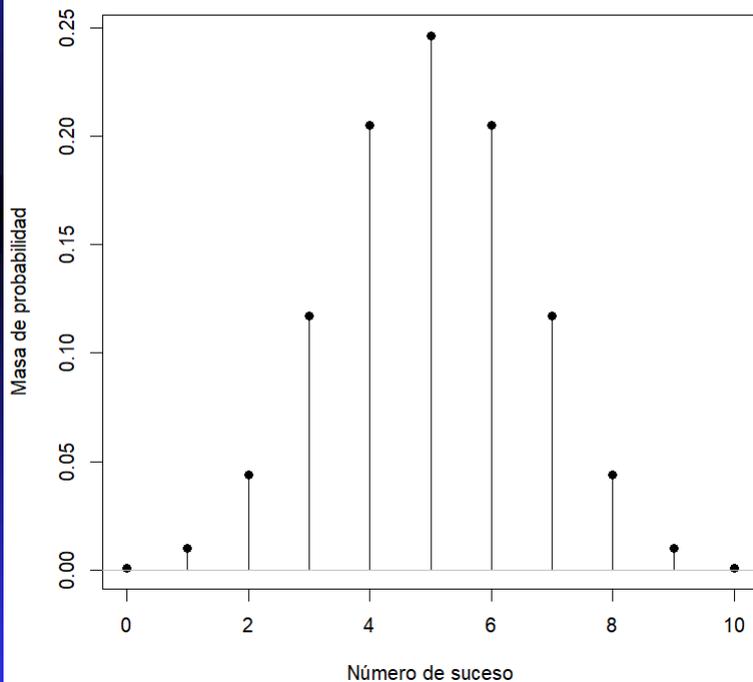
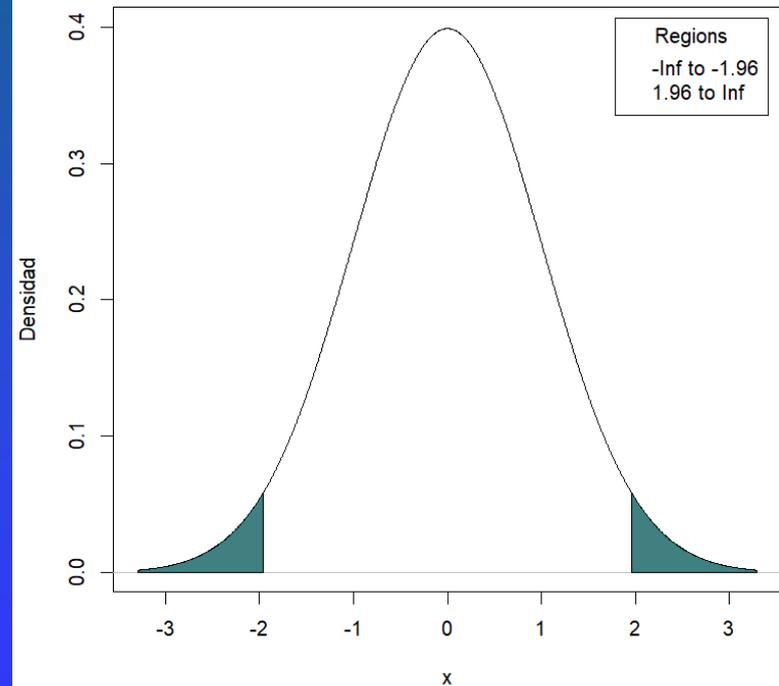


DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CON R Commander

Distribución binomial: 10 ensayos, Probabilidad del suceso = 0.5



Distribución normal: Media = 0, Desviación típica = 1



Antonio Meneses

Distribución de Probabilidad

Una distribución de probabilidad es un despliegue de todos los posibles resultados de un experimento junto con las probabilidades de cada resultado.

Ejemplo: Se puede determinar que la probabilidad de lanzar una moneda tres veces y de obtener (1) ninguna cara es $1/8$, (2) una cara es $3/8$, (3) 2 caras es $3/8$ y (4) 3 caras es $1/8$. Vale la pena destacar que las probabilidades suman 1. La misma información también puede mostrarse gráficamente.

POSIBILIDADES DEL LANZAMIENTO DE UNA MONEDA TRES VECES

{C,C,C} {C,S,S} {S,C,S} {S,S,C} {C,C,S} {S,C,C} {C,S,C} {S,S,S}

Distribución “t” de Student

- Desarrollada con base en distribuciones de frecuencia empíricas por William Gosset, “Student”.
 - ◆ “The probable error of a mean” Biometrika 1908
- Cervecerero - estadístico con dificultades al usar la distribución Normal en muestras pequeñas.
- Sin embargo fue Fisher el que encontró más aplicaciones para esta.

Distribución “t” de Student

- **Nota:** Distribución muestral del promedio, se ajusta muy bien a la distribución Normal cuando se conoce σ . Si n es grande, esto no presenta ningún problema, aun cuando σ sea desconocida, por lo que en este caso es razonable sustituirla por s .
- **Sin embargo**, en el caso de usar valores de $n < 30$, o sea en el caso de pequeñas muestras, esto no funciona tan bien.

Distribución "t" de Student

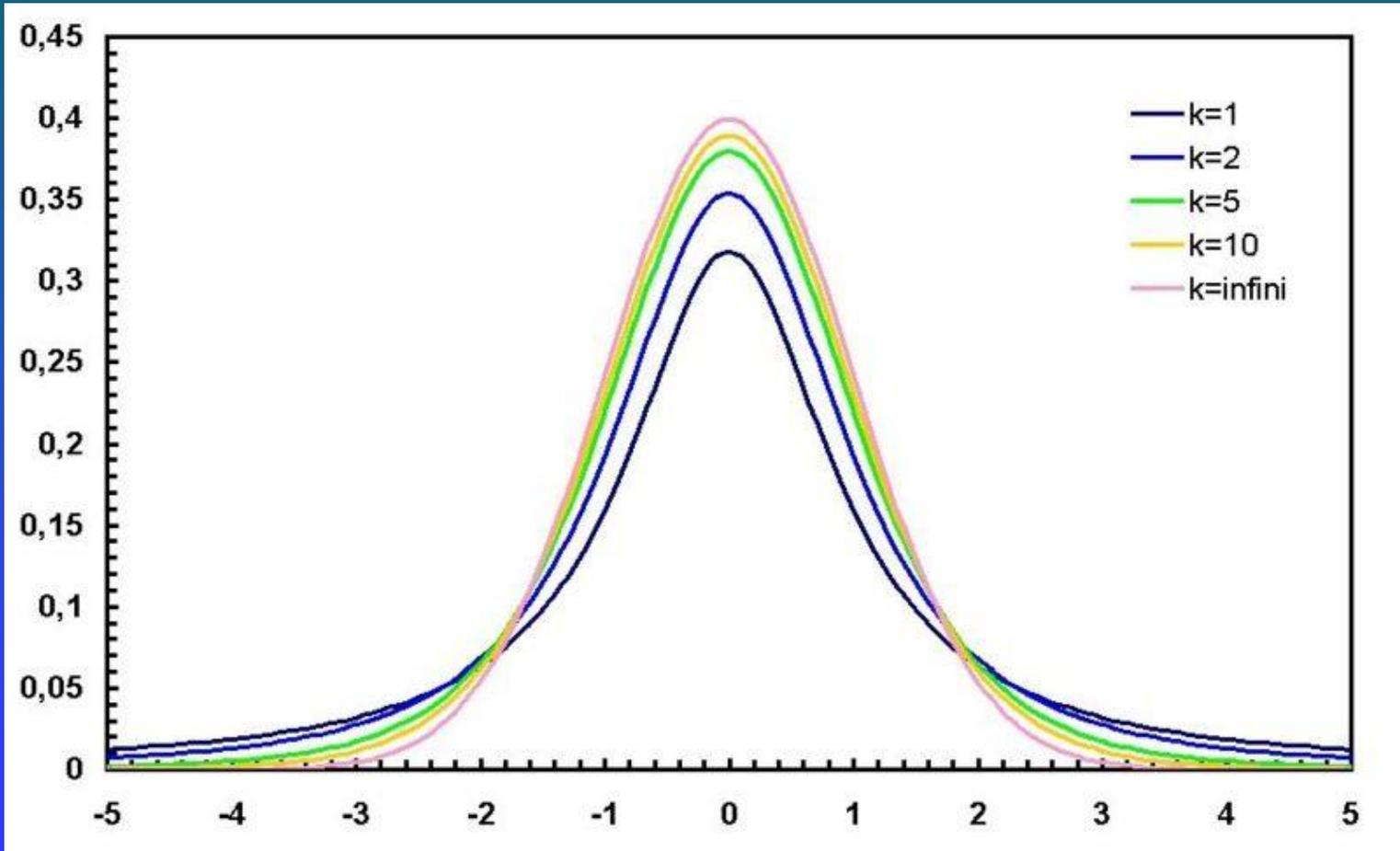
- Definiendo el estadístico t:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

- Se puede probar que siendo \bar{x} el promedio de una muestra tomada de una población normal con media μ y varianza σ^2 , el estadístico t es el valor de una variable aleatoria con distribución "t" de Student y parámetro ν (grados de libertad) $\equiv n-1$.

Funciones de densidad de la “t” de Student

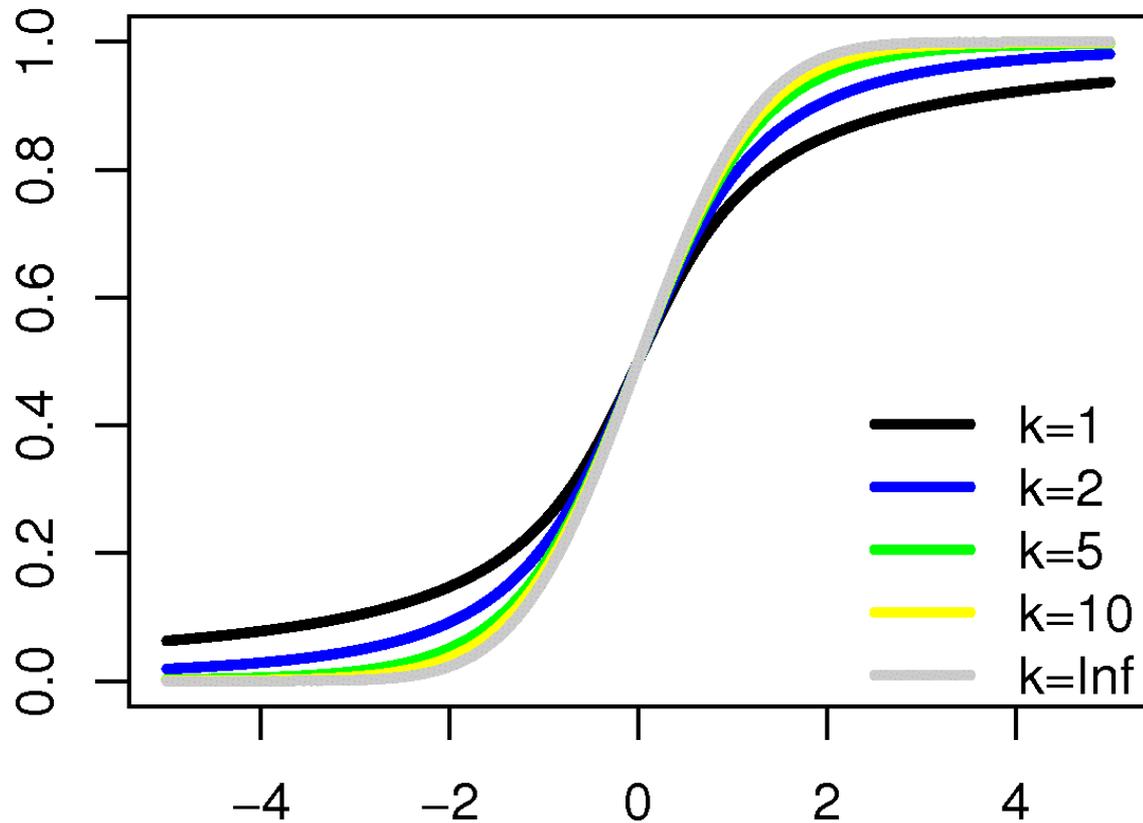
Densidad de probabilidad



Cuantiles

Distribuciones de la “t” de Student

Probabilidad



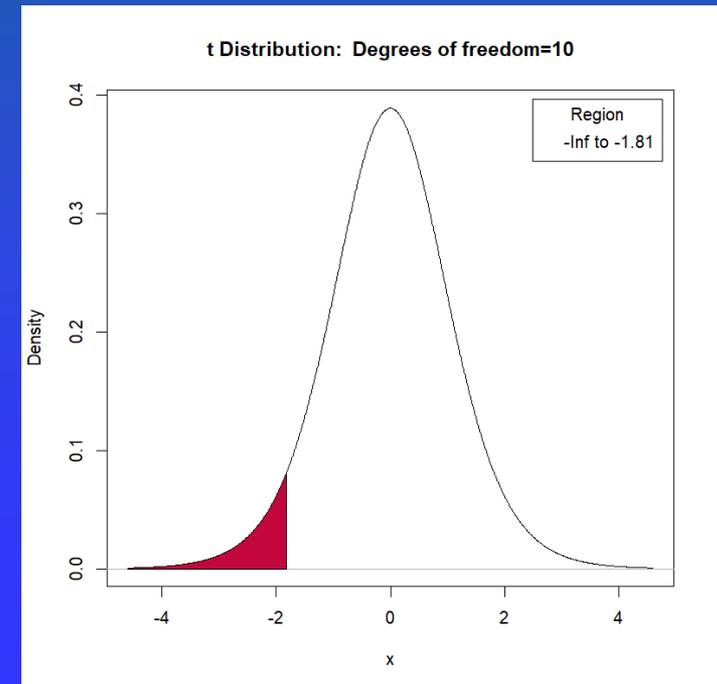
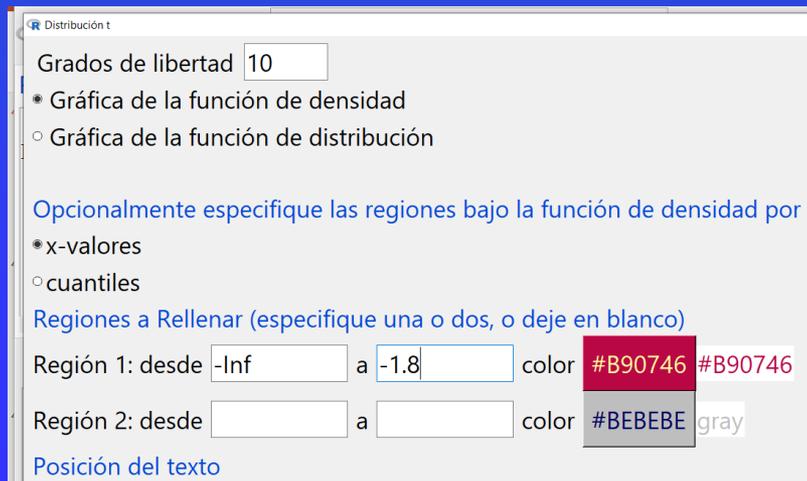
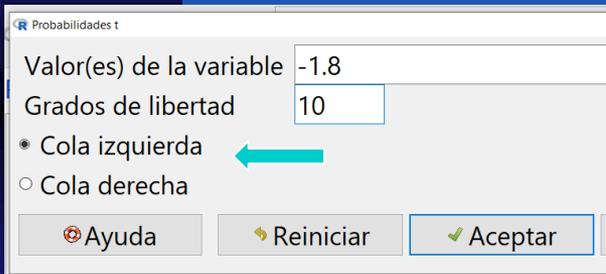
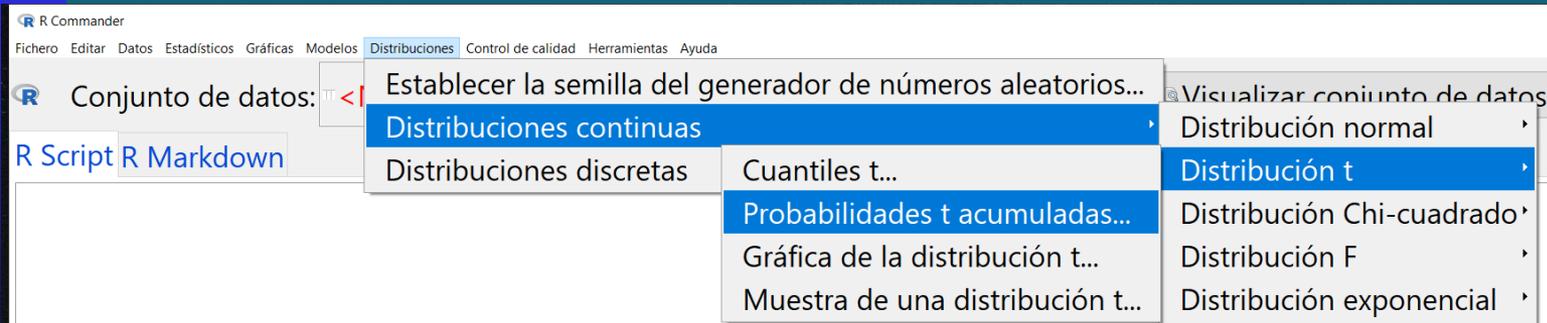
Cuantiles

Características Distribución “t”

- Tiene similitud característica a la distribución normal $N(0,1)$
- A diferencia de :
- $\mu = 0$, σ^2 depende parámetro ν (grados libertad)
- Varianza > 1 , pero se aproxima a 1 cuando $n \Rightarrow \infty$
- Al aumentar n , la distribución “t se aproxima a la Normal; $n > 30$ ó más, excelente aproximación
- Entre las aplicaciones:
 - ◆ Estimación de intervalos de confianza para medias a partir de muestras pequeñas
 - ◆ Pruebas de hipótesis basadas en muestras < 30

Probabilidad "t" en Rcmdr

- Calcular la probabilidad de obtener un valor menor que -1.8 en una distribución t con 10 gdl.
- Solución: # 0.05102612



Probabilidad "t" Inversa en Rcmdr

- Calcular el valor de t antes del cual se encuentre el 5% del área de la curva con 10 gdl
- Solución: # -1.812461

R Commander

Fichero Editar Datos Estadísticos Gráficas Modelos Distributions Control de calidad Herramientas Ayuda

Conjunto de datos: <| Establecer la semilla del generador de números aleatorios... Visualizar conjunto de datos

R Script R Markdown

Distributions

- Distribuciones continuas
- Distribuciones discretas

Cuantiles t...

- Probabilidades t acumuladas...
- Gráfica de la distribución t...
- Muestra de una distribución t...

Distribución normal

Distribución t

Distribución Chi-cuadrado

Distribución F

Distribución exponencial

```
pt(c(-1.8), df=10, lower.tail=TRUE)
local({
  .x <- seq(-4.587, 4.587, length.out=10)
  plotDistr(.x, dt(.x, df=10), cdf=FALSE)
```

Cuantiles t

Probabilidades 0.05

Grados de libertad

* Cola izquierda ←

○ Cola derecha

Ayuda Reiniciar Aceptar

Distribución t

Grados de libertad 10

* Gráfica de la función de densidad

○ Gráfica de la función de distribución

Opcionalmente especifique las regiones bajo la función de densidad

○ x-valores

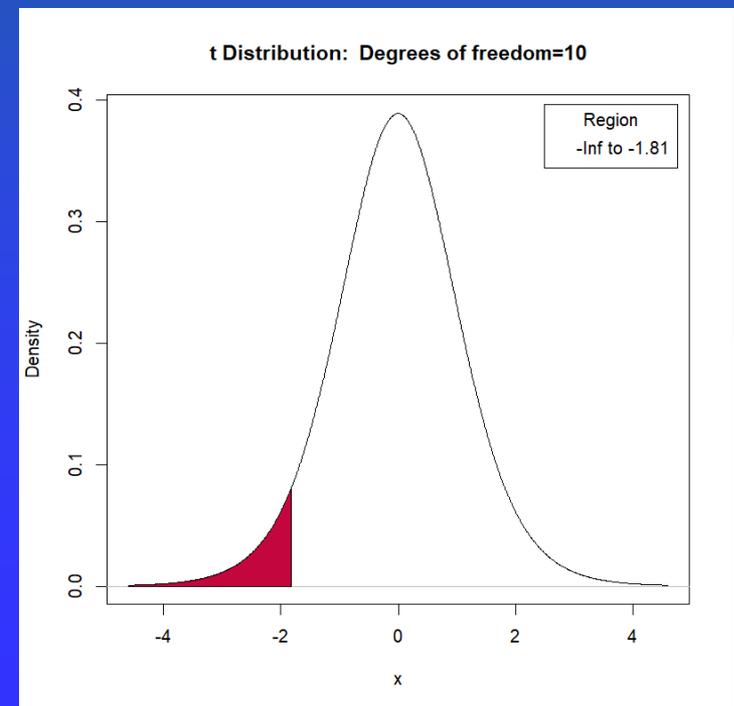
* cuantiles ←

Regiones a Rellenar (especifique una o dos, o deje en blanco)

Región 1: desde 0 a 0.05 color #B90746

Región 2: desde a color #BEBEBE

Posición del texto



Ejercicio en Rcmdr

Realizar un gráfico en cada uno

- a) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor que 2.26 en una distribución t con 9 gdl
- b) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor que 2.26 o menor que -2.26 en una distribución t con 9 gdl
- c) Calcular el valor de t después del cual se encuentre el 5% del área de la curva con 9 gdl
- d) Calcular el valor de t para $\alpha = 0.05$ con 9 gdl y dos colas

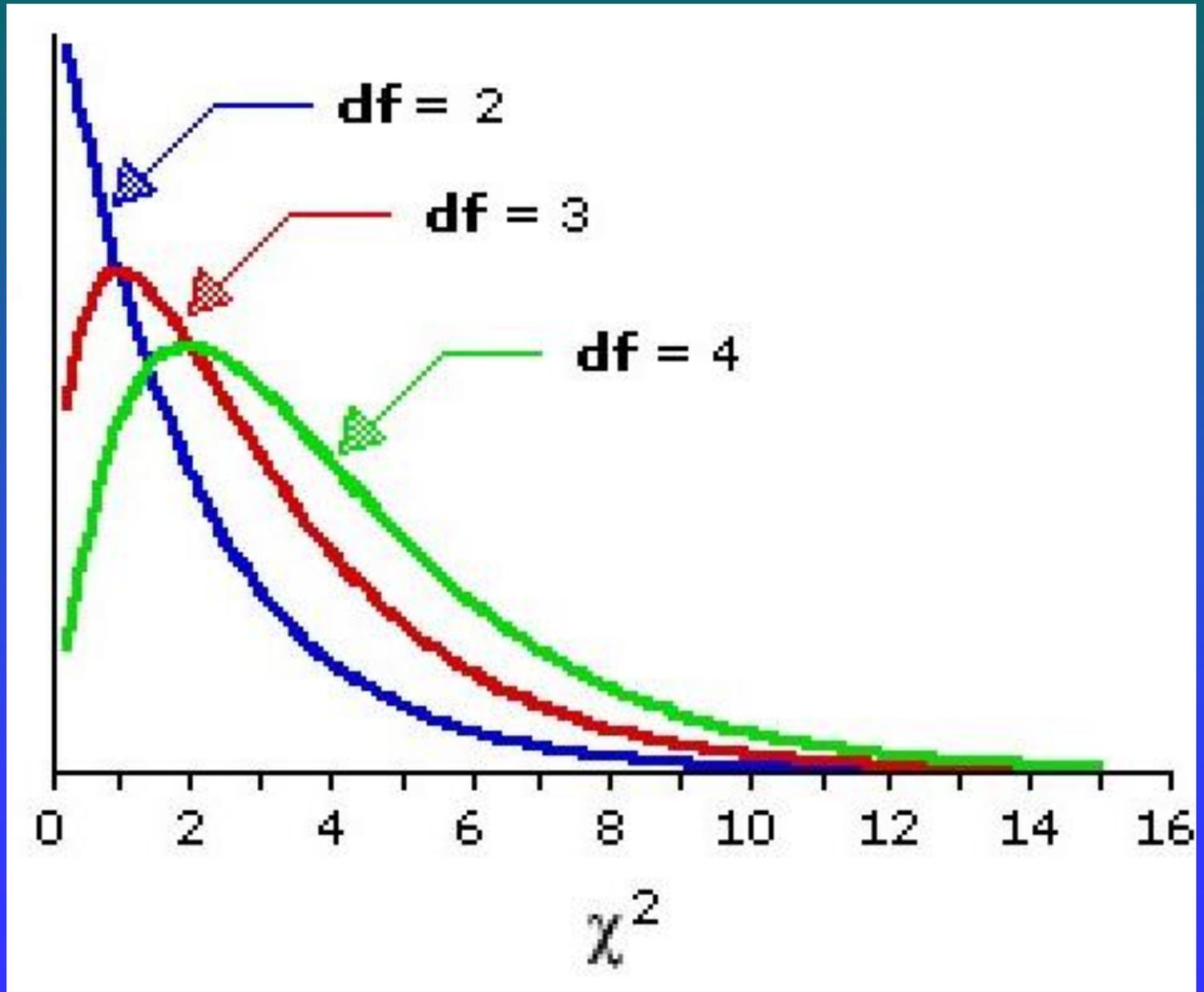
Ji-cuadrado

- Distribución Ji-cuadrado es una función de densidad de probabilidad que representa la distribución muestral de la varianza.
- Definimos el estadístico Ji-cuadrado (χ^2) como:

$$\chi^2 = \frac{(n - 1) s^2}{\sigma^2}$$

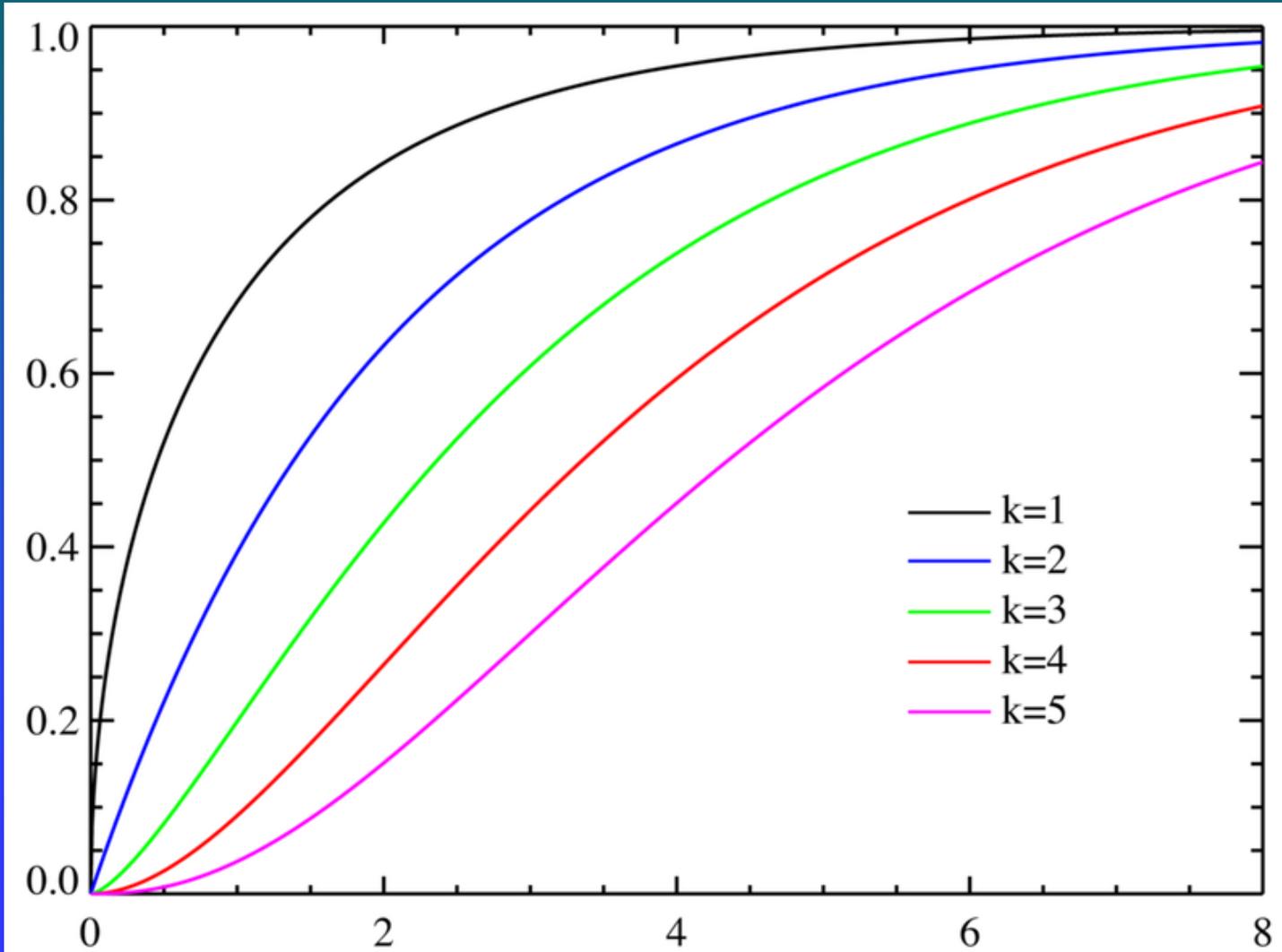
Funciones de densidad de la Ji-cuadrado

Densidad de probabilidad



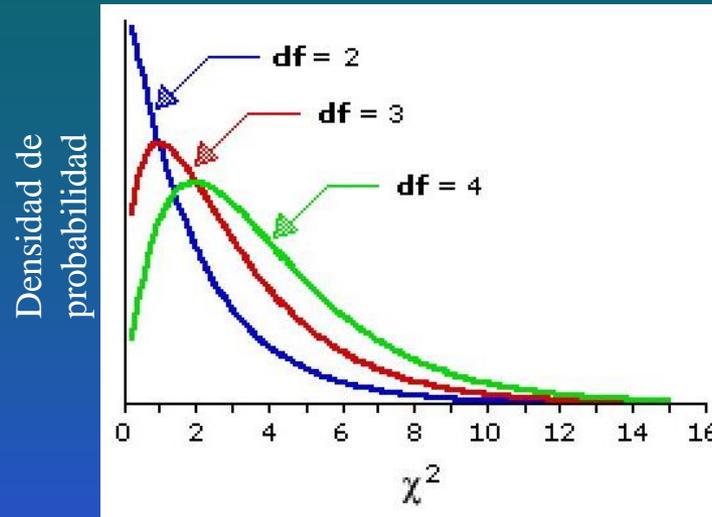
Distribuciones de probabilidad la Ji-cuadrado

Probabilidad



Cuantiles

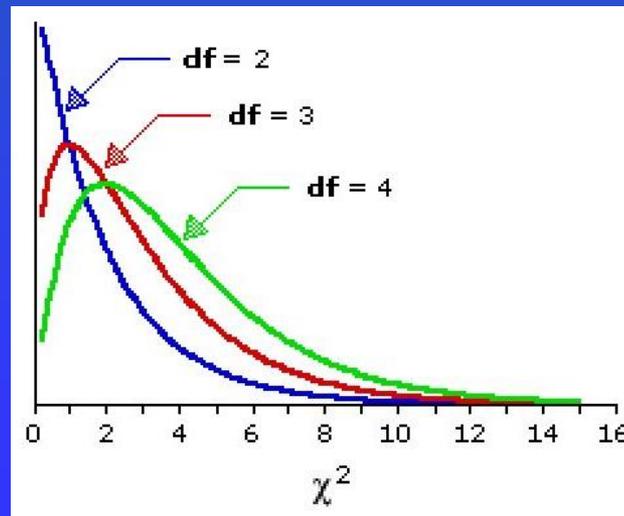
Características Ji-cuadrado



- Asimétrica y asintótica al eje x por la derecha;
- Su dominio va de 0 a $+\infty$
- Area bajo la curva desde 0 a $+\infty = 1$
- Tiene parámetro $\nu = n-1$ (g.d.l.)
- Al aumentar n se aproxima a la normal
- Representa a la distribución muestral de la varianza.

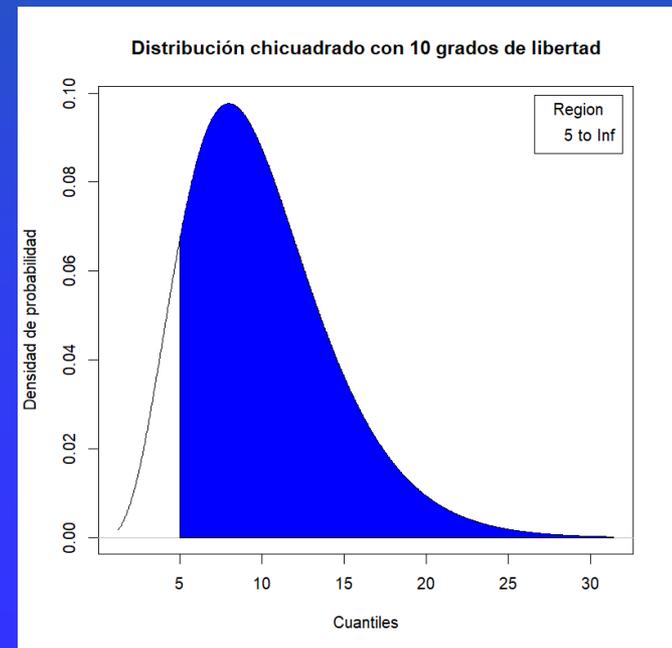
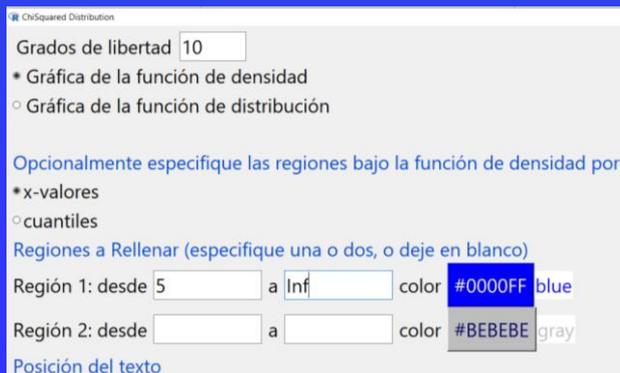
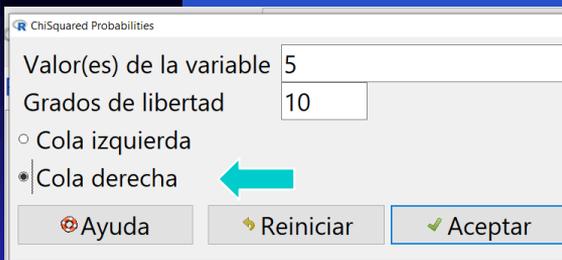
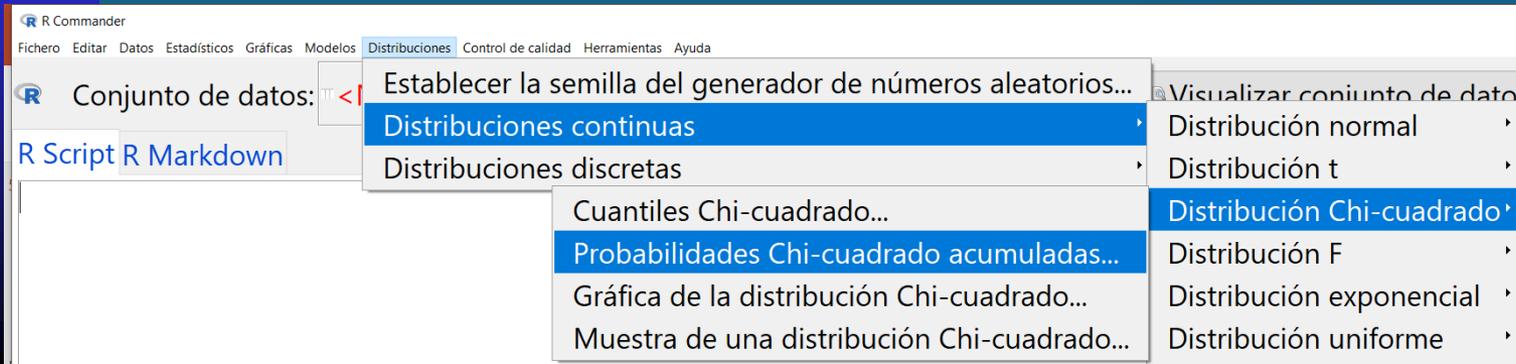
Aplicaciones de la Ji-cuadrado

- Entre las aplicaciones:
 - ◆ Determinación intervalos confianza para varianzas
 - ◆ Pruebas de hipótesis para una varianza
 - ◆ Tablas de contingencia
 - ◆ El ajuste de datos a una distribución dada conocida
 - ◆ Las pruebas de independencia.



Probabilidad χ^2 con Rcmdr

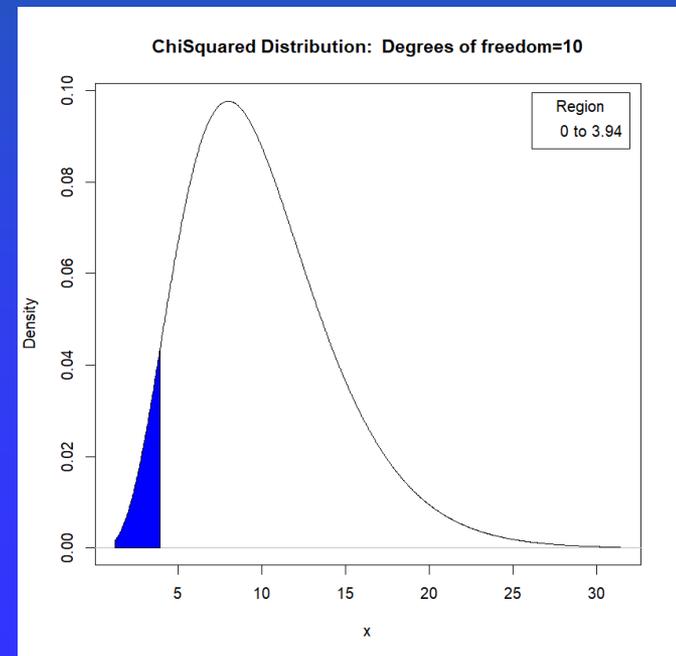
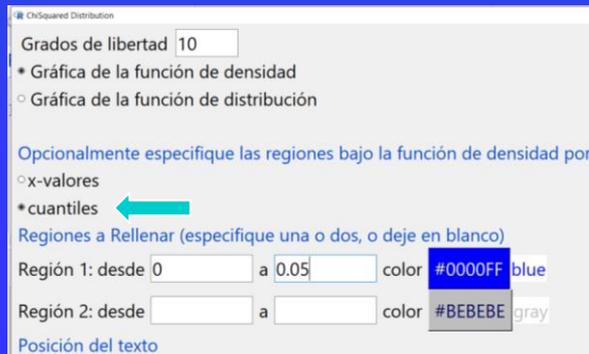
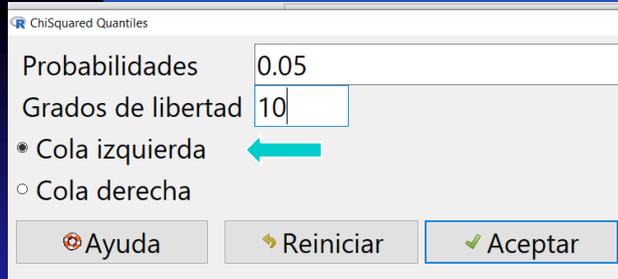
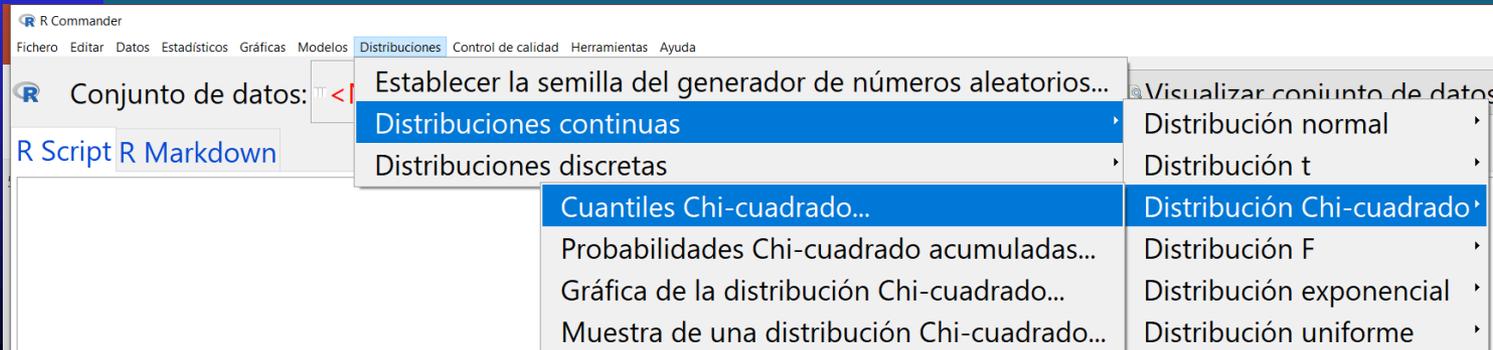
- Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor de 5 en una distribución χ^2 con $\nu = 10$ g.d.l.
- Solución: # 0.891178



Probabilidad χ^2 Inversa en Rcmdr

- Calcular el valor de χ^2 antes del cual se encuentre el 5% del área en una distribución Ji-cuadrado con 10 g.d.l.

Solución: # 3.940299



Ejercicios de la Distribucion Ji-cuadrado con gráficos

- a) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor de 23.7 en una distribución χ^2 con $\nu = 14$ g.d.l.
- b) Calcular el valor de χ^2 despues del cual se encuentre el 5% del área en una distribución Ji-cuadrado con 4 g.d.l.

Distribución "F" de Fisher

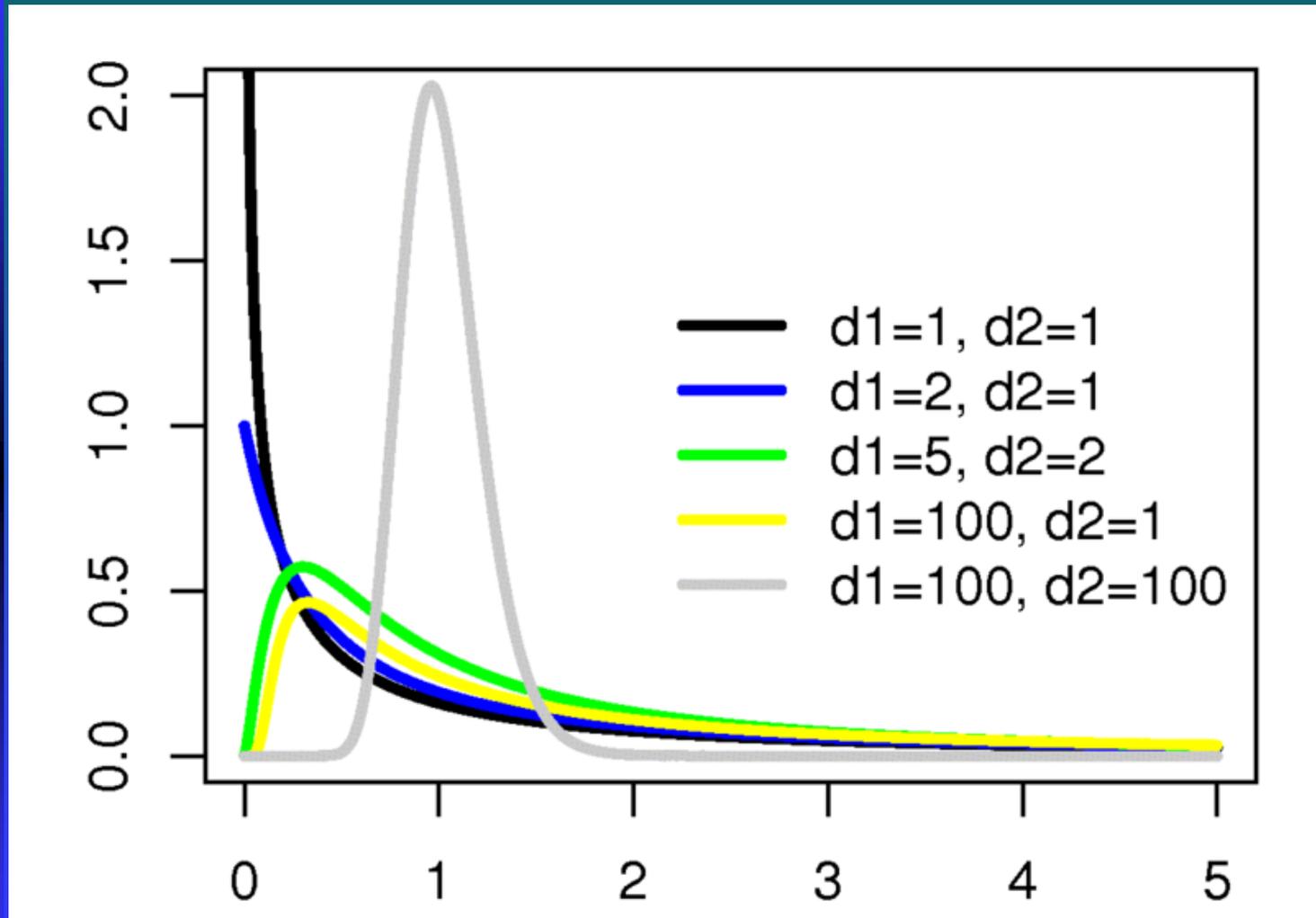
- También llamada "F" de Fisher - Schnedecor
- Representa la distribución muestral de la razón de dos varianzas. Es decir que se obtiene de la razón de dos distribuciones Ji-cuadrado.
- Definimos el estadístico F como:

$$F = \frac{S^2_1}{S^2_2}$$

- El cual es el valor de una variable aleatoria que tiene distribución F con parámetros $v_1=n_1-1$ y $v_2=n_2-1$.

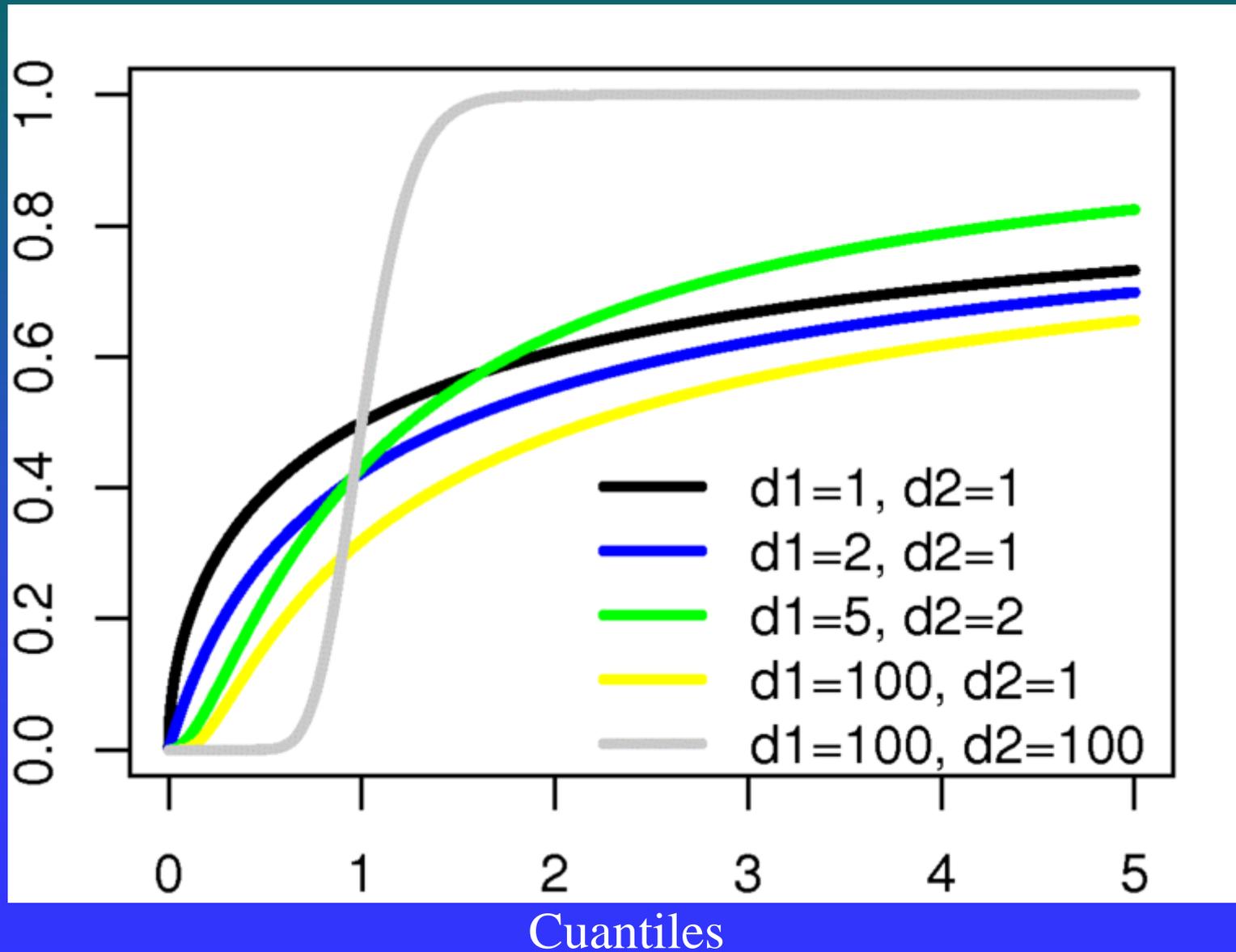
Funciones de densidad de "F" de Fisher

Densidad de probabilidad

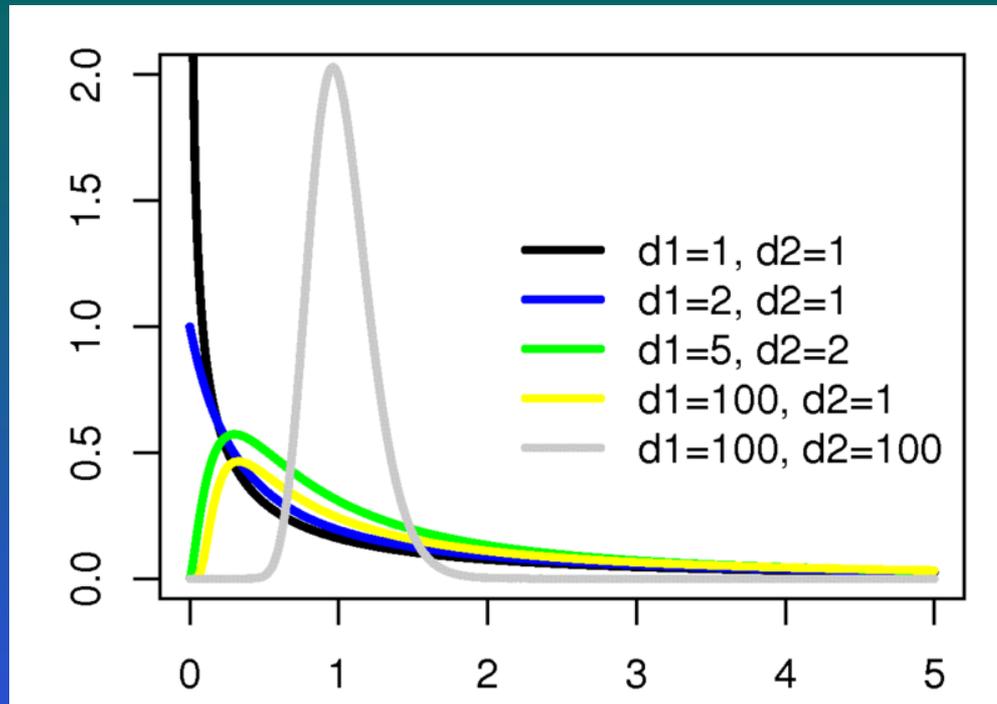


Funciones de distribución de "F" de Fisher

Probabilidad

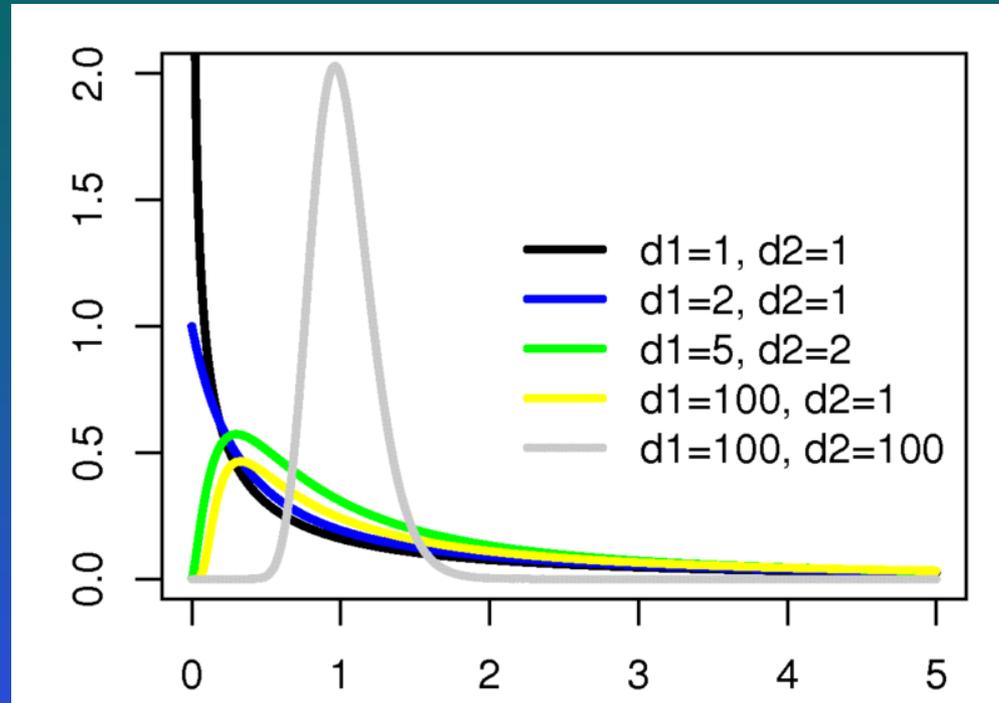


Propiedades de la Distribución F



- Asimétrica, y asintótica al eje x por el lado derecho
- Su dominio va de 0 a $+\infty$
- Área bajo curva desde 0 a $+\infty = 1$
- Tiene parámetros $v_1=n_1-1$ y $v_2=n_2-1$.

Aplicaciones de la Distribución F

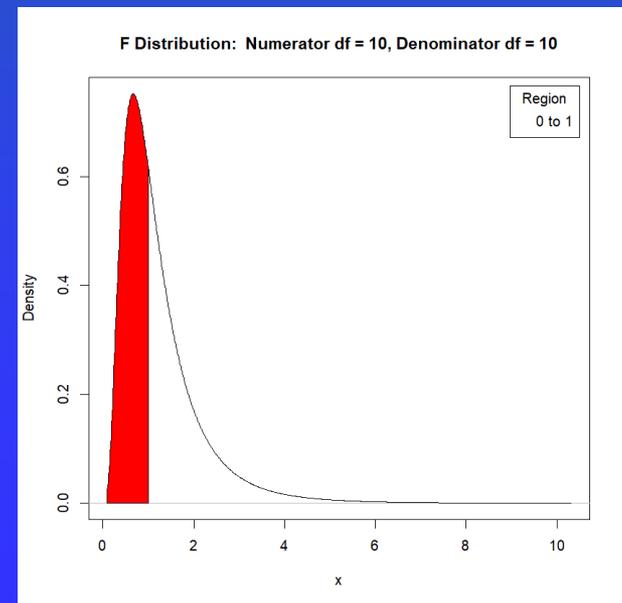
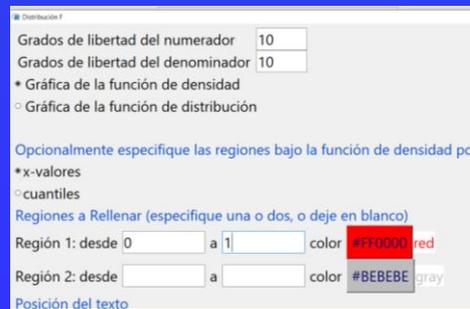
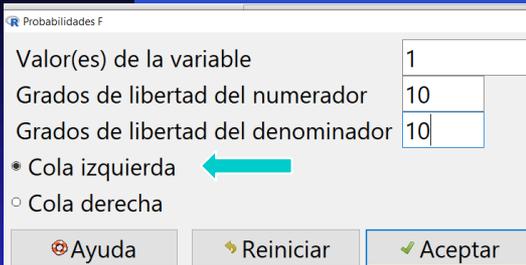
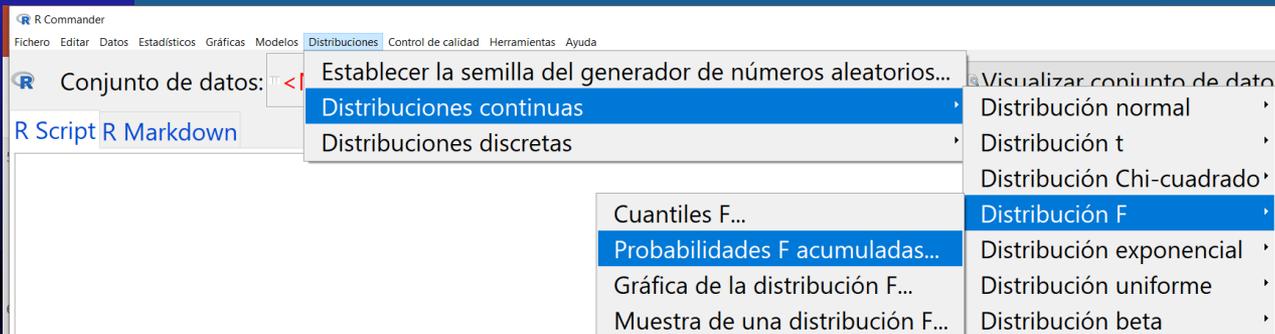


- Entre sus aplicaciones:
 - ◆ Pruebas de hipótesis entre 2 varianzas
 - ◆ Análisis de varianza
 - ◆ Análisis de covarianza.

Probabilidad F en Rcmdr

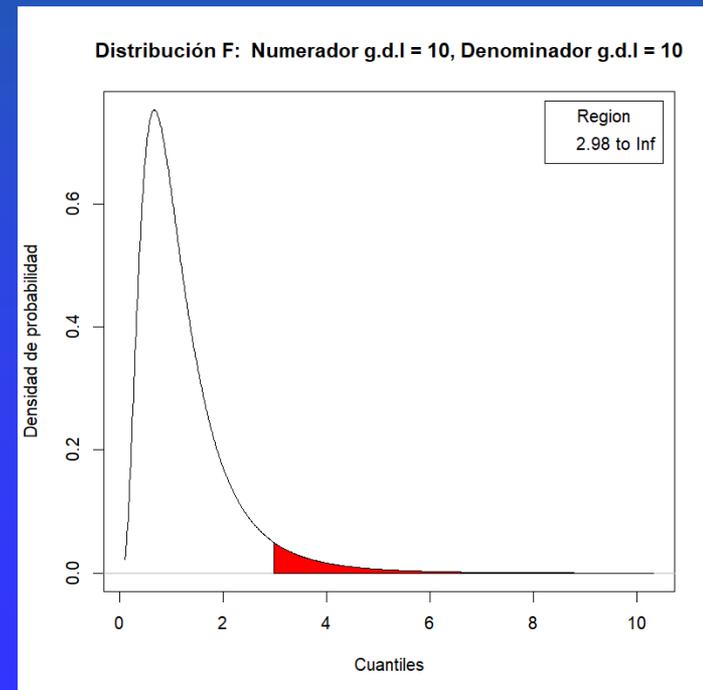
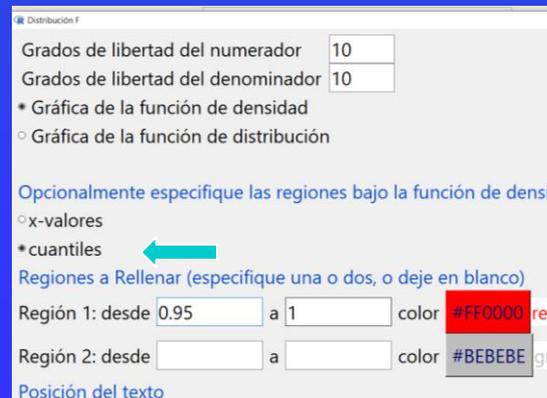
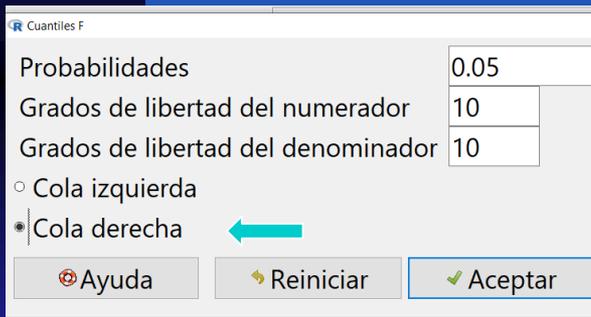
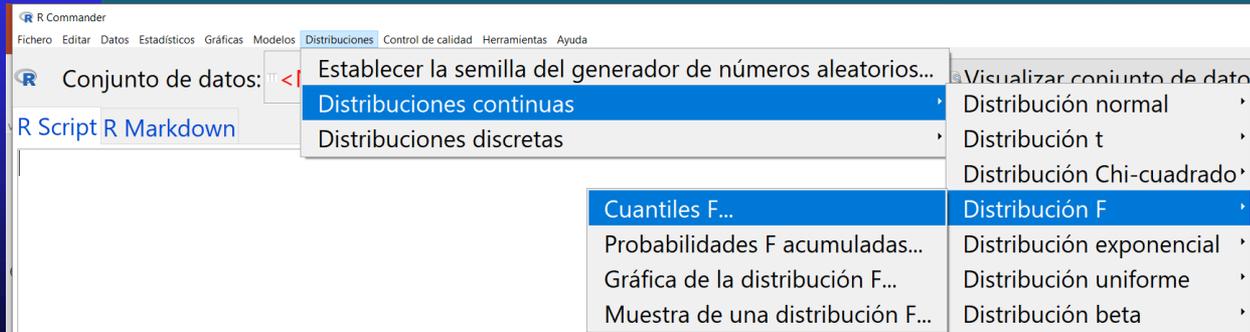
- Determine la probabilidad de tener un valor de F menor que 1 en una distribución de Fisher con $v_1=10$ y $v_2=10$ g.d.l.

■ **Solución: # 0.5**



Probabilidad F Inversa

- Halle el valor crítico de F después del cual se encuentra el 0.05 de área, para $v_1=10$ y $v_2=10$ g.d.l.
- Solución: # 2.978237



Ejercicios con gráficos

- a) Determine la probabilidad de tener un valor de F mayor que 9.28 en una distribución F con $v_1=3$ y $v_2=3$ g.d.l.
- b) Halle el valor crítico de F antes del cual se encuentra el 0.05 de área, para $v_1=3$ y $v_2=15$ g.d.l.