



Relaciones Binarias y Funciones

Relación Binaria

Dados dos conjuntos A y B, una relación binaria R de A a B es determinada por un subconjunto

$$R \subseteq A \times B$$

- Una relación se representa $R: A \rightarrow B$ donde A es el **conjunto de salida** y B el **conjunto de llegada**
- Se dice que “aRb” si y solo si $(a, b) \in R$
- Si $A=B$, se dice que R es una relación en A

Toda relación tiene un dominio, Dom_R , que son los valores del *conjunto de salida* x, que están relacionados con el *conjunto de llegada* y, a los que llamaremos $Imag_R$

Ejemplos:

Dados los conjuntos $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ encontrar las siguientes relaciones

Ejemplo 1: $R_1 = \{(x, y) \in A \times B / y = x + 2\}$

Sol. $R_1 = \{(-1, 1); (0, 2); (1, 3); (2, 4); (3, 5)\}$

Ejemplo 2:

$$R_2 = \{(x, y) \in A \times B; y = x^2\}$$

Sol. $R_2 = \{(-1, 1); (1, 1); (2, 4)\}$

Funciones

Sea $A, B \subseteq R$ no vacíos, e llama **función f** a una relación de A en B y se denota $f: A \rightarrow B$ si:

$$\forall x \in A \exists y \in B \text{ tal que } y = f(x)$$

El conjunto A representa el dominio de la función y la representamos Dom_f , a los elementos de B que tienen correspondencia con los de A, se les llama conjunto recorrido o imagen de la función y se lo representa con Im_f

NOTA: De acuerdo con el tipo de relación, se dice que una *relación binaria es función* si:

- Si a cada elemento del Dominio le corresponde un solo elemento del Recorrido (**Uno a Uno**)
- Si a varios elementos del Dominio de un solo elemento del Recorrido (**Varios a uno**)



OBSERVACIÓN

Gráficamente una *expresión es función* si al trazar rectas verticales a la gráfica cortan la misma en un sólo punto

Ejemplo 1:

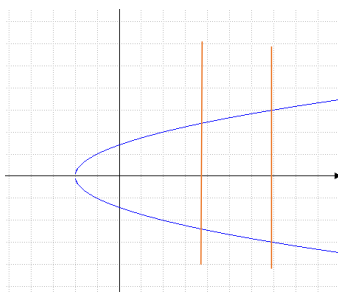
Indique si la expresión dada representa una función:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y \rightarrow \sqrt{x+2}$$

Graficamos dando valores de x a la función $f(x) = \sqrt{x+2}$

x	$y = f(x)$	(x,y)
-2	± 0	
-1	± 1	
0	± 1.41	
1	± 1.73	
2	± 2	



Sol. Como podemos ver las rectas verticales cortan en más de un punto la parábola por lo tanto la expresión dada *no representa una función*.

Ejercicio 1: (Resolver)

Comprobar si la expresión dada representa una función y analice el tipo de correspondencia de sus elementos

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y \rightarrow f(x) = 3$$

x	y	(x,y)
-2	3	
-1	3	
0	3	
1	3	
2	3	

NOTA: Considere que:

Si la relación va de varios a uno, la expresión representa una función

Si la relación va de uno a uno, la expresión representa una función.

.



Criterios para hallar el dominio

- 1) **Cuando la función tiene denominador**, es decir la función es de la forma $f(x) = \frac{N}{D}$, en este caso el denominador debe ser distinto de cero $D \neq 0$, Por lo tanto:

$$Dom_f = \mathbb{R} - \{x/D = 0\}$$

- 2) **Cuando la función tiene una raíz de índice par**, es decir la función es de la forma $f(x) = \sqrt{E}$, en este caso la cantidad subradical debe ser mayor o igual que cero.

$$Dom_f = \{x/E \geq 0\}$$

Ejemplos

1. Hallar el dominio de las siguientes funciones.

$$f(x) = \frac{x^2+7x-8}{x^2-5x+6}$$

Voy a encontrar los valores para los cuales el denominador se hace cero

$$x^2-5x+6=0$$

$$(x-3)(x-2)=0$$

$$x=3; x=2$$

Entonces el $Dom_f: \mathbb{R} - \{3, 2\}$

2. Hallar el dominio de la siguiente función.

$$f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2+5x-6}}$$

Analicemos para que valores la cantidad subradical es mayor o igual a cero ya que la raíz cuadrada no admite valores de x negativos

$$\frac{4-x^2}{x^2+5x-6} \geq 0$$

Hallamos los puntos críticos de la desigualdad para representarlos en la recta numérica

$$4-x^2=0$$

$$x^2+5x-6=0$$

$$(2+x)(2-x)=0$$

$$(x+6)(x-1)=0$$

$$x=-2; x=2$$

$$x=-6; x=1$$



	$-\infty$	-6	-2	1	2	∞
$(2 + x)$	-	-	+	+	+	+
$(2 - x)$	+	+	+	+	-	-
$(x + 6)$	-	+	+	+	+	+
$(x - 1)$	-	-	-	+	+	+
signos	-	+	-	+	+	-

Una vez analizado los signos de la función para cada factor del numerador y denominador, consideramos en que intervalo los *signos* son mayores que cero, es decir, positivos y escribimos la solución

$$Dom_f =]-6, -2] \cup]1, 2]$$

Criterios para hallar el recorrido

Son los mismos criterios que debemos tener en cuenta para hallar el Dominio de una función con la particularidad que debemos primero despejar utilizando procesos algebraicos *x en función de y*.

Ejemplo

Hallar el recorrido de la siguiente función

$$f(x) = \frac{3x + 2}{2x - 5}$$

$$y = \frac{3x + 2}{2x - 5}$$

$$2xy - 5y = 3x + 2$$

$$2xy - 3x = 5y + 2$$

$$x(2y - 3) = 5y + 2$$

$$x = \frac{5y + 2}{2y - 3}$$

Entonces el denominador no puede ser cero=

$$2y - 3 = 0$$

$$y = \frac{3}{2}$$

El recorrido de la función es: $Recf(x): R - \left\{\frac{3}{2}\right\}$