

ESTRUCTURAS I

Ing. Alejandro Velastegui Cáceres MsC.

VIGAS HIPERESTATICAS

ejercicio2

VIGA ESTATICAMENTE INDETERMINADA

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE EN LA VIGA

Por simetría definimos:

$$R_{AY} = R_{BY}$$

$$M_A = M_B$$

$$\sum F_Y = 0 \uparrow + \downarrow -$$

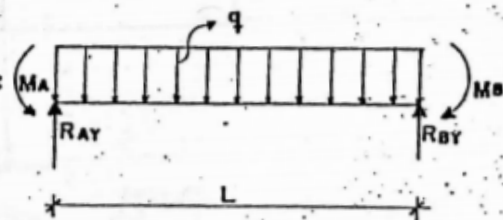
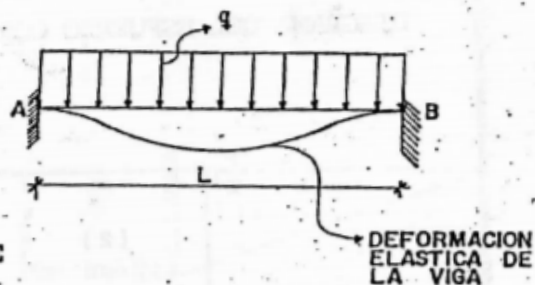
$$R_{AY} + R_{BY} - (q)(L) = 0 ; 2R_{AY} = (q)(L) ;$$

$$R_{AY} = \frac{q \cdot L}{2} = R_{BY}$$

$$\sum M_B = 0 \left(\begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right)$$

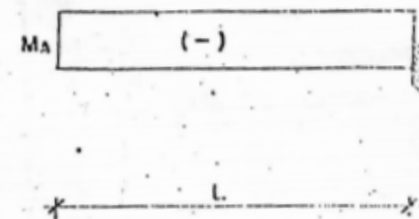
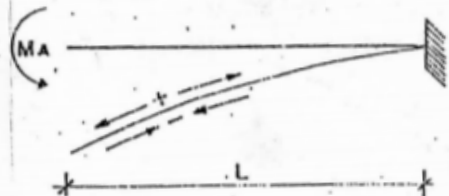
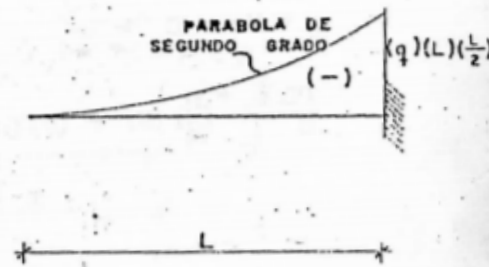
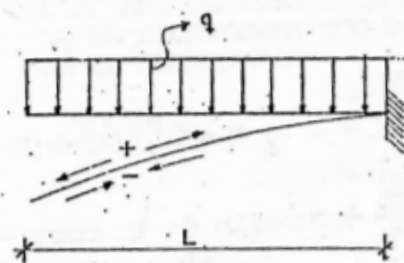
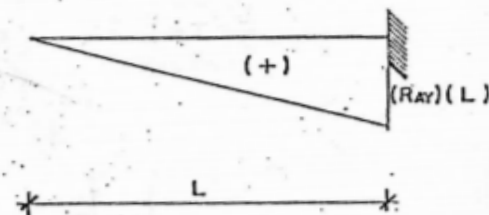
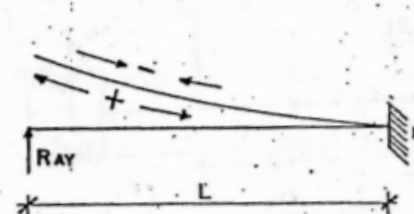
$$-(R_{AY})(L) + (q)(L)\left(\frac{L}{2}\right) + M_A - M_B = 0 ; R_{AY} = \frac{q \cdot L}{2}$$

Las tangentes a la deformación elástica de la viga en los extremos empotrados "A" y "B", coinciden con la posición original de la viga antes de la deformación, deduciéndose por lo tanto que el ángulo entre



dichas tangentes es CERO..

DIAGRAMA DE MOMENTOS POR PARTES



Aplicando el primer teorema del área de momentos tenemos:

$$(RAY) (L) (L) \left(\frac{1}{2}\right) - (q) (L) \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{1}{3}\right) - (MA) (L) = \ominus_{A-B} EI = 0$$

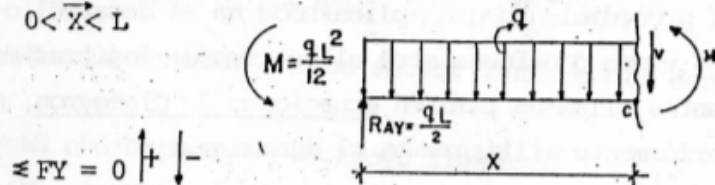
Sabiendo que: $RAY = RBY = \frac{q \cdot L}{2}$; Tenemos:

$$MA = \frac{q L^2}{4} - \frac{q L^2}{6} ; \quad MA = \frac{q L^2}{12}$$

Por simetría: $MA = MB = \frac{q L^2}{12}$

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE
EN EL SECCIONAMIENTO PA
RA EL INTERVALO

$$0 < X < L$$



$$\frac{q \cdot L}{2} - (q)(X) - V = 0 ; \quad V = \frac{q \cdot L}{2} - (q)(X) \text{ -ecuación de la recta-}$$

Dando valores:

V	X
$\frac{q \cdot L}{2}$	0
$-\frac{q \cdot L}{2}$	L

$$\sum Mc = 0 \quad (+ \quad -)$$

$$- \left(\frac{q \cdot L}{2} \right) (X) + (q) (X) \left(\frac{X}{2} \right) + \frac{q L^2}{12} + M = 0 ;$$

$$M = \left(\frac{q \cdot L}{2} \right) (X) - \frac{(q)(X^2)}{2} - \frac{q L^2}{12} \text{ -parábola de segundo grado-}$$

Dando valores:

M	X
$-\frac{q L^2}{12}$	0
$-\frac{q L^2}{12}$	L

Análisis del punto en el cual la magnitud del cortante se hace CERO y el momento es MAXIMO

$$M = \left(\frac{q \cdot L}{2} \right) (X) - \frac{(q)(X^2)}{2} - \frac{q L^2}{12} ; \quad \frac{dM}{dX} = \frac{q \cdot L}{2} - (q)(X) = V$$

$$\text{Si: } V = 0$$

$$\frac{q \cdot L}{2} - (q)(X) = 0 ; \quad X = \frac{L}{2}$$

$$M_{MAX} = \left(\frac{q \cdot L}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \right) - \frac{(q) \left(\frac{L}{2} \right)^2}{2} - \frac{q L^2}{12} ; \quad M_{MAX} = \frac{q L^2}{24}$$

DIAGRAMA DEL ESFUERZO CORTANTE

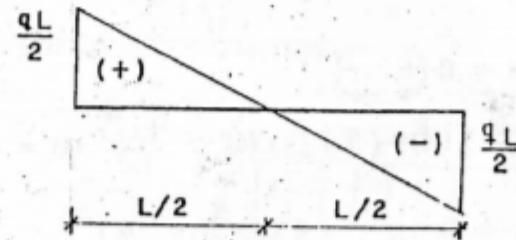
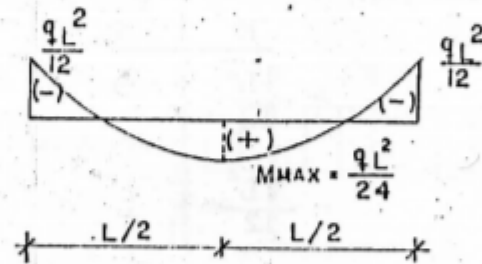


DIAGRAMA DEL MOMENTO FLECTOR



OBSERVACION:

Debemos tener presente que las vigas sometidas al a poyo de empotramiento perfecto no pueden girar en ese punto, encontrándose sujetas rígidamente, mientras que los ejes de vigas sustentados en apoyos de articulación o de rodillo, no tienen impedimento al giro.