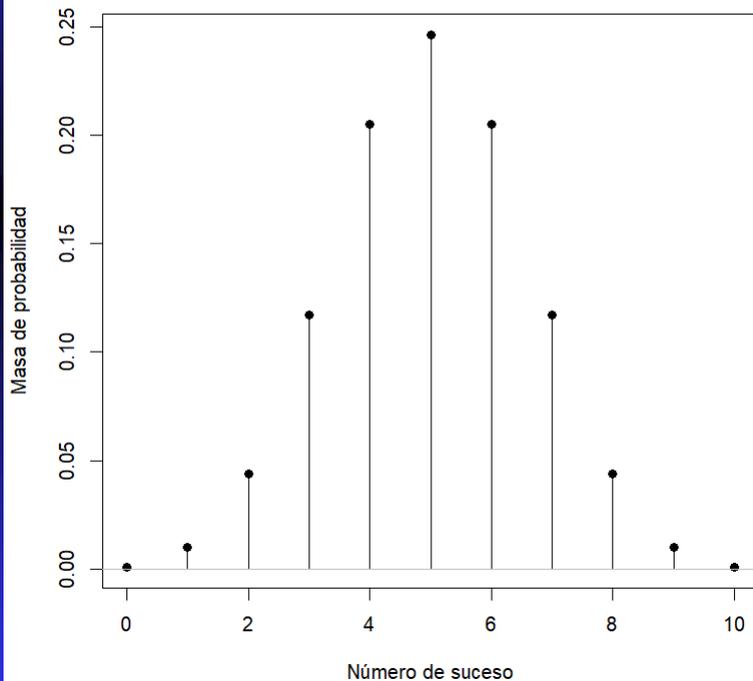
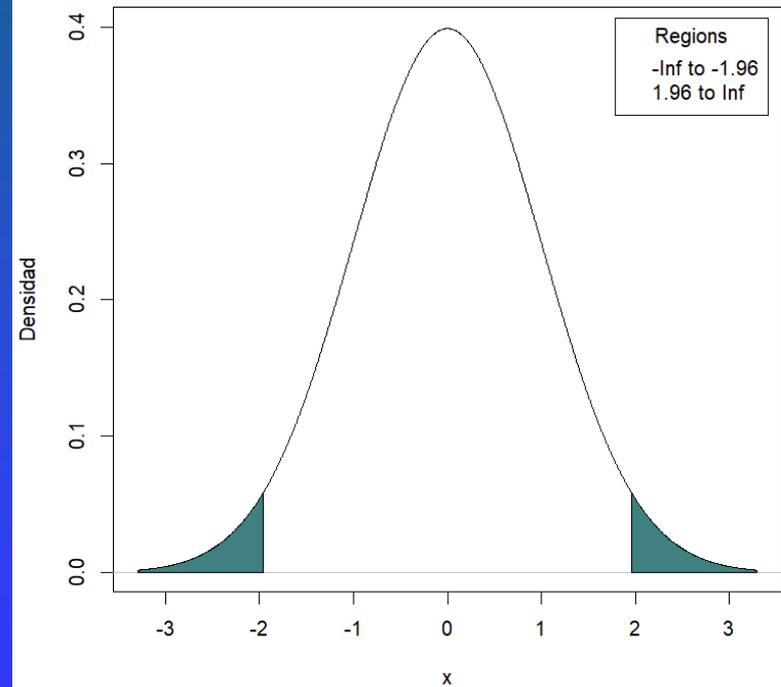


DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CON R Commander

Distribución binomial: 10 ensayos, Probabilidad del suceso = 0.5



Distribución normal: Media = 0, Desviación típica = 1

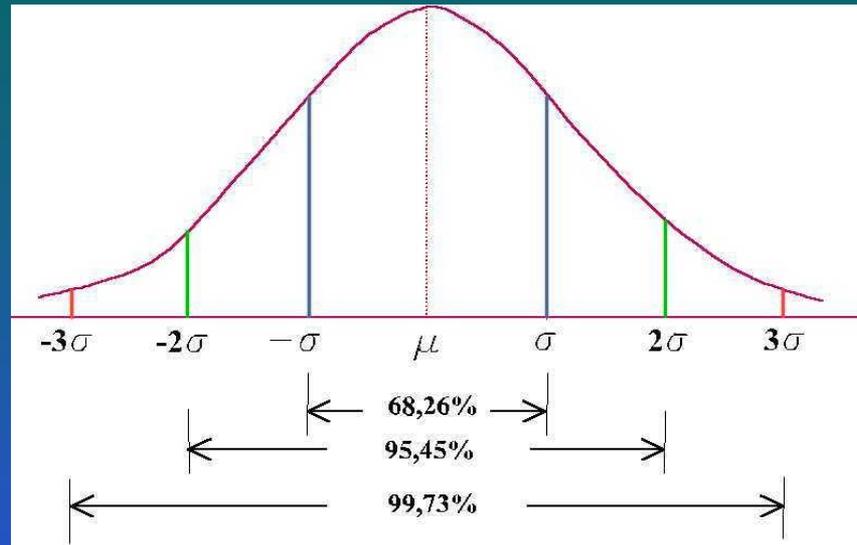


Antonio Meneses

Distribución Normal

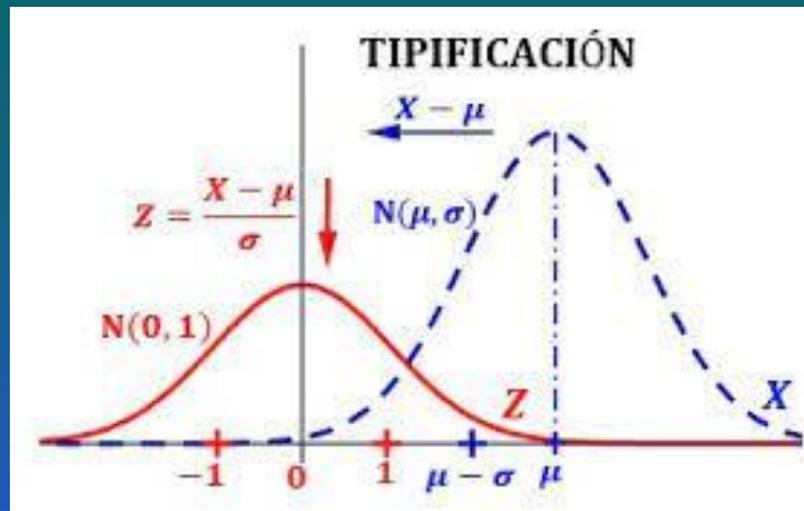
- Descubierta en 1733 por el francés Moivre, descrita también por Laplace y Gauss (sinónimo de la forma gráfica de esta distribución).
- Importancia práctica de esta distribución teórica:
 - ◆ Muchos fenómenos son distribuidos normalmente. Esta distribución Normal es la base de gran parte de la teoría estadística usada por los investigadores.
 - ◆ Distribución de promedios.
 - ◆ Distribución de errores.

Características D. Normal



- Área bajo la curva entre 2 puntos representa la probabilidad que ocurra un hecho entre esos dos puntos
- Su dominio va de menos infinito a más infinito;
- Es simétrica con respecto a su media;
- Tiene dos colas y es asintótica al eje x por ambos lados;
- El valor del área debajo de toda la curva es igual a **1**;
- El centro de la curva está representado por la media poblacional (μ).
- Para cualquier curva normal, el área de $-\sigma$ a $+\sigma$ es igual a 0.6827; de -2σ a $+2\sigma$ de 0,9545 y de -3σ a $+3\sigma$ de 0,9973;

D. Normal Tipificada (estandarizada)



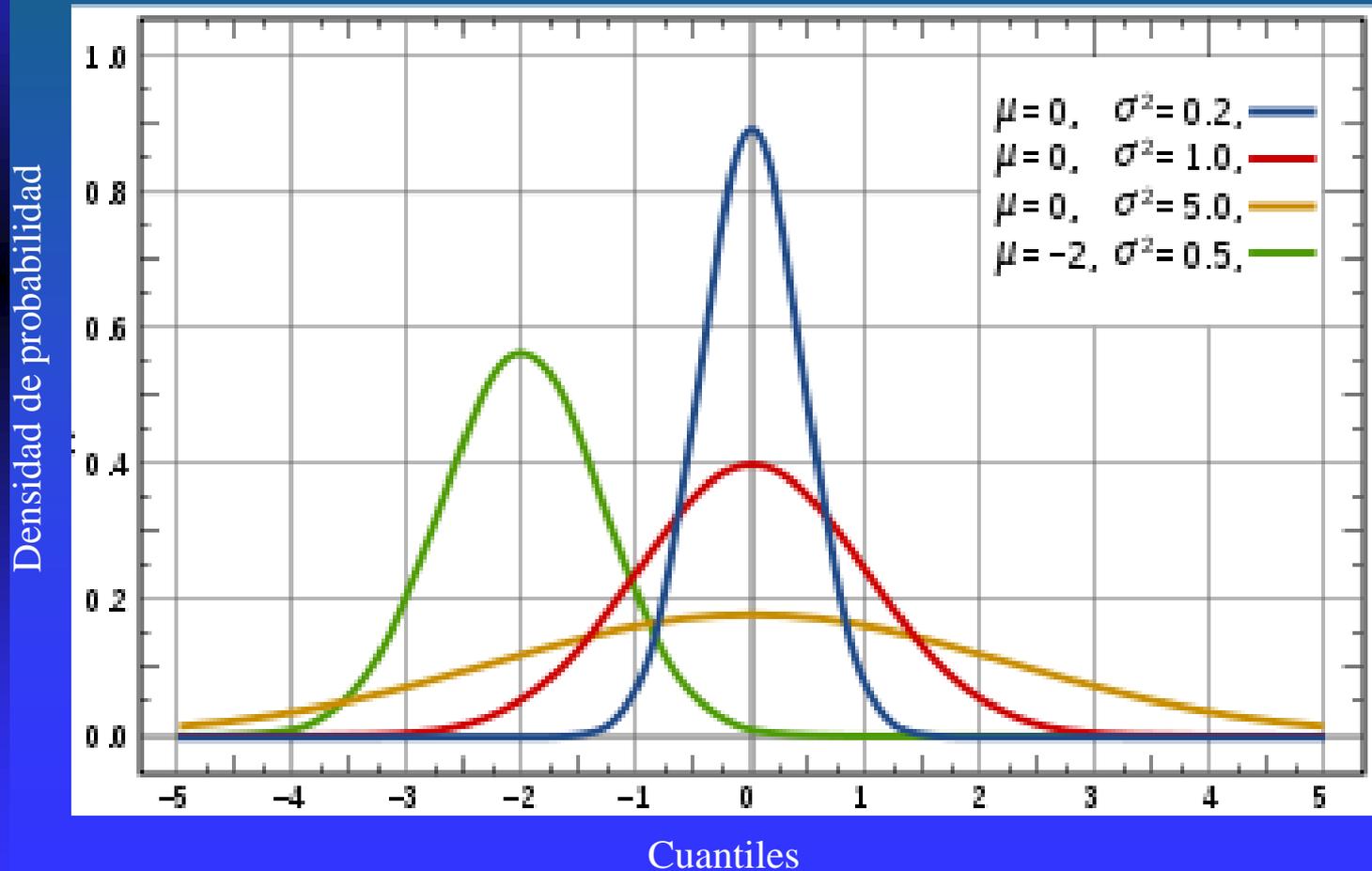
- Distribución especial que representa a todas las variables aleatorias normales y que es la distribución de otra variable normal llamada Z:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Z se la conoce como variable aleatoria estandarizada.
- Esta función se caracteriza por tener media igual a cero y desviación tipificada igual a uno : **N(0,1)**

Densidad de Probabilidad

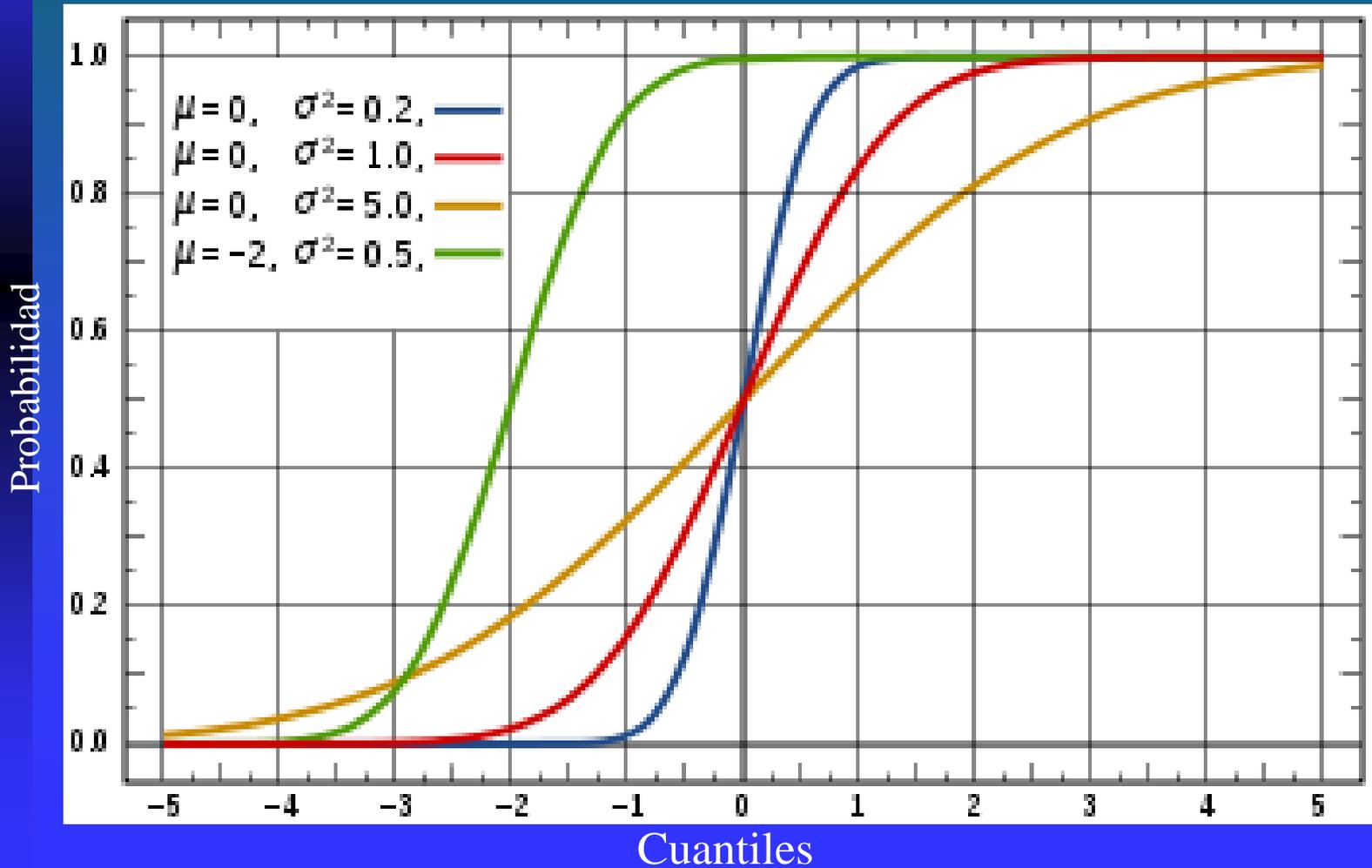
- $N(0,1)$ y $N(\mu, \sigma^2)$



Probabilidad Acumulada o Función de Distribución normal

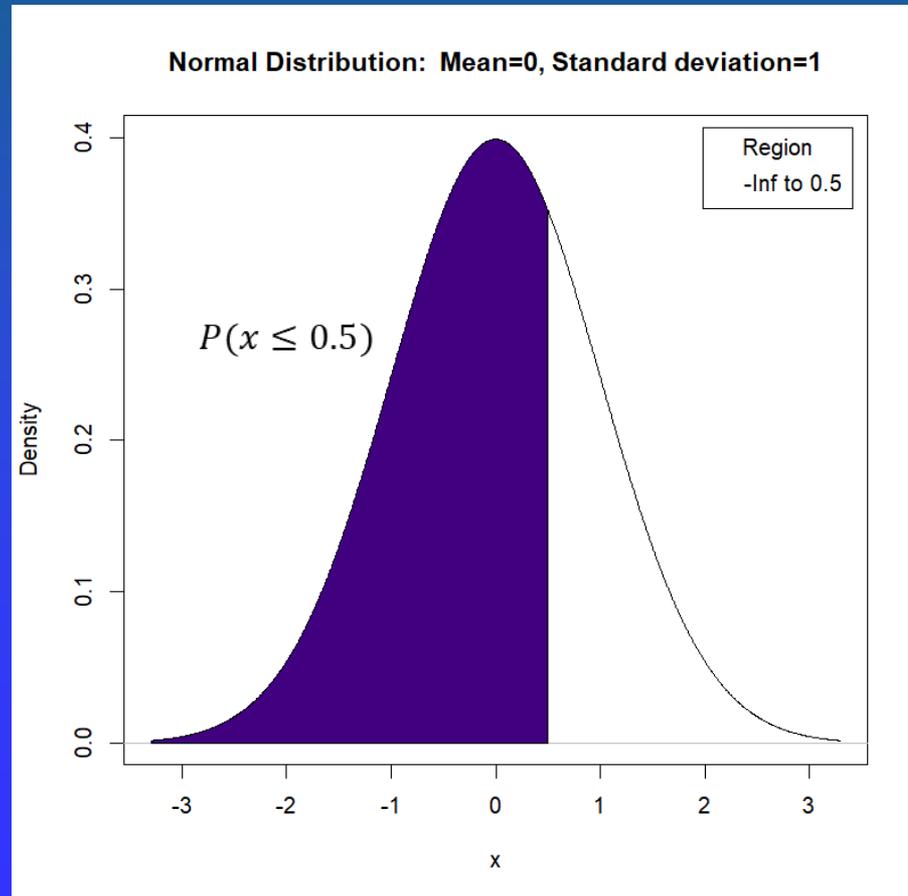
■ $N(0,1)$ y $N(\mu, \sigma^2)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$



Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

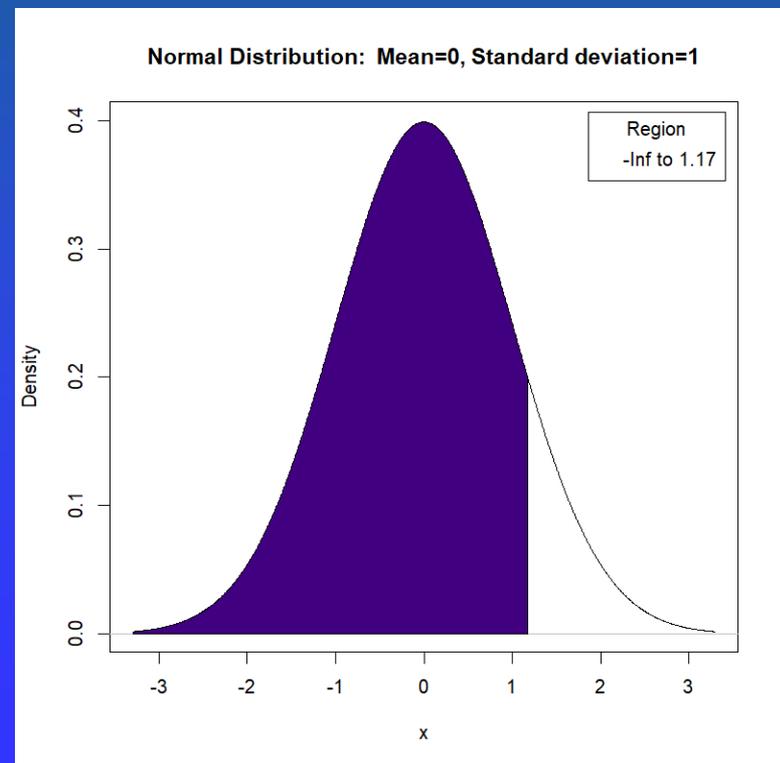
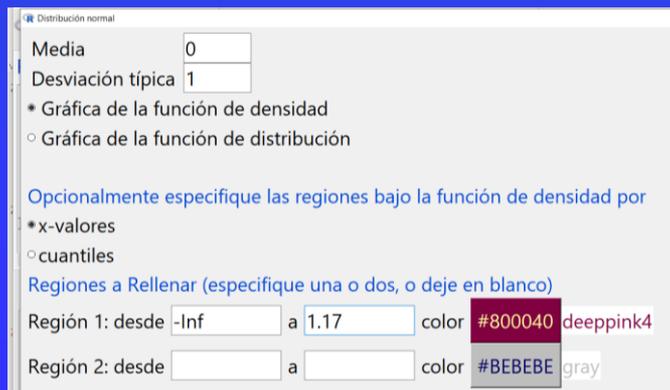
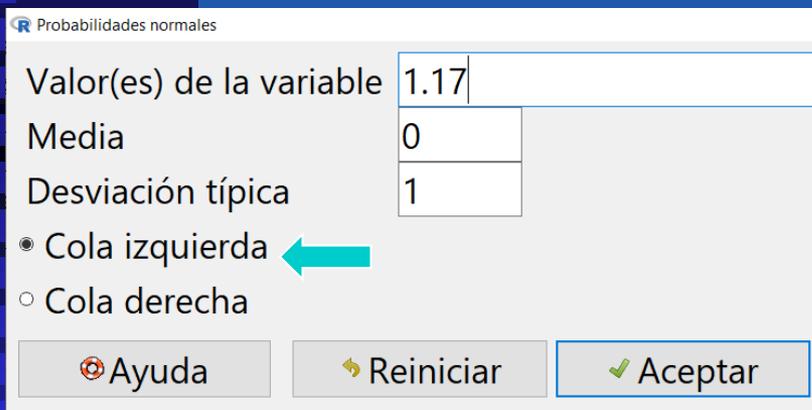
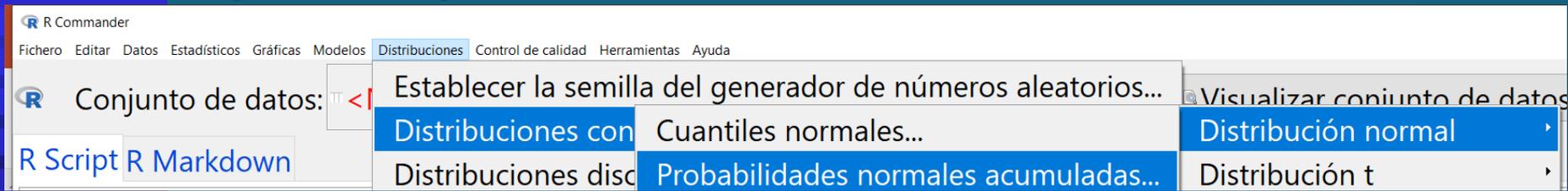
Devuelve la función de distribución normal estándar acumulativa. La distribución tiene una media de 0 (cero) y una desviación estándar de uno. Use esta función de Rcmdr en lugar de una tabla



Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

Probabilidad de que Z obtenga los siguientes valores:

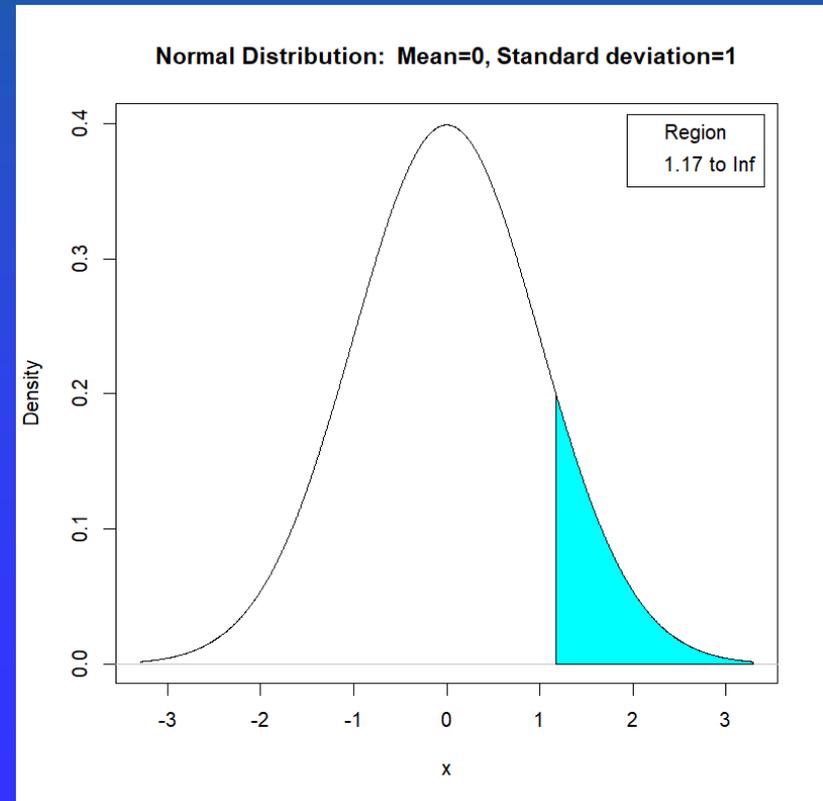
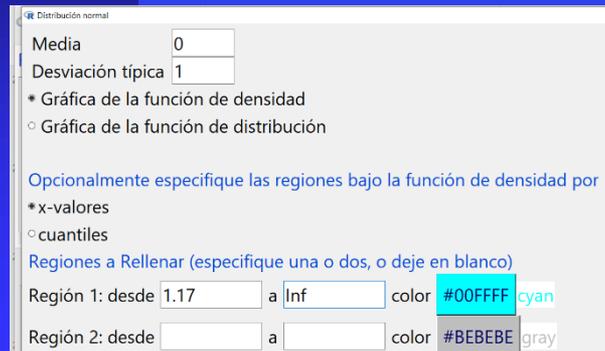
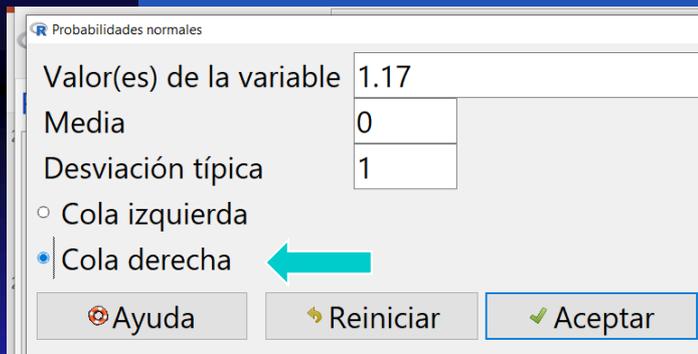
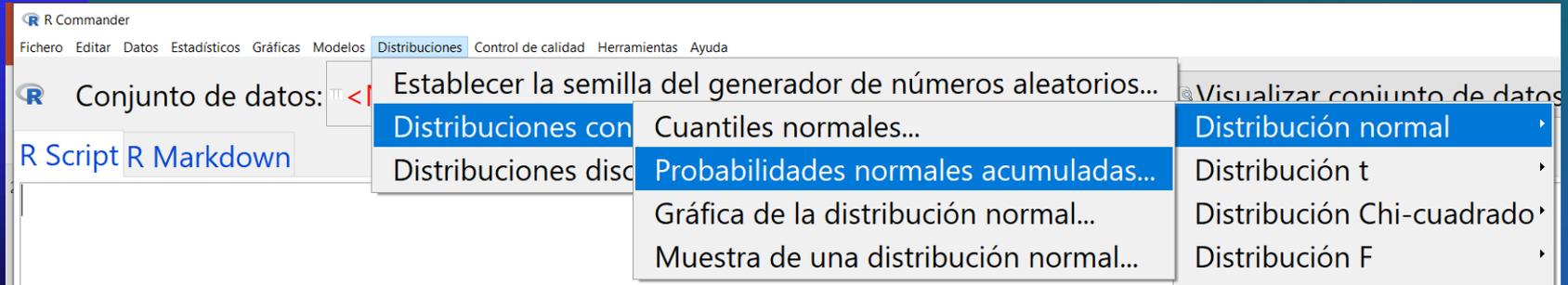
■ **$P(Z \leq 1.17)$** **# 0.8789995**



Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

Probabilidad de que Z obtenga los siguientes valores:

■ **$P(Z \geq 1.17)$** **# 0.1210005**

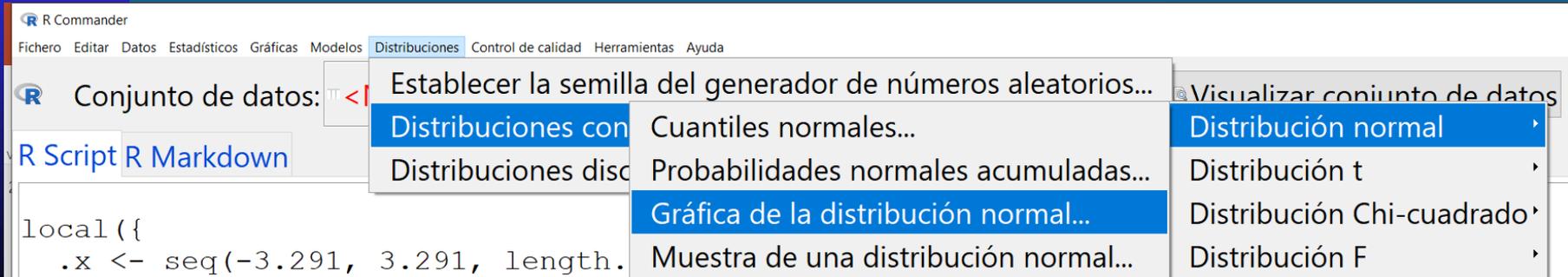


Probabilidad Normal Estándar En Rcmdr

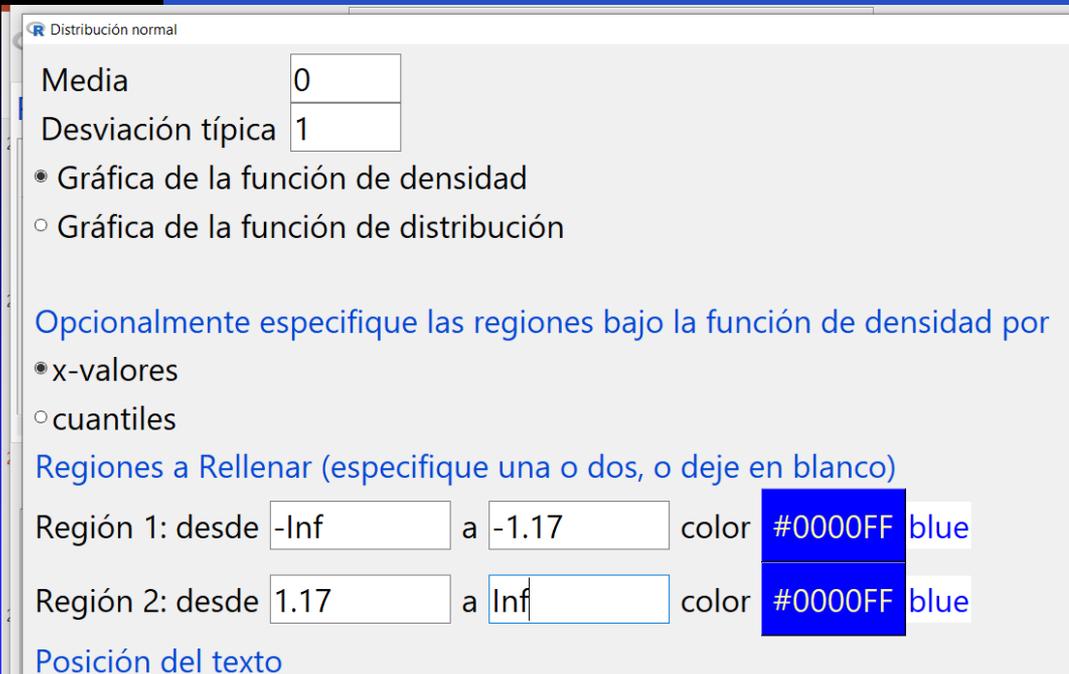
h) $P(|Z| \geq 1.17)$

- ◆ Determinar el área de $-\infty$ a -1.17 y de 1.17 a $+\infty$. Como la curva es simétrica, simplemente multiplicamos el valor de $P(Z \geq 1.17)$ del ejemplo anterior por 2:

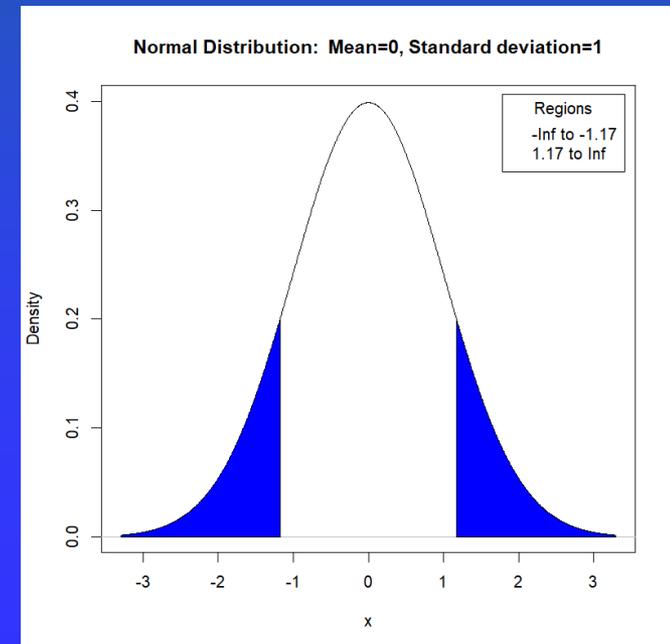
$$P(|Z| \geq 1.17) = 2 \times P(Z \geq 1.17) = 2 \times 0.121 = 0.242$$



R Commander interface showing the 'Distribuciones' menu. The menu options include: Establecer la semilla del generador de números aleatorios..., Distribuciones con..., Distribuciones disc..., Cuantiles normales..., Probabilidades normales acumuladas..., Gráfica de la distribución normal..., and Muestra de una distribución normal... The 'Gráfica de la distribución normal...' option is highlighted. The background code shows: `local({
.x <- seq(-3.291, 3.291, length...`



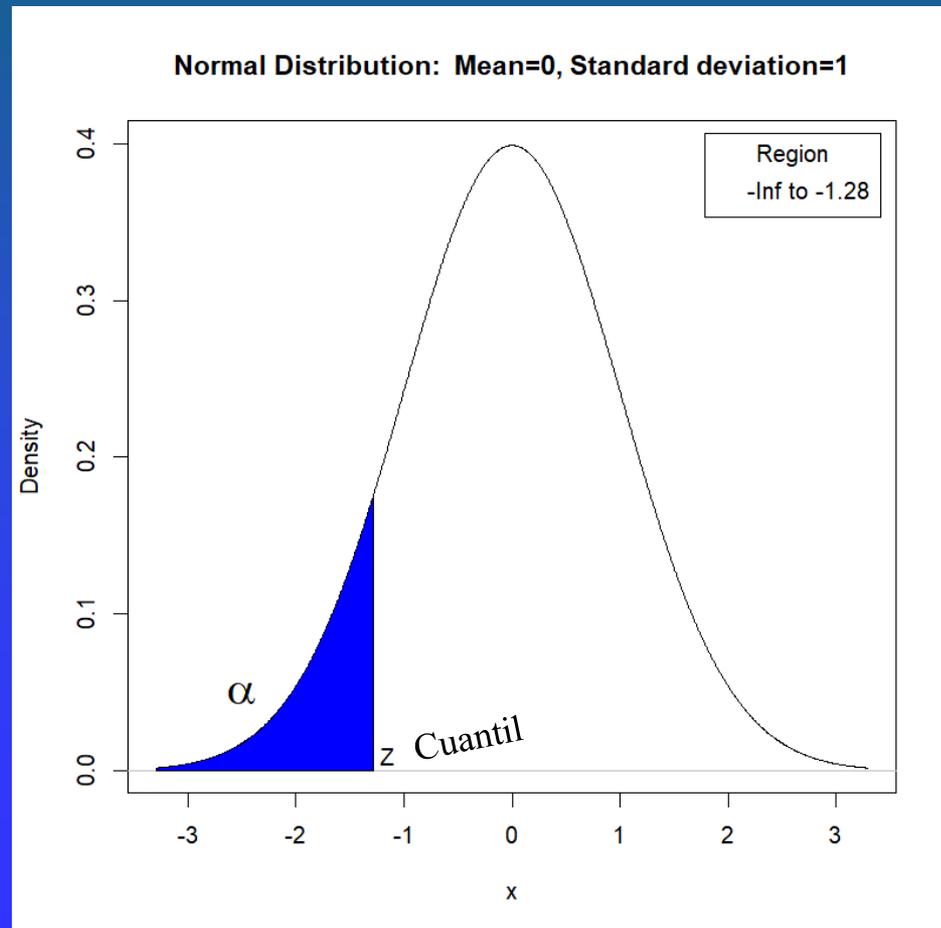
Distribución normal dialog box. Fields: Media: 0, Desviación típica: 1. Radio buttons: Gráfica de la función de densidad, Gráfica de la función de distribución. Text: Opcionalmente especifique las regiones bajo la función de densidad por x-valores, cuantiles. Text: Regiones a Rellenar (especifique una o dos, o deje en blanco). Region 1: desde -Inf a -1.17 color #0000FF blue. Region 2: desde 1.17 a Inf color #0000FF blue. Position of text: Posición del texto.



Inverso Normal en Rcmdr

Cuantiles normales

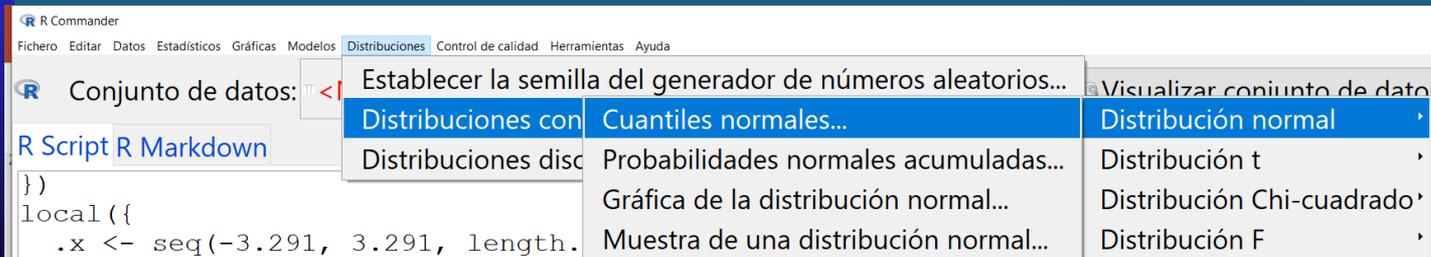
- Devuelve el inverso de la distribución normal estándar acumulativa. Calcula el valor de Z en donde el área de la curva a su izquierda es igual a la probabilidad buscada.



Inverso de la Normal(0,1)

- a) Hallar el valor de Z antes del cual se encuentra el 0.879 del área de la curva

Solución: # 1.170002

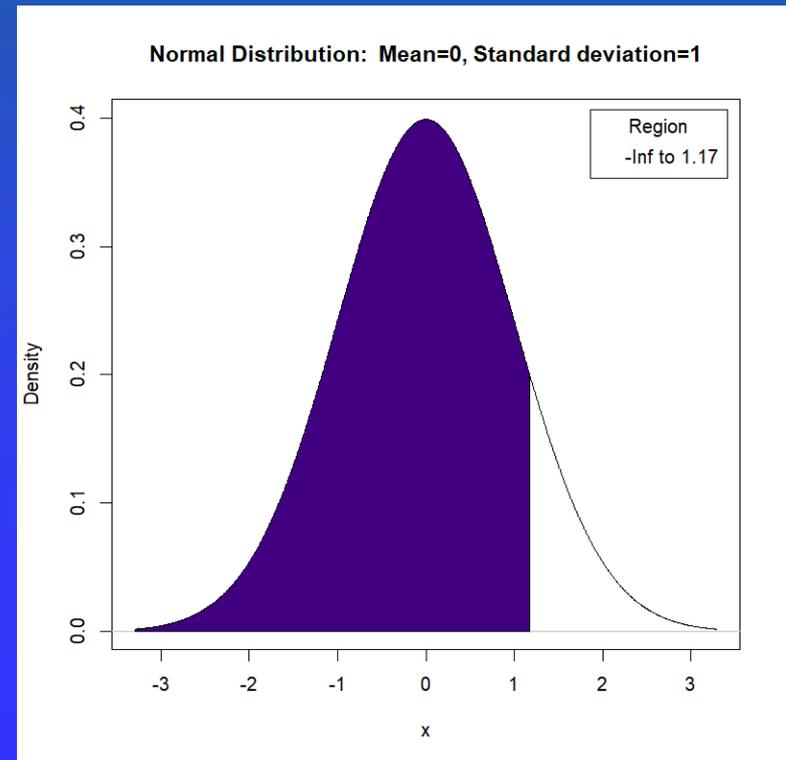


The 'Cuantiles normales' dialog box is shown. It has the following fields and options:

- Probabilidades: 0.879
- Media: 0
- Desviación típica: 1
- Cola izquierda (selected)
- Cola derecha (unselected)
- Buttons: Ayuda, Reiniciar, Aceptar

The 'Distribución normal' dialog box is shown. It has the following fields and options:

- Media: 0
- Desviación típica: 1
- Gráfica de la función de densidad (selected)
- Gráfica de la función de distribución (unselected)
- Opcionalmente especifique las regiones bajo la función de densidad
- x-valores (unselected)
- cuantiles (selected, indicated by a red arrow)
- Regiones a Rellenar (especifique una o dos, o deje en blanco)
- Región 1: desde 0 a 0.879 color #0000FF blue
- Región 2: desde [] a [] color #0000FF blue
- Posición del texto



Inverso de la Normal (0,1)

- **b) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 5% del área de la curva:**

- ◆ Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.05$
- ◆ Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:

$$P(Z \geq x) = 0.05$$

- ◆ **Solución # 1.644854**

The image shows two screenshots from the R Commander interface. The top screenshot displays the 'Distribuciones' menu with 'Cuantiles normales...' selected, and a sub-menu showing 'Distribución normal' as the chosen option. The bottom screenshot shows the 'Cuantiles normales' dialog box with the following settings: Probabilidades: 0.05, Media: 0, Desviación típica: 1, and 'Cola derecha' selected. The 'Aceptar' button is highlighted.

Inverso de la Normal (0,1)

- **b) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 5% del área de la curva:**

- ◆ Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.05$
- ◆ Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:

$$P(Z \geq x) = 0.05$$

- ◆ **Solución # 1.644854**

Distribución normal

Media

Desviación típica

Gráfica de la función de densidad

Gráfica de la función de distribución

Opcionalmente especifique las regiones bajo la función de densidad por

x-valores

cuantiles

Regiones a Rellenar (especifique una o dos, o deje en blanco)

Región 1: desde a color cyan

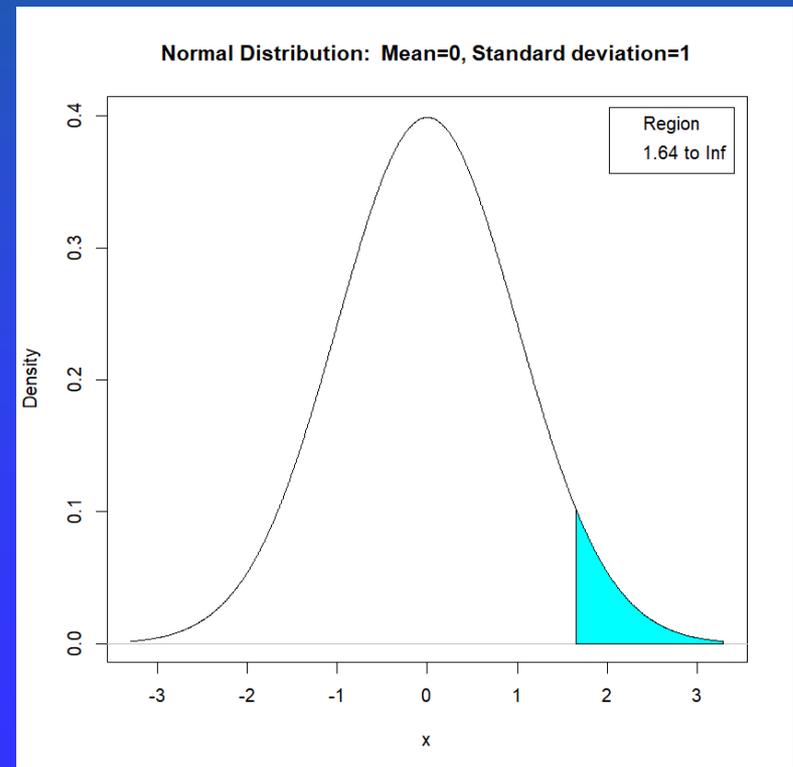
Región 2: desde a color gray75

Posición del texto

Derecha arriba

Izquierda arriba

Arriba centro



Inverso de la Normal (0,1)

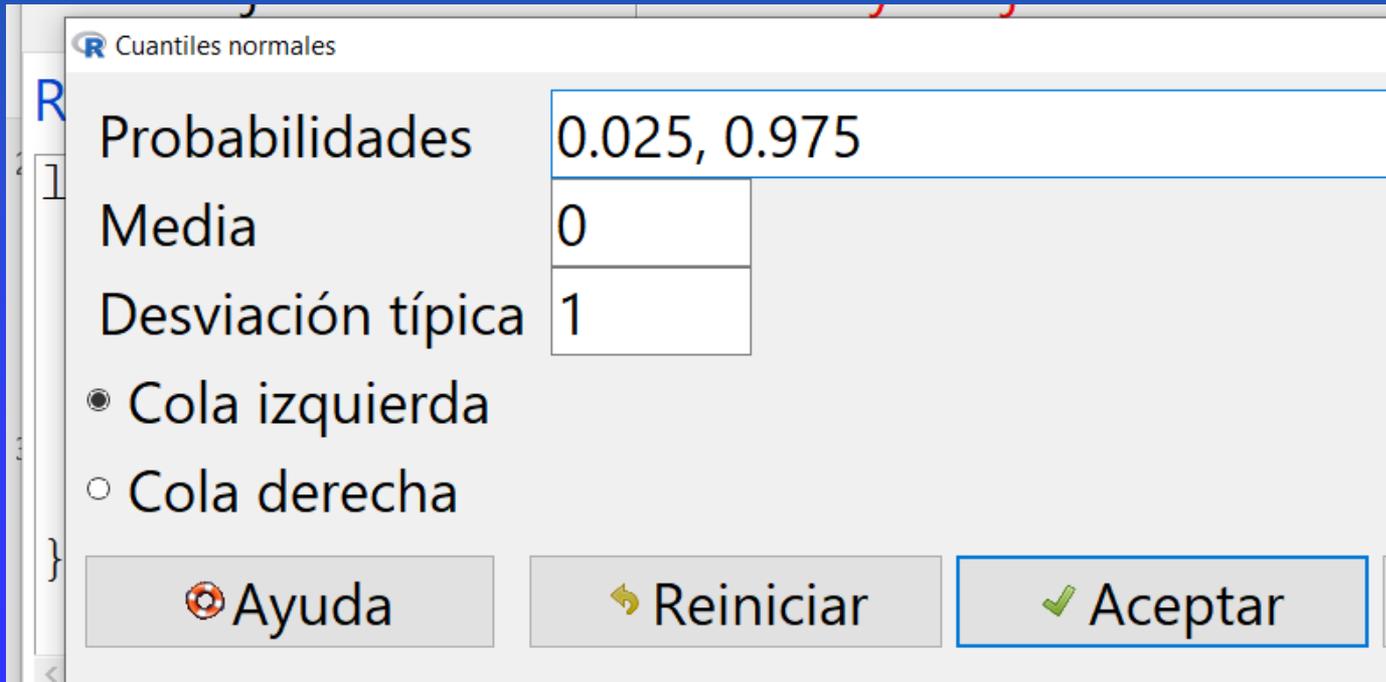
- **c) Hallar el valor de Z y de $-Z$ tal que el área en las dos colas sea igual a 0.05:**

- ◆ Esto equivale a buscar el valor de Z tal que:

$$P(|Z| \geq x) = 0.05$$

- ◆ Como es una curva simétrica: $\alpha/2 = 0.05/2=0.025$
- ◆ Buscamos el valor de $1 - 0.025 = 0.975$

Solución: # -1.959964 1.959964



Cuantiles normales

Probabilidades 0.025, 0.975

Media 0

Desviación típica 1

Cola izquierda

Cola derecha

Ayuda Reiniciar Aceptar

Inverso de la Normal (0,1)

- **c) Hallar el valor de Z y de $-Z$ tal que el área en las dos colas sea igual a 0.05:**

- ◆ Esto equivale a buscar el valor de Z tal que:

$$P(|Z| \geq x) = 0.05$$

- ◆ Como es una curva simétrica: $\alpha/2 = 0.05/2=0.025$
- ◆ Buscamos el valor de $1 - 0.025 = 0.975$

Solución: # -1.959964 1.959964

Distribución normal

Media

Desviación típica

Gráfica de la función de densidad

Gráfica de la función de distribución

Opcionalmente especifique las regiones bajo la función de densidad por

x-valores

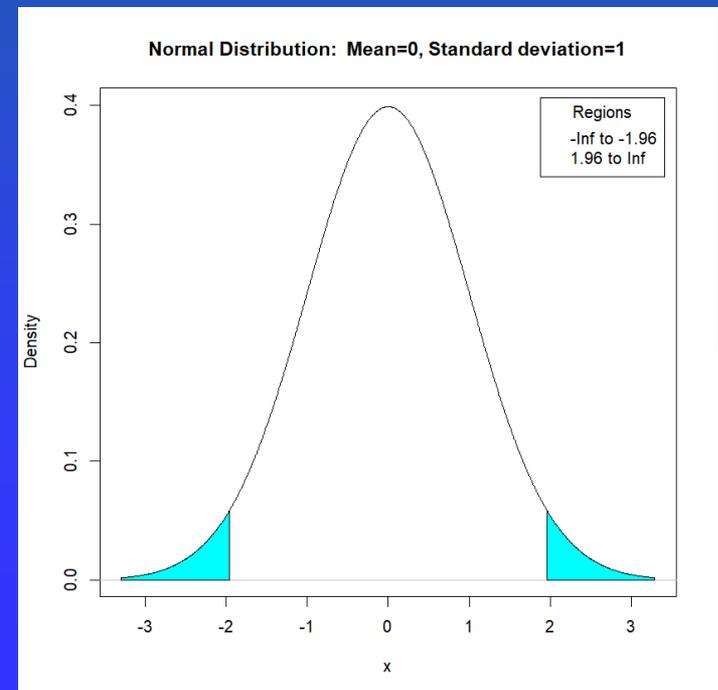
cuantiles ←

Regiones a Rellenar (especifique una o dos, o deje en blanco)

Región 1: desde a color cyan

Región 2: desde a color cyan

Posición del texto



Inverso de la Normal (0,1)

Ejercicios: Realizar en RCMDR

- **1) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 1% del área de la curva:**
 - ◆ Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.01$
 $Z_{(0.99)} = 2.326$

- **2) Hallar el valor de Z tal que el área fuera del intervalo de $-Z$ a Z es igual a 0.01:**
 - ◆ Como es una curva simétrica: $\alpha/2 = 0.01/2=0.005$
 $Z_{(0.005)} = - 2.576$
 $Z_{(0.995)} = 2.576$

Distribución Normal (μ, σ)

- Esto Ok! para curva N (0,1) pero y si queremos usarlo en una población con $\mu \neq 0$ y $\sigma \neq 1$?
- No hay problema! Tipificamos el valor de x en nuestra distribución Normal con la fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Y procedemos a buscar la probabilidad para este valor determinado.
- Z no es más que el número de desviaciones estándares a la que se encuentra x de μ .

Distribución de la media

- Al muestrear repetidamente una población, obtenemos la distribución de sus \bar{x} .
- Distribución de la media es Normal e independiente de la distribución de la Población.
- μ de población de las medias \bar{x} de tamaño n es igual a la μ de población original, y la varianza es $1/n$ de varianza poblacional :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2/n$$

Teorema Central del Límite

El teorema central del límite (TCL) es una teoría estadística que establece que, dada una muestra aleatoria suficientemente grande de la población, la distribución de las medias muestrales seguirá una distribución normal.

Ejercicios de la Normal

- Realizar los 5 ejercicios del primer documento en Word
- Realizar los ejercicios del segundo documento en pdf desde el 3 al 10