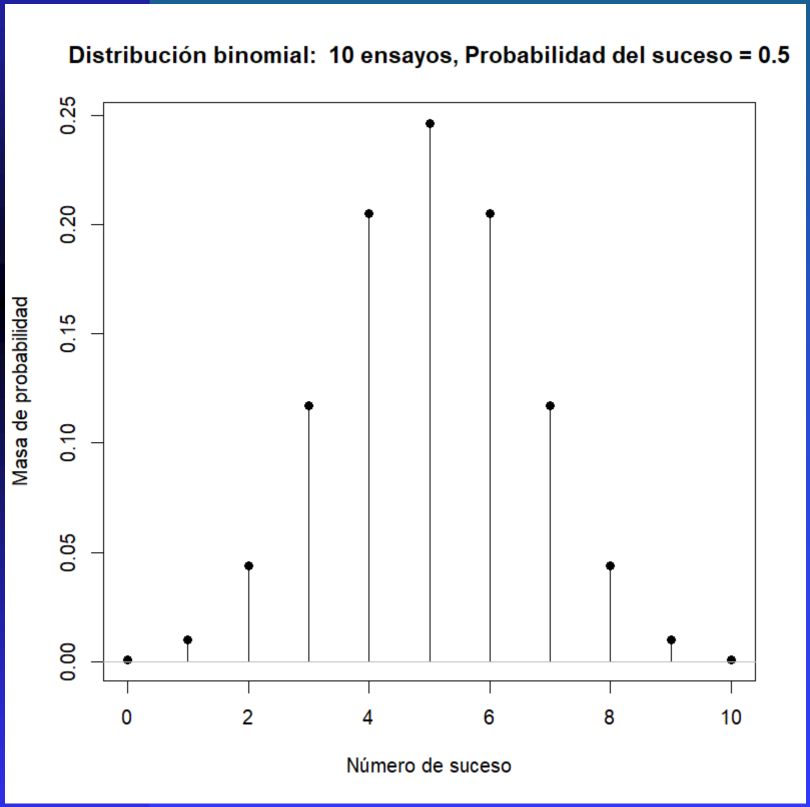
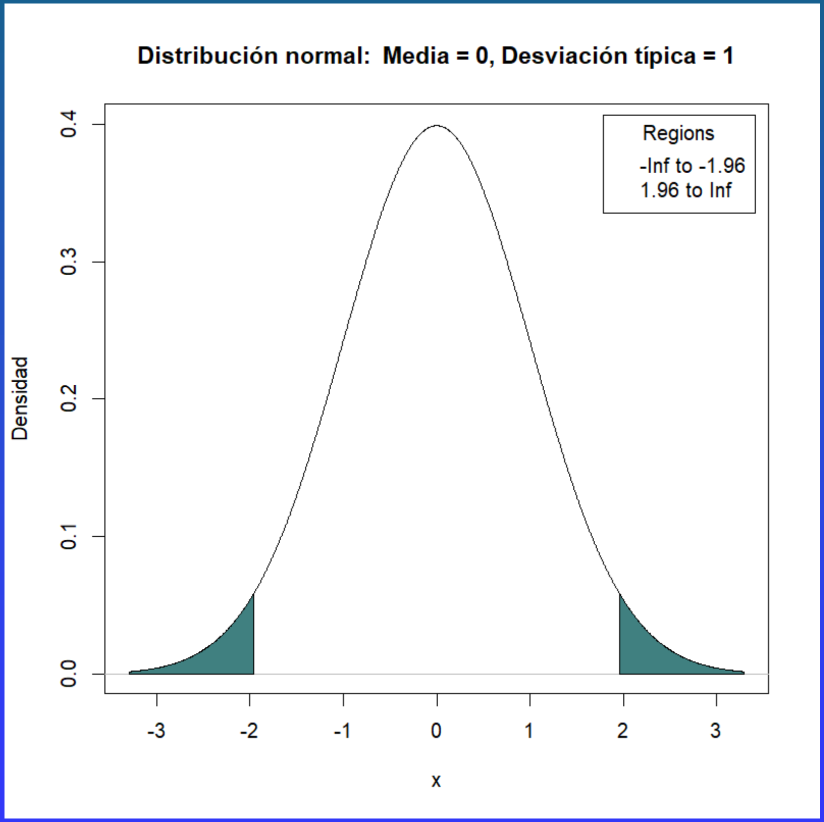
DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CON R Commander





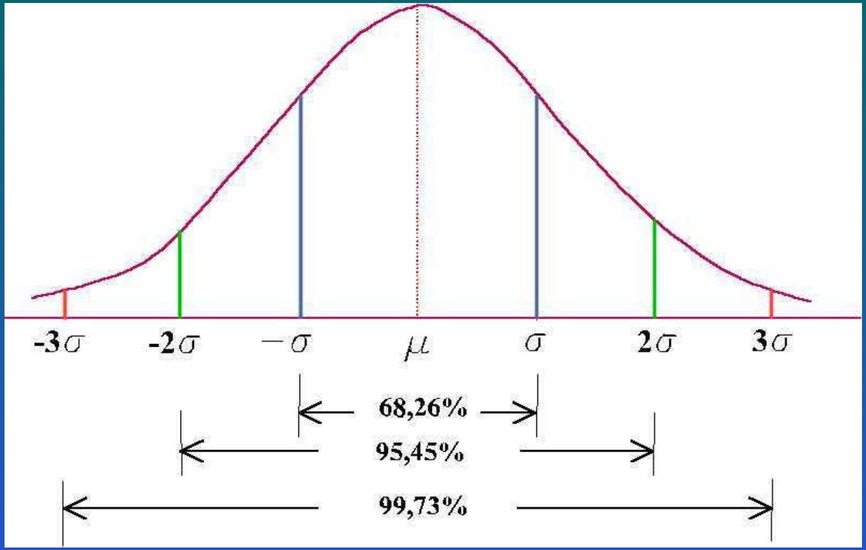
Antonio Meneses

Distribución Normal

- Descubierta en 1733 por el francés Moiure, descrita también por Laplace y Gauss (sinónimo de la forma gráfica de esta distribución).

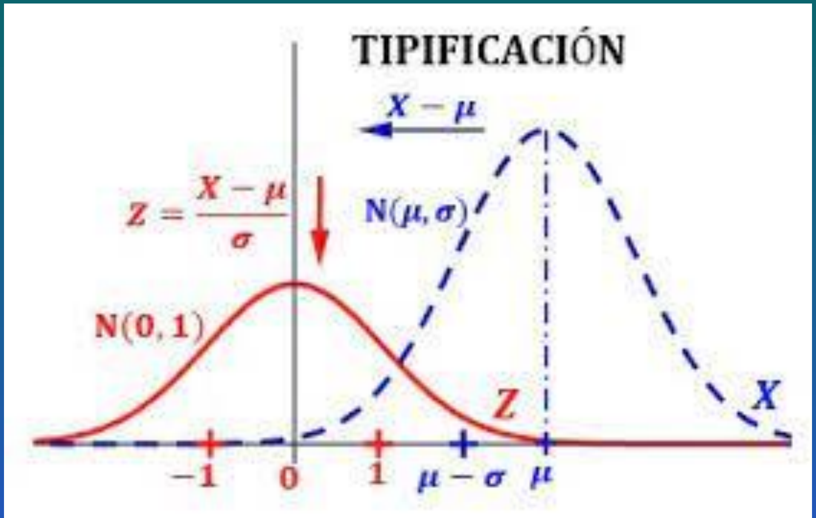
- Importancia práctica de esta distribución teórica:
  - Muchos fenómenos son distribuidos normalmente. Esta distribución Normal es la base de gran parte de la teoría estadística usada por los investigadores.
  - Distribución de promedios.
  - Distribución de errores.

Características D. Normal



- Área bajo la curva entre 2 puntos representa la probabilidad que ocurra un hecho entre esos dos puntos
- Su dominio va de menos infinito a más infinito;
- Es simétrica con respecto a su media;
- Tiene dos colas y es asintótica al eje x por ambos lados;
- El valor del área debajo de toda la curva es igual a 1;
- El centro de la curva está representado por la media poblacional (μ).
- Para cualquier curva normal, el área de $-\sigma$ a $+\sigma$ es igual a 0.6827; de -2σ a $+2\sigma$ de 0,9545 y de -3σ a $+3\sigma$ de 0,9973;

D. Normal Tipificada (estandarizada)



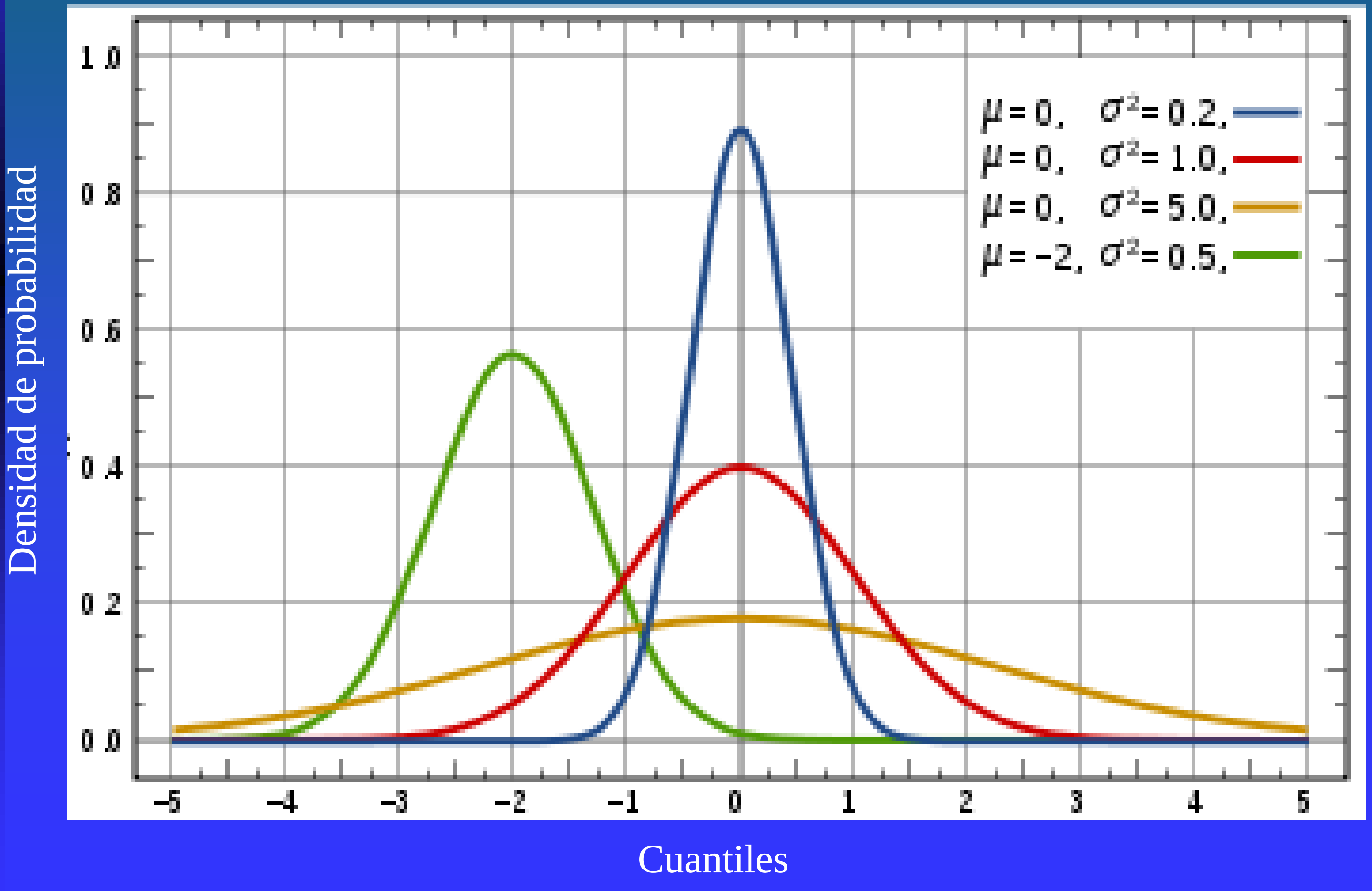
- Distribución especial que representa a todas las variables aleatorias normales y que es la distribución de otra variable normal llamada Z:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Z se la conoce como variable aleatoria estandarizada.
- Esta función se caracteriza por tener media igual a cero y desviación tipificada igual a uno : N(0,1)

Densidad de Probabilidad

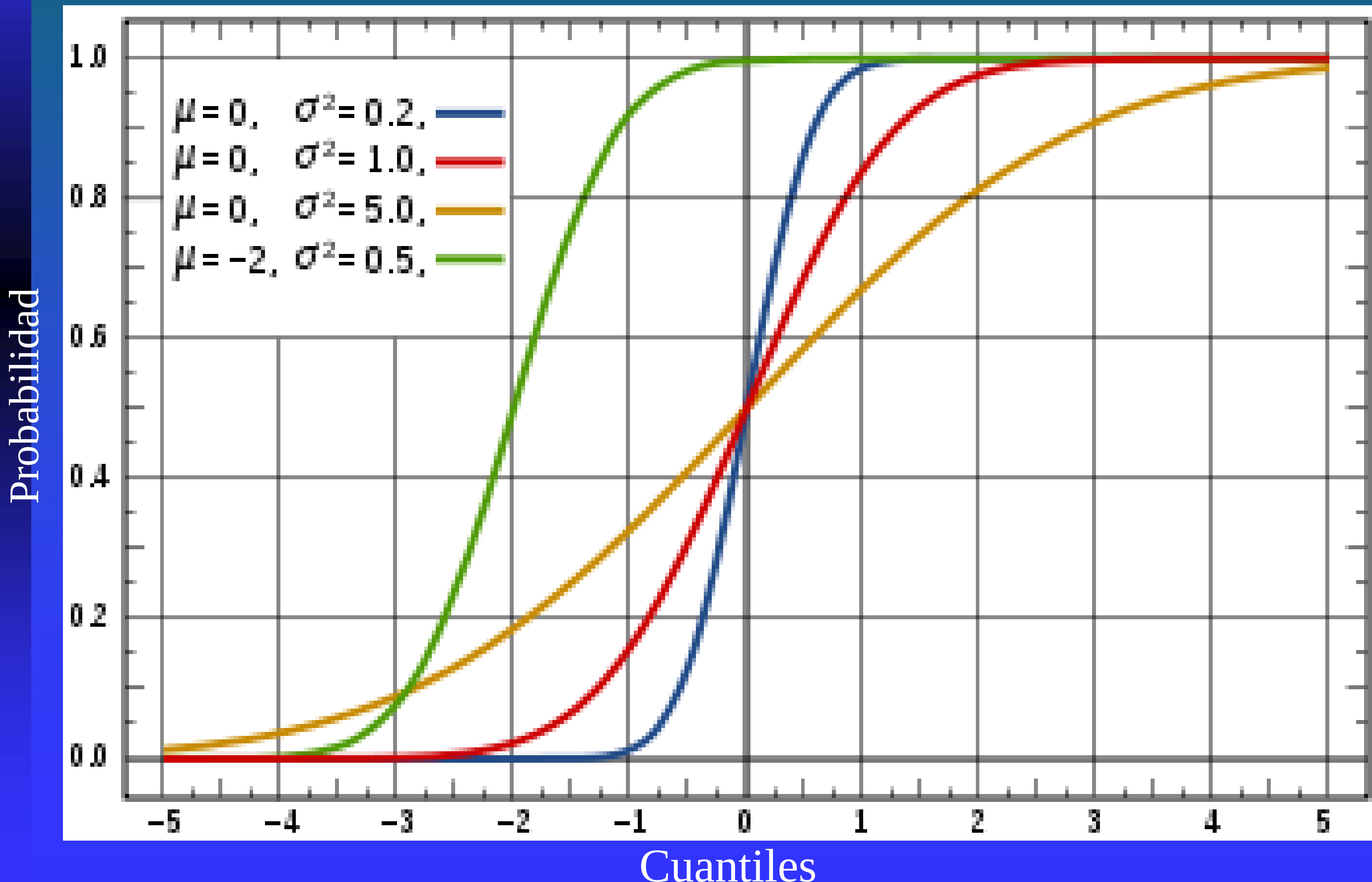
- N (0,1) y N(μ ,σ^2)



Probabilidad Acumulada o Función de Distribución normal

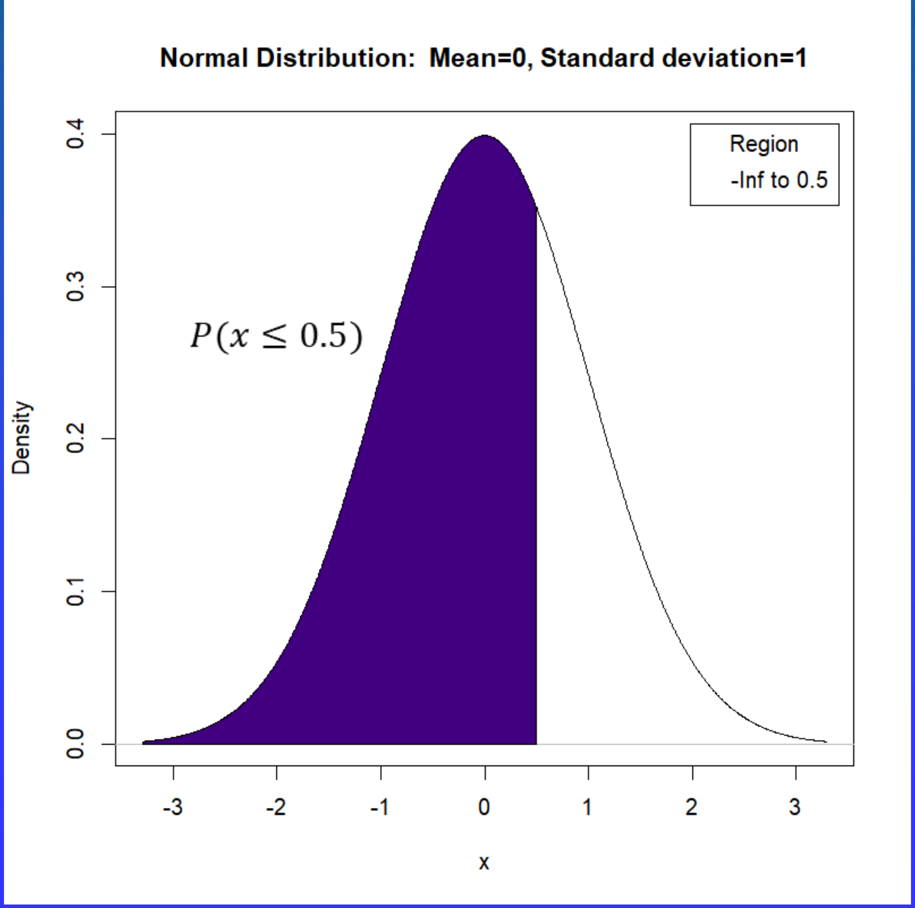
- N (0,1) y N(μ ,σ^2)

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$



Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

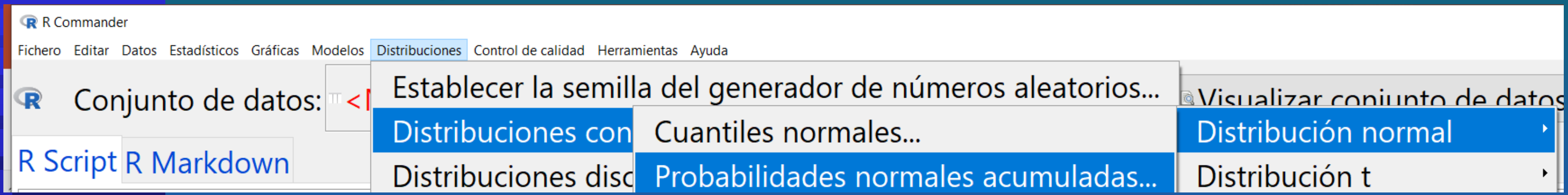
Devuelve la función de distribución normal estándar acumulativa. La distribución tiene una media de 0 (cero) y una desviación estándar de uno. Use esta función de Rcmdr en lugar de una tabla

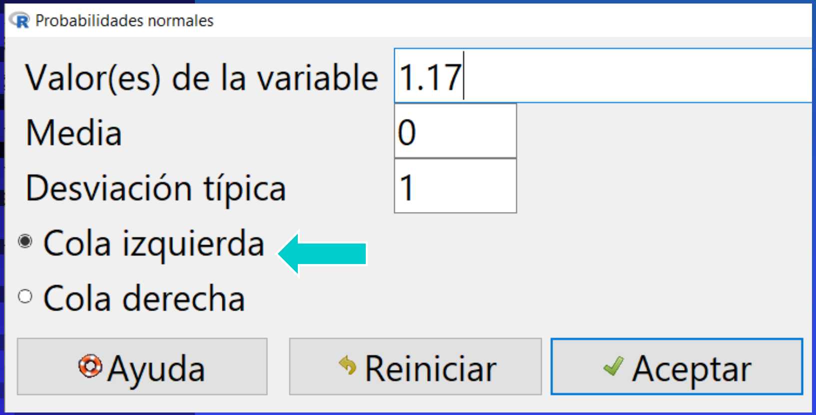


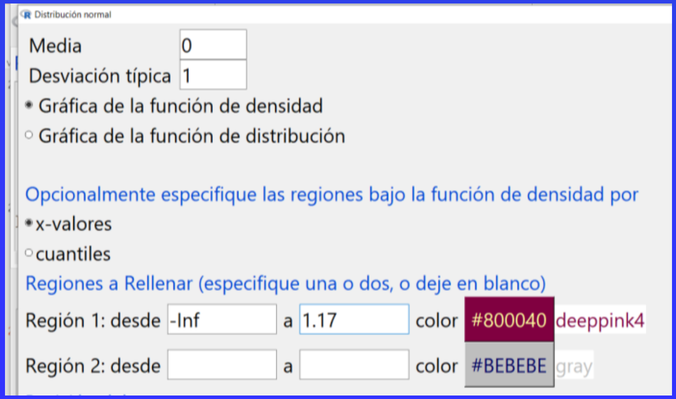
Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

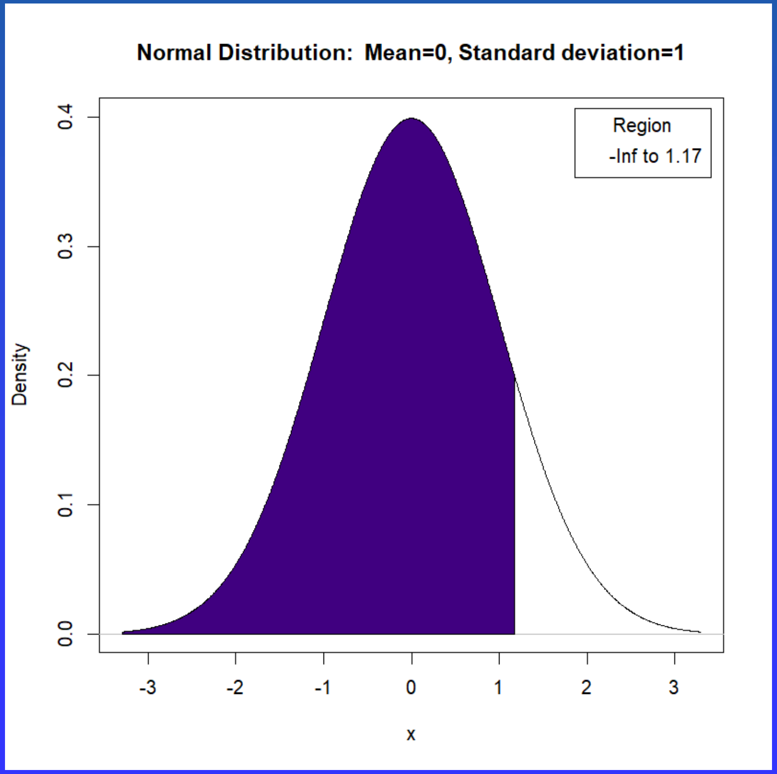
Probabilidad de que Z obtenga los siguientes valores:

- **$P(Z \leq 1.17)$ # 0.8789995**





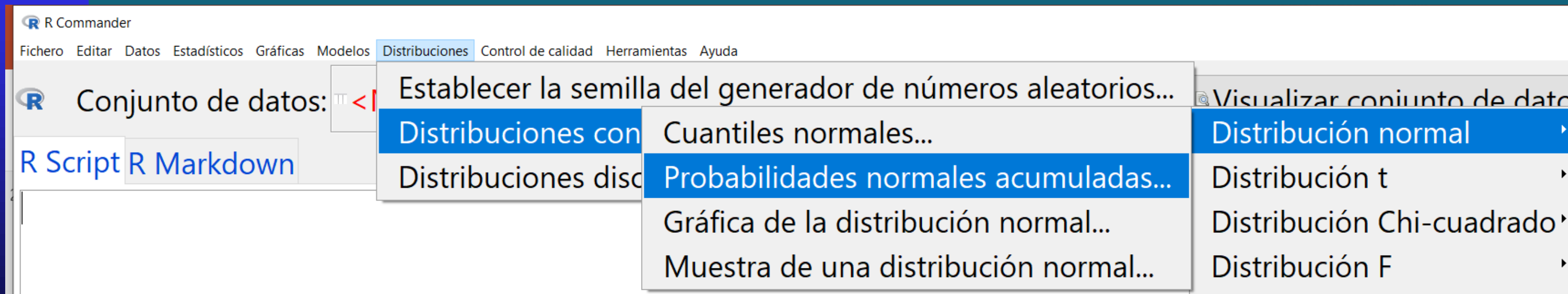


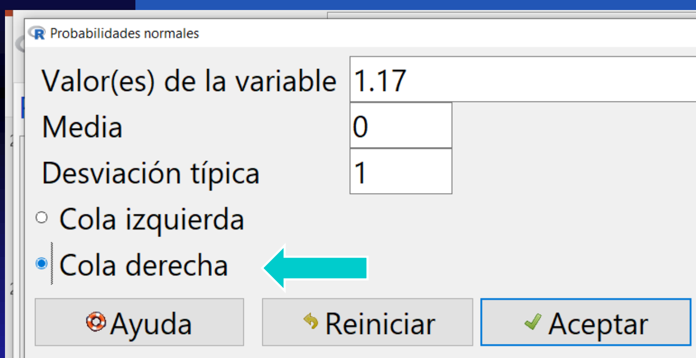


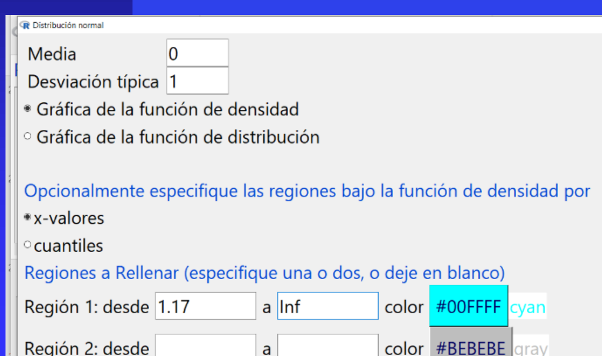
Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

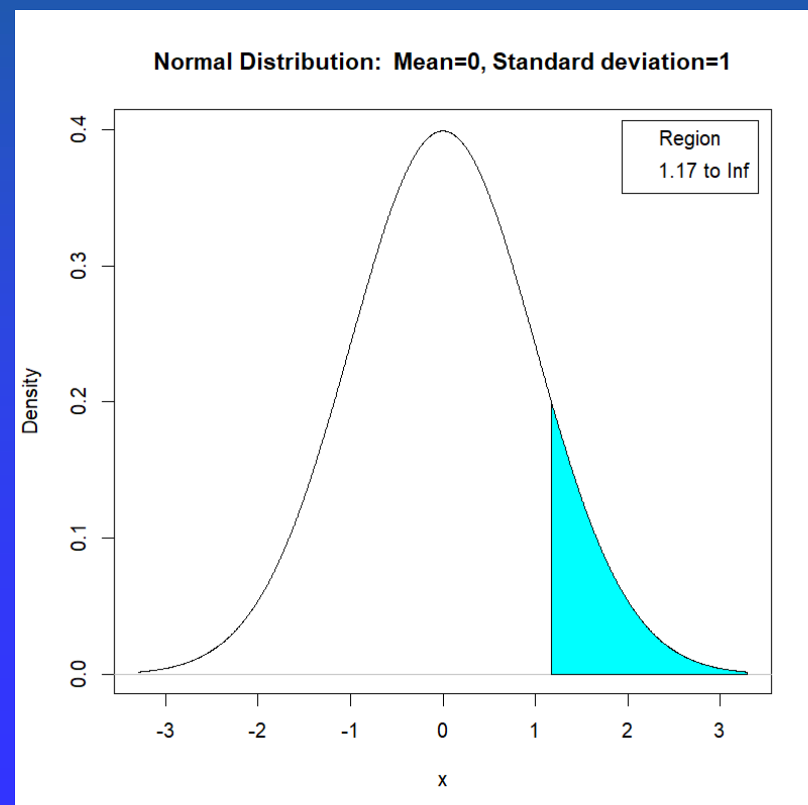
Probabilidad de que Z obtenga los siguientes valores:

- **$P(Z \geq 1.17)$** **# 0.1210005**







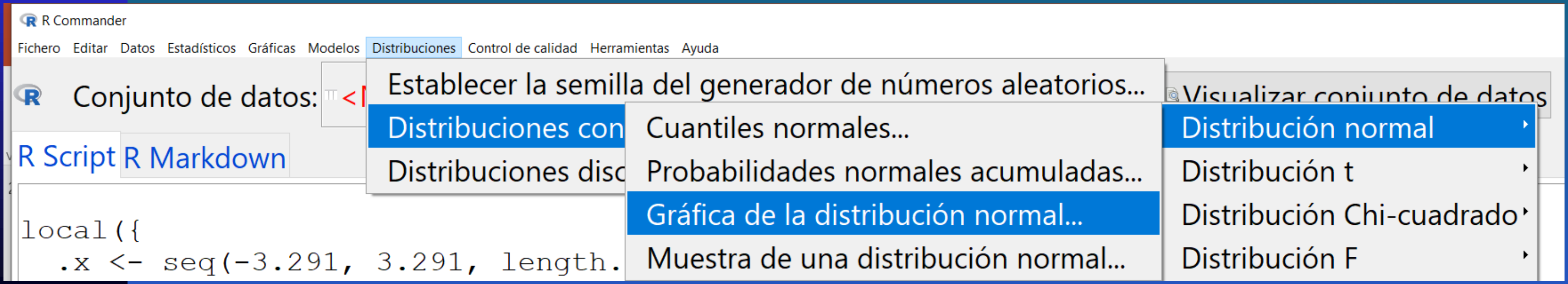


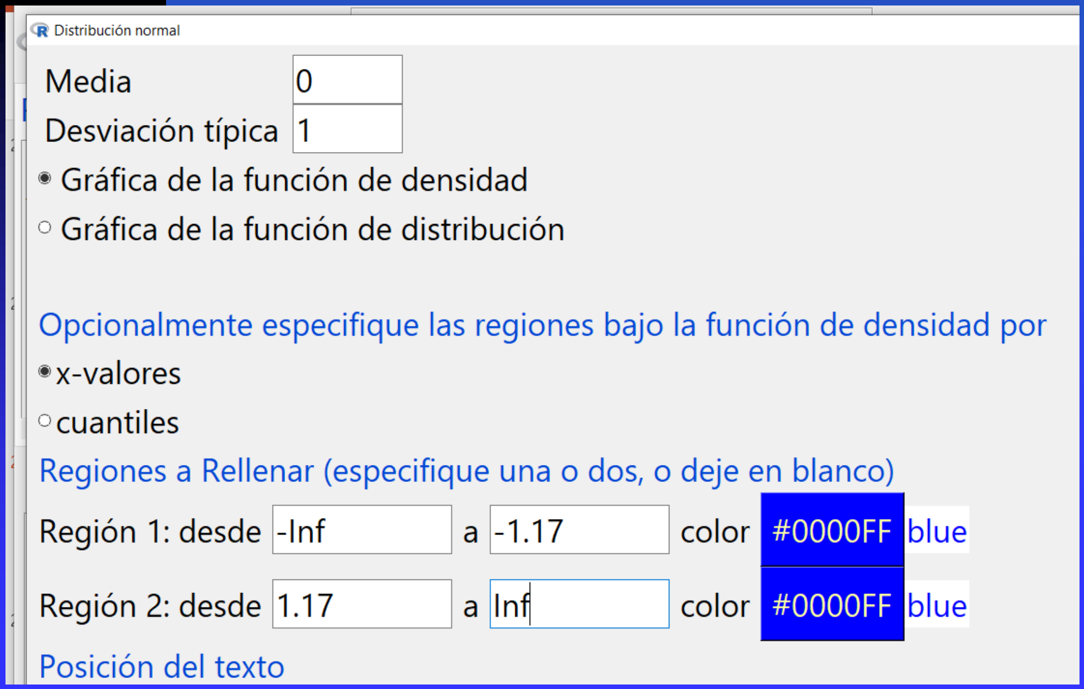
Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

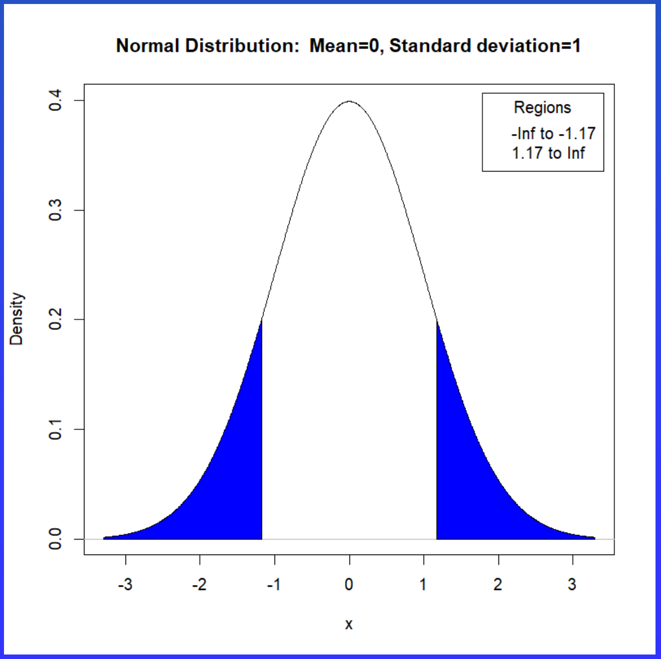
h) **$P(|Z| \geq 1.17)$**

- Determinar el área de $-\infty$ a -1.17 y de 1.17 a $+\infty$. Como la curva es simétrica, simplemente multiplicamos el valor de $P(Z \geq 1.17)$ del ejemplo anterior por 2:

$$P(|Z| \geq 1.17) = 2 \times P(Z \geq 1.17) = 2 \times 0.121 = 0.242$$



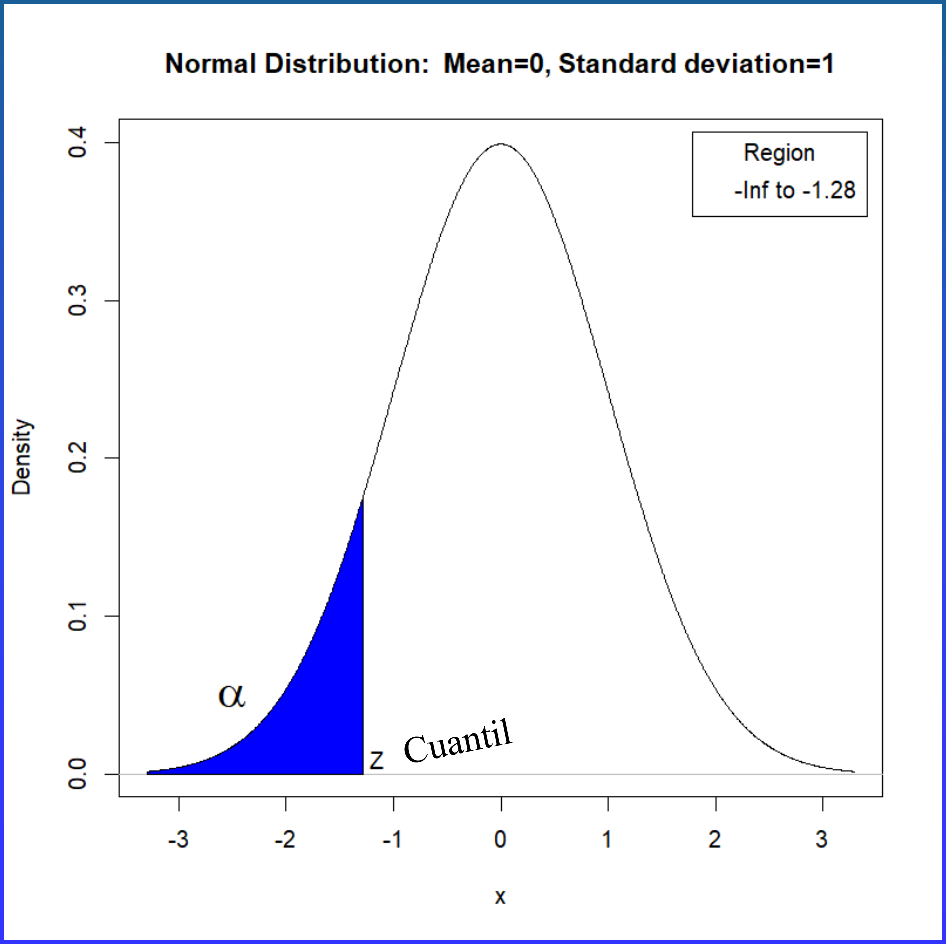




Inverso Normal en Rcmdr

Cuantiles normales

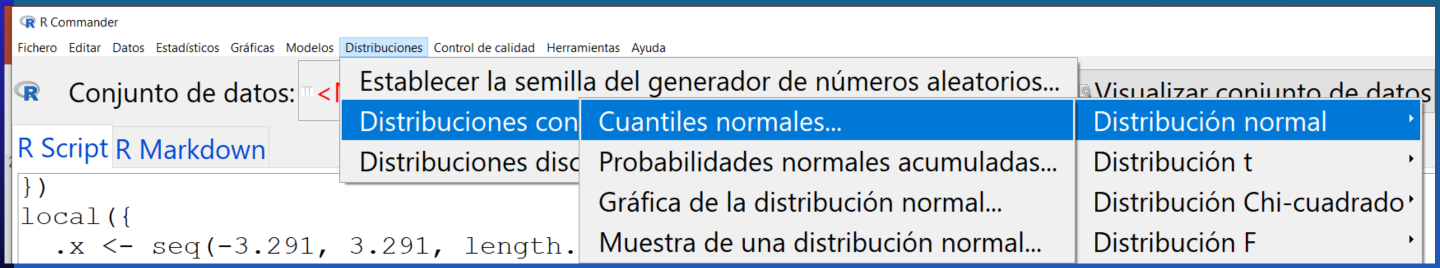
- Devuelve el inverso de la distribución normal estándar acumulativa. Calcula el valor de Z en donde el área de la curva a su izquierda es igual a la probabilidad buscada.

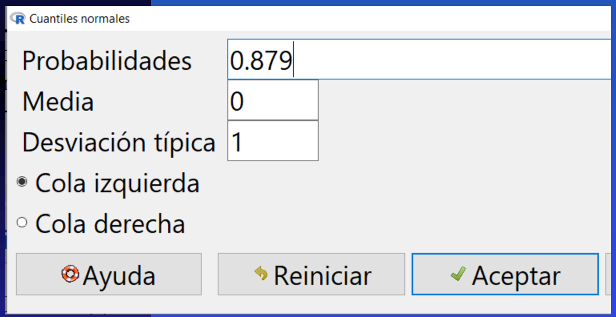


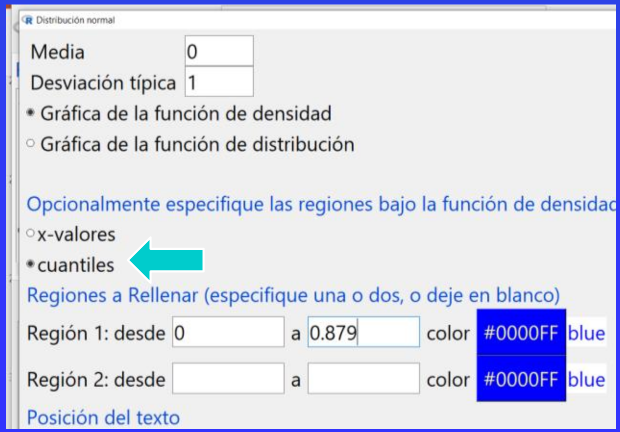
Inverso de la Normal(0,1)

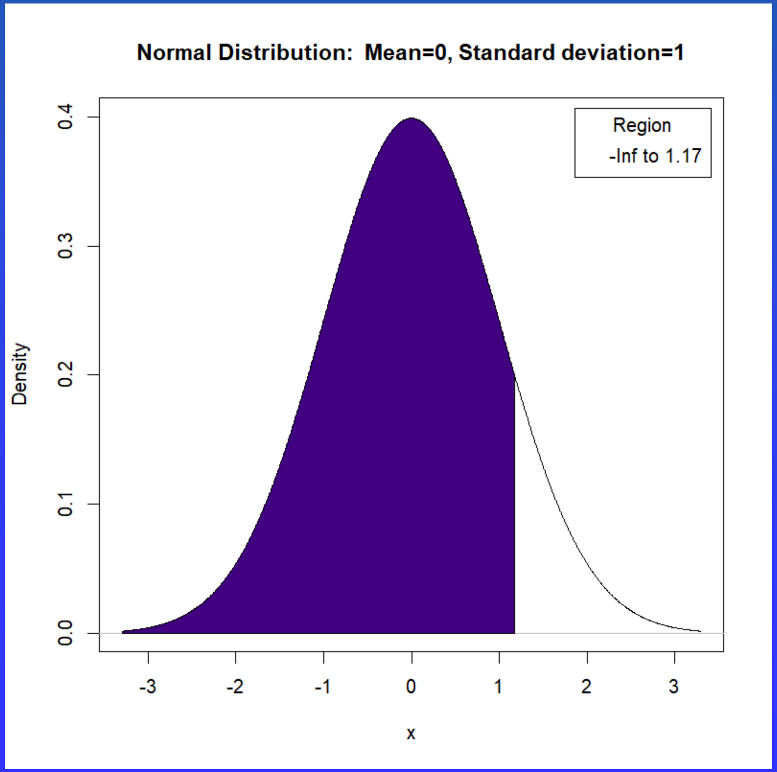
- **a) Hallar el valor de Z antes del cual se encuentra el 0.879 del área de la curva**

Solución: # 1.170002







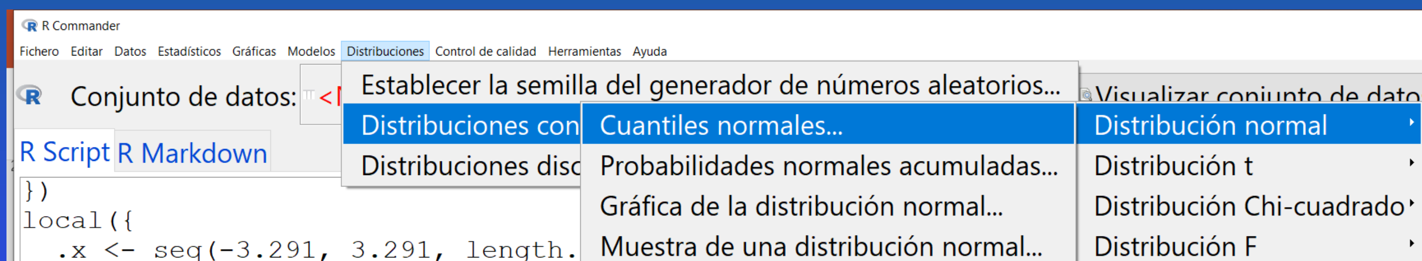


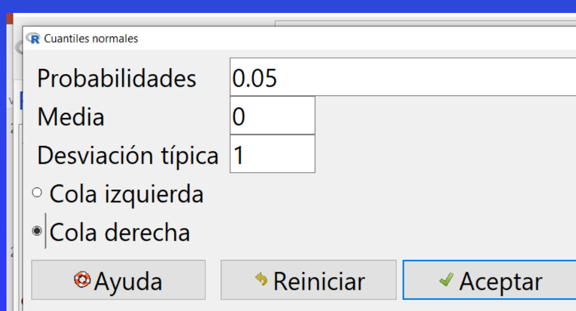
Inverso de la Normal (0,1)

- **b) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 5% del área de la curva:**
  - **Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.05$**
  - **Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:**

$$P(Z \geq x) = 0.05$$

  - **Solución # 1.644854**



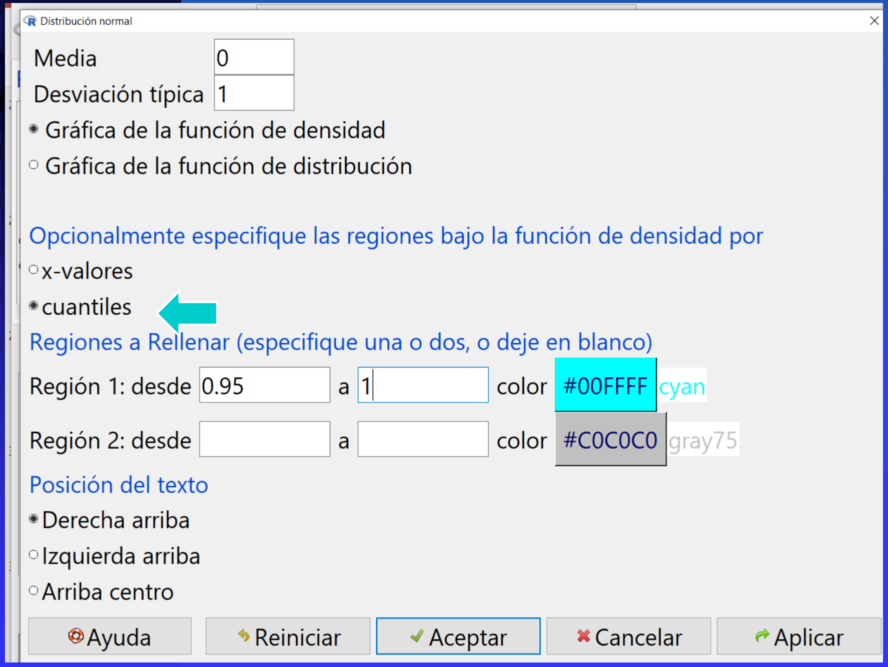


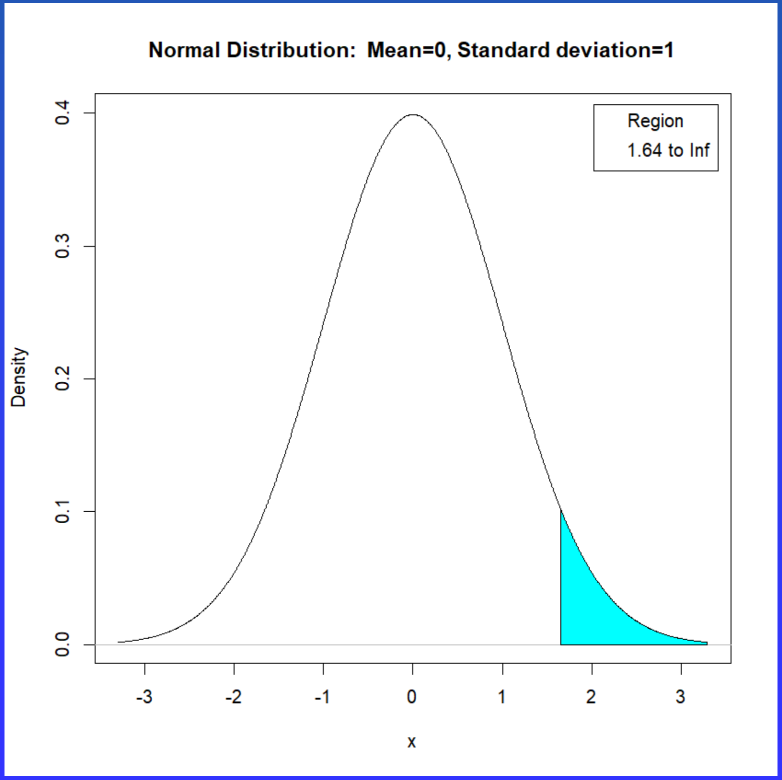
Inverso de la Normal (0,1)

- **b) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 5% del área de la curva:**
  - **Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.05$**
  - **Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:**

$$P(Z \geq x) = 0.05$$

  - **Solución # 1.644854**





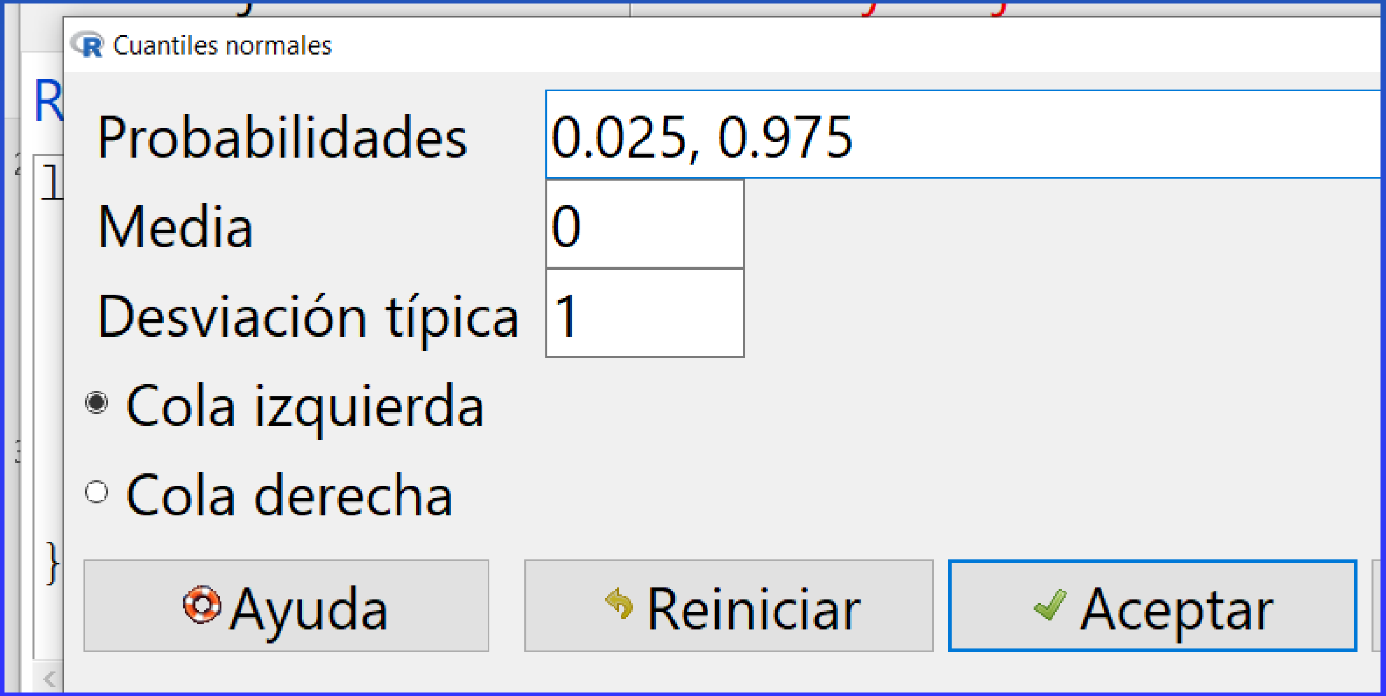
Inverso de la Normal (0,1)

- **c) Hallar el valor de Z y de –Z tal que el área en las dos colas sea igual a 0.05:**
  - **Esto equivale a buscar el valor de Z tal que:**

$$P(|Z| \geq x) = 0.05$$

  - **Como es una curva simétrica: $\alpha/2$ = 0.05/2=0.025**
  - **Buscamos el valor de 1 - 0.025 = 0.975**

Solución: # -1.959964 1.959964



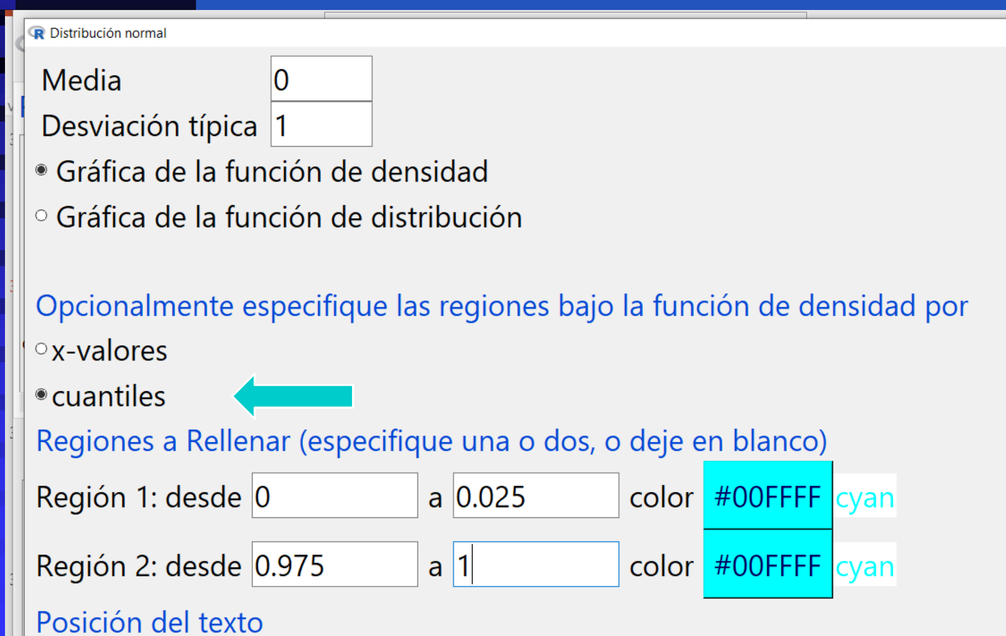
Inverso de la Normal (0,1)

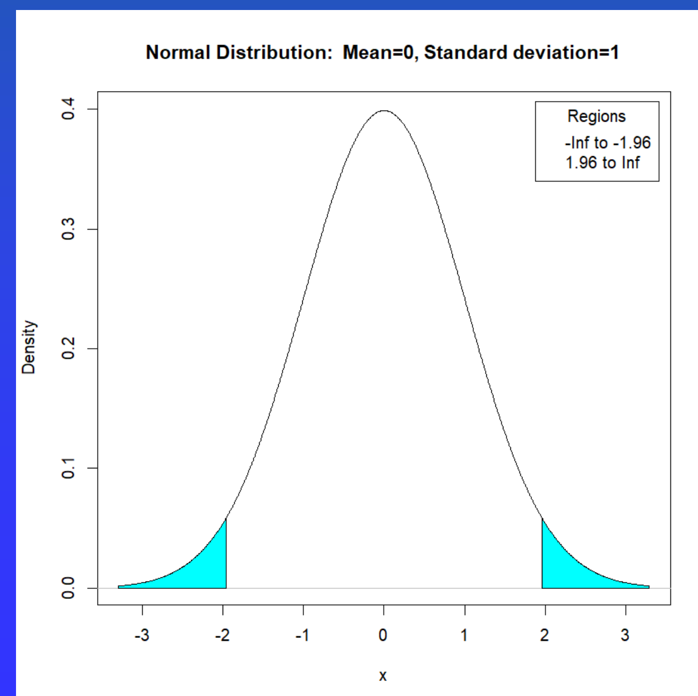
- **c) Hallar el valor de Z y de –Z tal que el área en las dos colas sea igual a 0.05:**
  - **Esto equivale a buscar el valor de Z tal que:**

    $$P(|Z| \geq x) = 0.05$$

  - **Como es una curva simétrica: $\alpha/2$ = 0.05/2=0.025**
  - **Buscamos el valor de 1 - 0.025 = 0.975**

Solución: # -1.959964 1.959964





Inverso de la Normal (0,1)

Ejercicios: Realizar en RCMDR

- **1) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 1% del área de la curva:**
  - **Esto corresponde a un valor de α = 0.01**

    $Z_{(0.99)} = 2.326$

- **2) Hallar el valor de Z tal que el área fuera del intervalo de –Z a Z es igual a 0.01:**
  - **Como es una curva simétrica: $\alpha/2$ = 0.01/2=0.005**

    $Z_{(0.005)} = -2.576$

    $Z_{(0.995)} = 2.576$

Distribución Normal (μ, σ)

- Esto Ok! para curva N (0,1) pero y si queremos usarlo en una población con $\mu \neq 0$ y $\sigma \neq 1$?
- No hay problema! Tipificamos el valor de x en nuestra distribución Normal con la fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Y procedemos a buscar la probabilidad para este valor determinado.
- Z no es más que el número de desviaciones estándares a la que se encuentra x de μ.

Distribución de la media

- Al muestrear repetidamente una población, obtenemos la distribución de sus $\bar{x}$.
- Distribución de la media es Normal e independiente de la distribución de la Población.
- μ de población de las medias $\bar{x}$ de tamaño n es igual a la μ de población original, y la varianza es 1/n de varianza poblacional :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad \sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2/n$$

Teorema Central del Límite

El teorema central del límite (TCL) es una teoría estadística que establece que, dada una **muestra aleatoria** suficientemente grande de la población, la distribución de las medias muestrales seguirá una **distribución normal**.

Ejercicios de la Normal

- Realizar los 5 ejercicios del primer documento en Word
- Realizar los ejercicios del segundo documento en pdf desde el 3 al 10