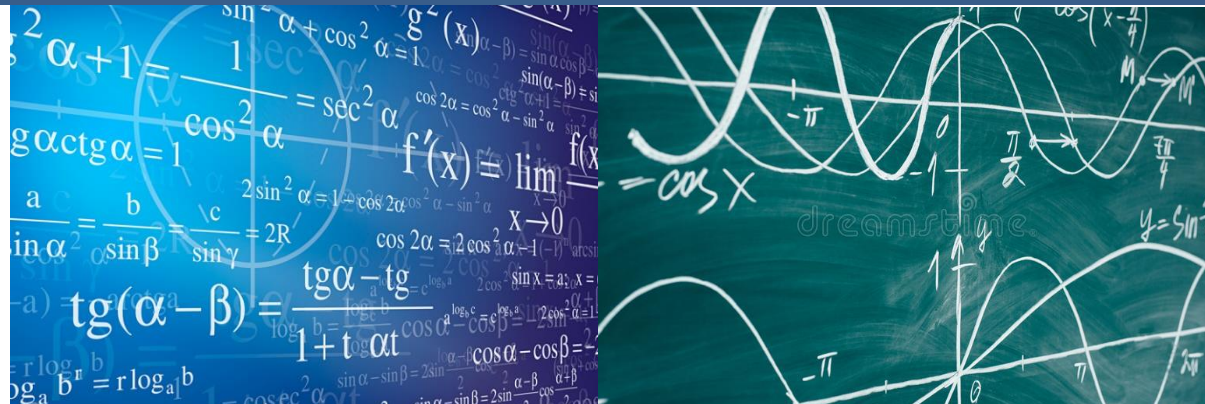


UNIDAD 1:

ERRORES Y SOFTWARE DE CALCULO

Lenin Orozco

MÉTODOS NUMÉRICOS

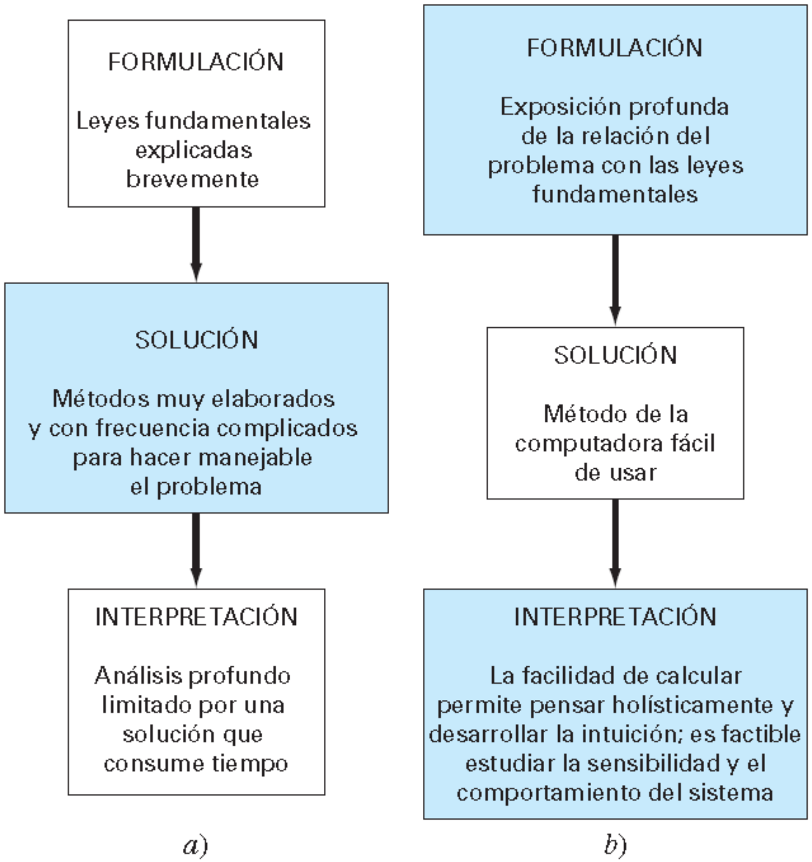
ESCUELA DE INGENIERIA AMBIENTAL

UNACH

ERRORES Y SOFTWARE CÁLCULO

UNIDADES TEMÁTICAS	HORAS			SEMANA
	Docencia	Aprendizaje y Experimentación	Trabajo Autónomo	
1.1. Definición e importancia de los Métodos numéricos	4	2	4	1
1.2. Errores de redondeo y aritmética computacional	4	2	4	2
1.3. Software de cómputo numérico	4	2	4	3

MODELOS, COMPUTADORAS Y ANÁLISIS DE ERROR



Las tres fases en la solución de problemas en ingeniería en *a*) la era anterior a las computadoras y *b*) la era de las computadoras.
Los tamaños de los recuadros indican el nivel de importancia que se presenta en cada fase. Las computadoras facilitan la implementación de técnicas de solución y, así, permiten un mayor interés sobre los aspectos creativos en la formulación de problemas y la interpretación de los resultados.

MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA PRACTICA DE INGENIERÍA

1. Los métodos numéricos son herramientas muy poderosas para la solución de problemas. Son capaces de manipular sistemas de ecuaciones grandes, manejar no linealidades y resolver geometrías complicadas, comunes en la práctica de la ingeniería y, a menudo, imposibles de resolver en forma analítica. Por lo tanto, aumentan la habilidad de quien los estudia para resolver problemas.

2. En el transcurso de su carrera, es posible que el lector tenga la oportunidad de utilizar paquetes disponibles comercialmente, o programas "enlatados" que contengan métodos numéricos. El uso eficiente de estos programas depende del buen entendimiento de la teoría básica en que se basan tales métodos.

3. Hay muchos problemas que no pueden resolverse con programas "enlatados". Si usted es conocedor de los métodos numéricos y es hábil en la programación de computadoras, entonces tiene la capacidad de diseñar sus propios programas para resolver los problemas, sin tener que comprar un *software* costoso.

MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA PRACTICA DE INGENIERÍA

4. Los métodos numéricos son un vehículo eficiente para aprender a servirse de las computadoras. Es bien sabido que una forma efectiva de aprender programación consiste en escribir programas para computadora. Debido a que la mayoría de los métodos numéricos están diseñados para usarlos en las computadoras, son ideales para tal propósito.

5. Los métodos numéricos son un medio para reforzar su comprensión de las matemáticas, ya que una de sus funciones es convertir las matemáticas superiores en operaciones aritméticas básicas, de esta manera se puede profundizar en los temas que de otro modo resultarían oscuros. Esta perspectiva dará como resultado un aumento de su capacidad de comprensión y entendimiento en la materia.

ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

1. *Raíces de ecuaciones*. Estos problemas se relacionan con el valor de una variable o de un parámetro que satisface una ecuación no lineal.

2. *Sistemas de ecuaciones algebraicas lineales*. En esencia, se trata de problemas similares a los de raíces de ecuaciones, en el sentido de que están relacionados con valores que satisfacen ecuaciones. Sin embargo, en lugar de satisfacer una sola ecuación, se busca un conjunto de valores que satisfaga simultáneamente un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales.

3. *Optimización*. En estos problemas se trata de determinar el valor o los valores de una variable independiente que corresponden al "mejor" o al valor óptimo de una función. De manera que, como se observa en la figura, la optimización considera la identificación de máximos y mínimos.

ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

4. *Ajuste de curvas.* A menudo se tendrá que ajustar curvas a un conjunto de datos representados por puntos. Las técnicas desarrolladas para tal propósito se dividen en dos categorías generales: regresión e interpolación. La primera se emplea cuando hay un significativo grado de error asociado con los datos; con frecuencia los datos experimentales son de este tipo. Para estas situaciones, la estrategia es encontrar una curva que represente la tendencia general de los datos, sin necesidad de tocar los puntos individuales. En contraste, la interpolación se utiliza cuando el objetivo es determinar valores intermedios entre datos que estén, relativamente, libres de error.

5. *Integración*. Como hemos representado gráficamente, la interpretación de la integración numérica es la determinación del área bajo la curva.

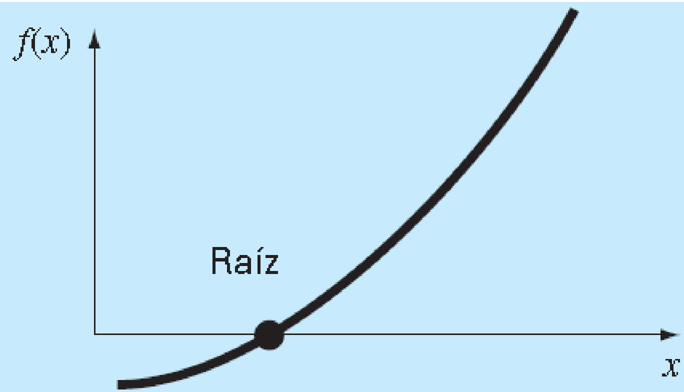
ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

6. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Éstas tienen una enorme importancia en la práctica de la ingeniería, lo cual se debe a que muchas leyes físicas están expresadas en términos de la razón de cambio de una cantidad, más que en términos de la cantidad misma. Entre los ejemplos tenemos desde los modelos de predicción demográfica (razón de cambio de la población), hasta la aceleración de un cuerpo que cae (razón de cambio de la velocidad).

7. *Ecuaciones diferenciales parciales*. Las ecuaciones diferenciales parciales sirven para caracterizar sistemas de ingeniería, en los que el comportamiento de una cantidad física se expresa en términos de su razón de cambio con respecto a dos o más variables independientes. Entre los ejemplos tenemos la distribución de temperatura en estado estacionario sobre una placa caliente (espacio bidimensional) o la temperatura variable con el tiempo de una barra caliente (tiempo y una dimensión espacial).

ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

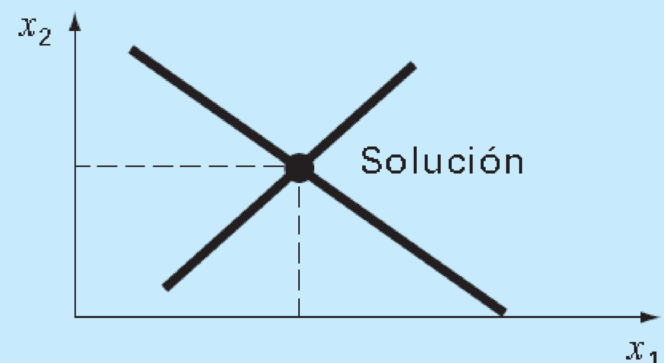
a) *Parte 2*: Raíces de ecuaciones
Resuelva $f(x) = 0$ para x.



b) *Parte 3*: Sistema de ecuaciones algebraicas lineales
Dadas las a's y las c's, resolver

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = c_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = c_2$$

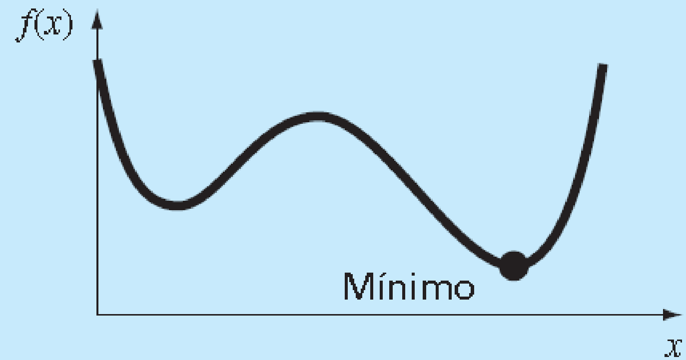
para las x's.



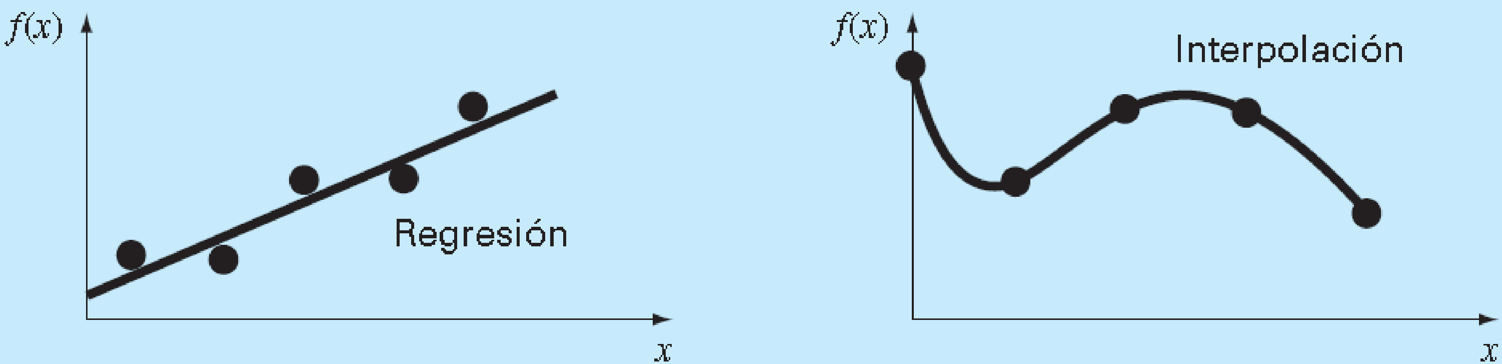
ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

c) *Parte 4*: Optimización

Determine la x que da el óptimo de $f(x)$.



d) *Parte 5*: Ajuste de curvas

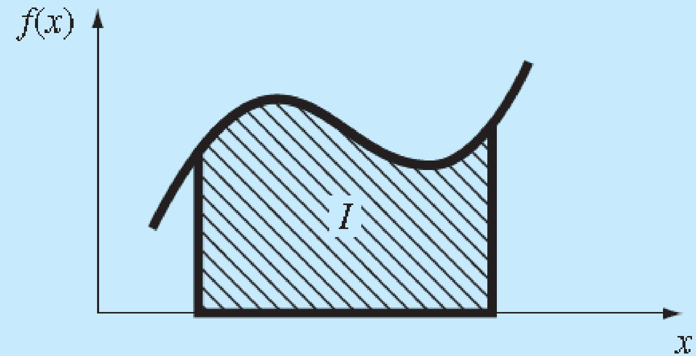


ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

e) *Parte 6*: Integración

$I = \int_a^b f(x)\, dx$

Encuentre el área bajo la curva.



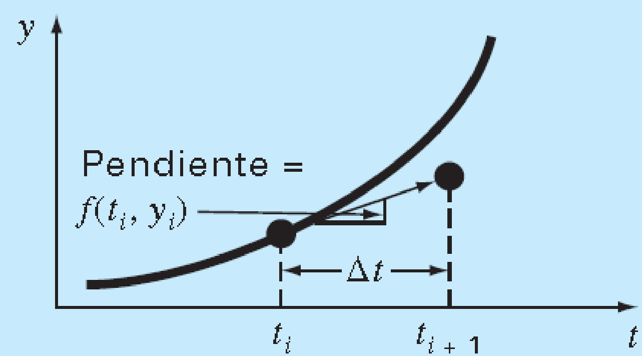
f) *Parte 7*: Ecuaciones diferenciales ordinarias

Dada

$$\frac{dy}{dt} \simeq \frac{\Delta y}{\Delta t} = f(t, y)$$

resolver para y como función de t.

$$y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i)\,\Delta t$$



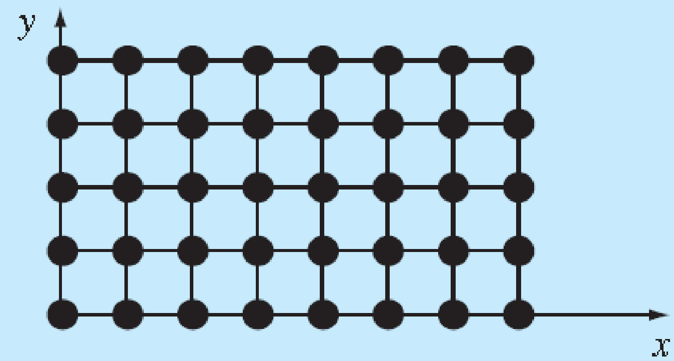
ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

g) Parte 8: Ecuaciones diferenciales parciales

Dada

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$$

determine u como función de x y y



MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Un *modelo matemático* se define, de manera general, como una formulación o una ecuación que expresa las características esenciales de un sistema físico o de un proceso en términos matemáticos. En general, el modelo se representa mediante una relación funcional de la forma:

$$\begin{matrix}\text{Variable}\\ \text{dependiente}\end{matrix} = f\left(\begin{matrix}\text{variables}\\ \text{independientes}\end{matrix}, \text{parámetros}, \begin{matrix}\text{funciones}\\ \text{de fuerza}\end{matrix}\right)$$

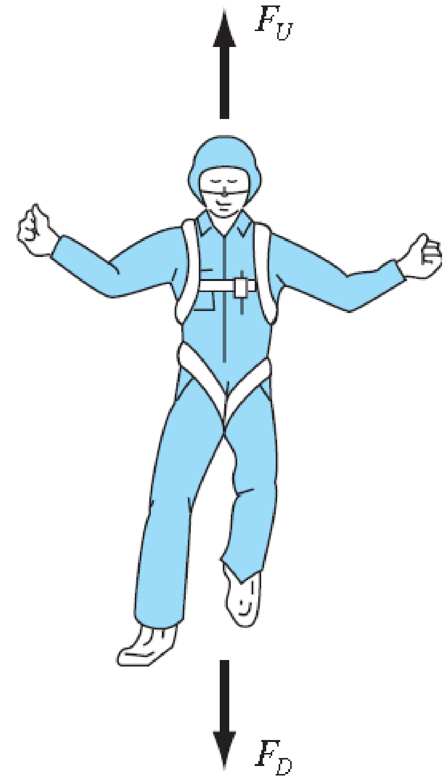
la *variable dependiente* es una característica que generalmente refleja el comportamiento o estado de un sistema; las *variables independientes* son, por lo común, dimensiones tales como tiempo y espacio, a través de las cuales se determina el comportamiento del sistema; los *parámetros* son el reflejo de las propiedades o la composición del sistema; y las *funciones de fuerza* son influencias externas que actúan sobre el sistema.

MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

La expresión matemática, o el modelo, de la segunda ley es la ya conocida ecuación

$$F = ma$$

1. Describe un proceso o sistema natural en términos matemáticos.
2. Representa una idealización y una simplificación de la realidad. Es decir, ignora los detalles insignificantes del proceso natural y se concentra en sus manifestaciones esenciales.
3. Finalmente, conduce a resultados reproducibles y, en consecuencia, llega a emplearse con la finalidad de predecir.



MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Si en el experimento lo que se requiere representar es la velocidad en función del tiempo atendiendo a los parámetros de la caída, se obtendría la ecuación:

$$v(t) = \frac{gm}{c}(1 - e^{-(c/m)t})$$

A la ecuación mostrada se le llama *solución analítica* o *exacta* ya que satisface con exactitud la ecuación diferencial original. Por desgracia, hay muchos modelos matemáticos que no pueden resolverse con exactitud.

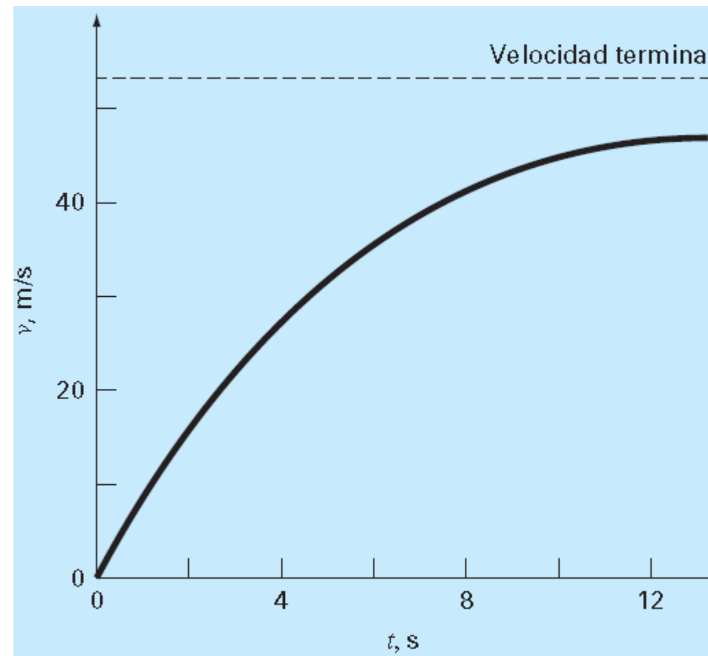
MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Planteamiento del problema. Un paracaidista con una masa de 68.1 kg salta de un globo aerostático fijo. Aplique la ecuación (1.10) para calcular la velocidad antes de que se abra el paracaídas. Considere que el coeficiente de resistencia es igual a 12.5 kg/s.

Solución. Al sustituir los valores de los parámetros en la ecuación (1.10) se obtiene

$$v(t) = \frac{9.8(68.1)}{12.5}\left(1 - e^{-(12.5/68.1)t}\right) = 53.39\left(1 - e^{-0.18355t}\right)$$

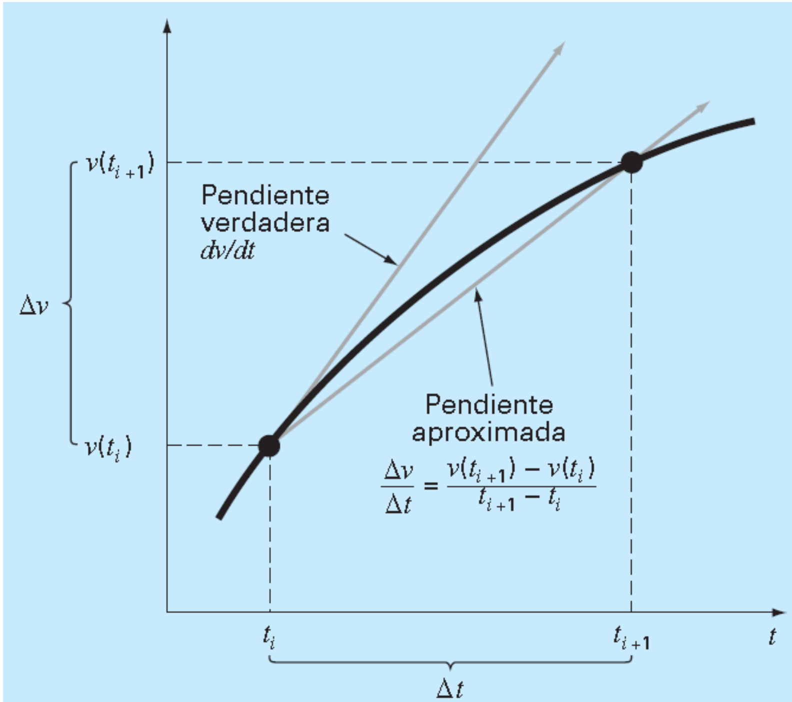
t, s	v, m/s
0	0.00
2	16.40
4	27.77
6	35.64
8	41.10
10	44.87
12	47.49
∞	53.39



MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Como ya se mencionó, los *métodos numéricos* son aquellos en los que se reformula el problema matemático para lograr resolverlo mediante operaciones aritméticas.

$$\frac{dv}{dt} \cong \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$



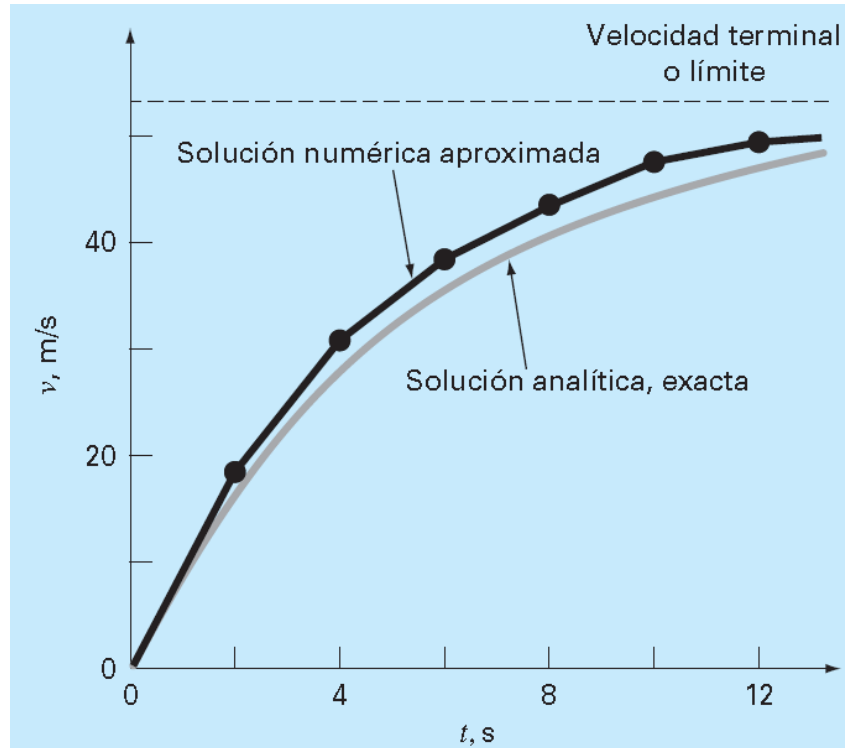
MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Esta ecuación se reordena para obtener

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + \left[g - \frac{c}{m} v(t_i)\right](t_{i+1} - t_i)$$

$$v = 0 + \left[9.8 - \frac{12.5}{68.1}(0)\right]2 = 19.60 \text{ m/s}$$

$$v = 19.60 + \left[9.8 - \frac{12.5}{68.1}(19.60)\right]2 = 32.00 \text{ m/s}$$

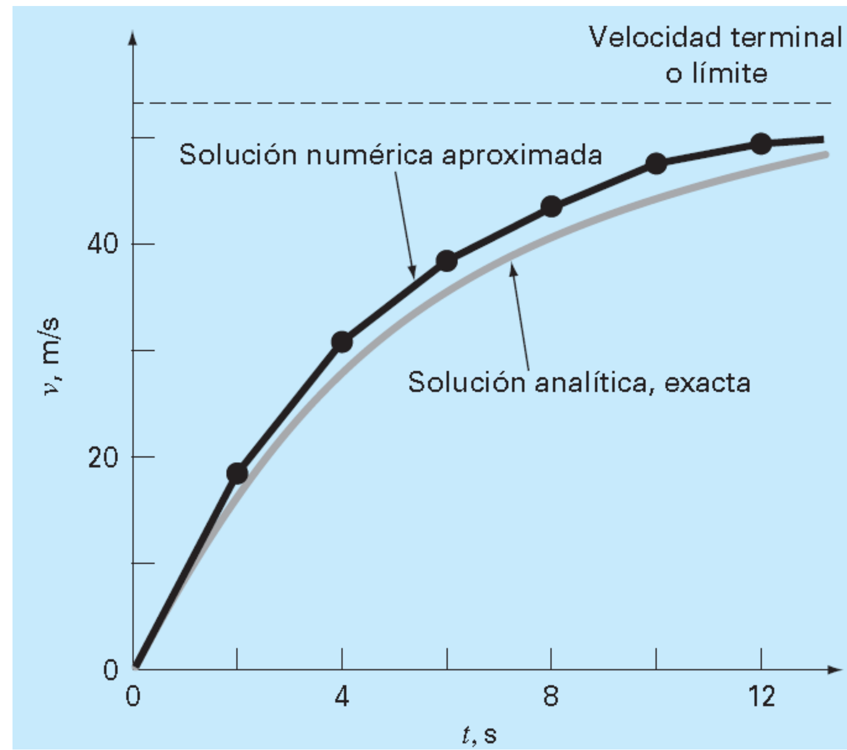


MODELOS MATEMÁTICOS Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Esta ecuación se reordena para obtener

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + \left[g - \frac{c}{m}v(t_i)\right](t_{i+1} - t_i)$$

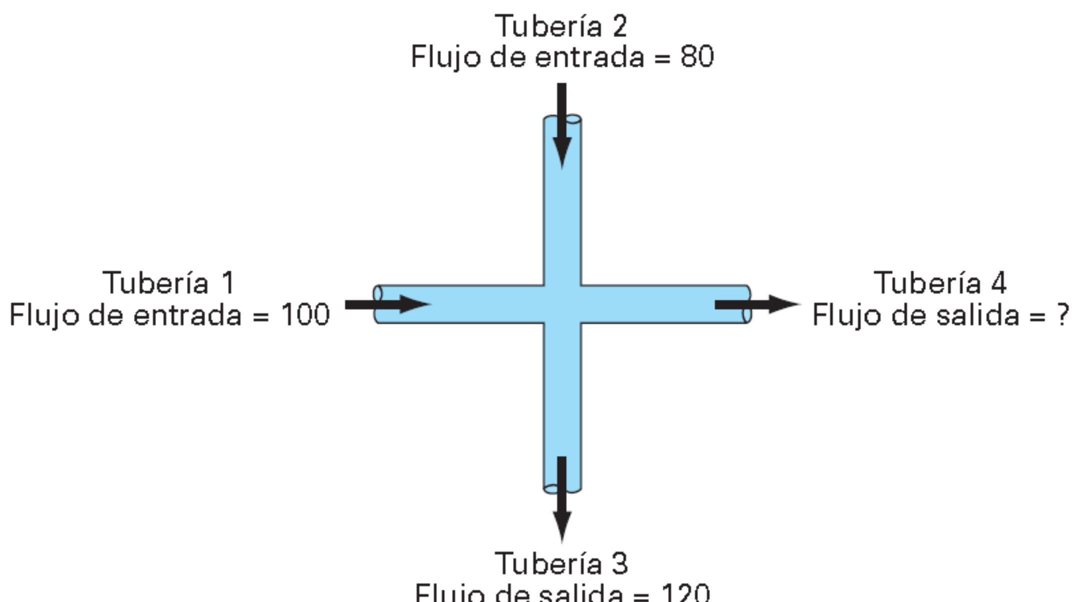
t, s	*v*, m/s
0	0.00
2	19.60
4	32.00
6	39.85
8	44.82
10	47.97
12	49.96
∞	53.39



LEYES DE CONSERVACIÓN E INGENIERÍA

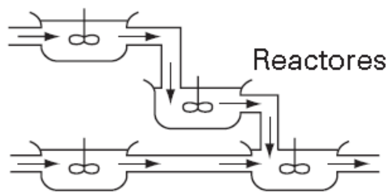
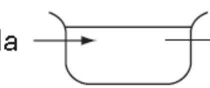
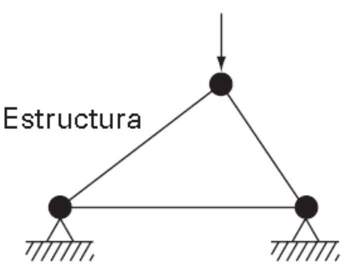
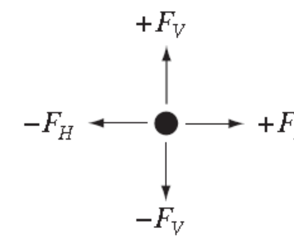
Las leyes de la conservación en la ciencia y en la ingeniería conceptualmente son fáciles de entender, puesto que se pueden reducir a:

$$\text{Cambio} = \text{incremento} - \text{decremento}$$



LEYES DE CONSERVACIÓN E INGENIERÍA

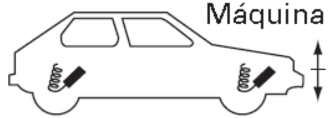
Dispositivos y tipos de balances que se usan comúnmente en las cuatro grandes áreas de la ingeniería.

Campo	Dispositivo	Principio aplicado	Expresión matemática
Ingeniería química		Conservación de la masa	Balance de la masa:  En un periodo Δmasa = entradas − salidas
Ingeniería civil		Conservación del *momentum*	Equilibrio de fuerzas:  En cada nodo Σ fuerzas horizontales $(F_H) = 0$ Σ fuerzas verticales $(F_V) = 0$

ERRORES Y SOFTWARE CÁLCULO

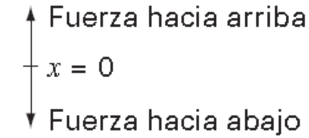
LEYES DE CONSERVACIÓN E INGENIERÍA

Ingeniería mecánica



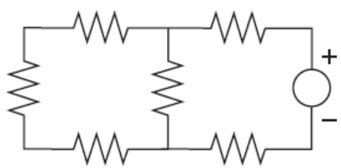
Conservación del *momentum*

Equilibrio de fuerzas:



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \text{Fuerza hacia abajo} - \text{fuerza hacia arriba}$$

Ingeniería eléctrica

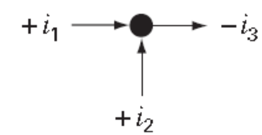


Circuito

Conservación de la carga

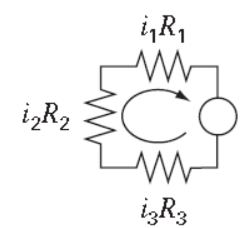
Balance de corriente:

En cada nodo
Σ corriente (i) = 0



Conservación de la energía

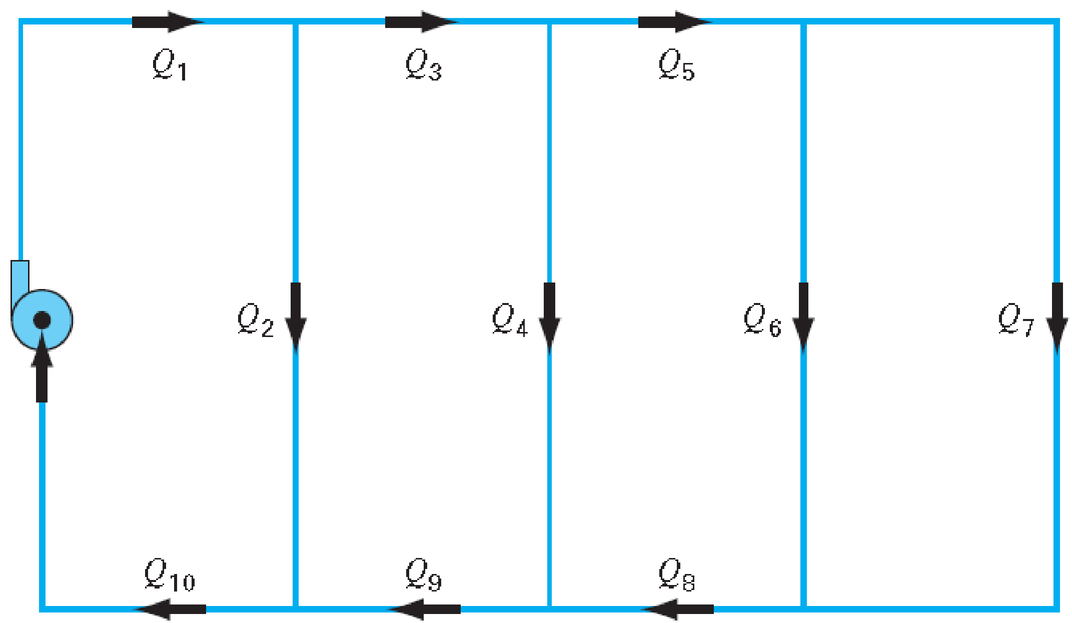
Balance de voltaje:



Alrededor de cada malla
Σ fems – Σ caída de potencial en los resistores = 0
$\Sigma\,\xi - \Sigma\, iR = 0$

EJEMPLOS

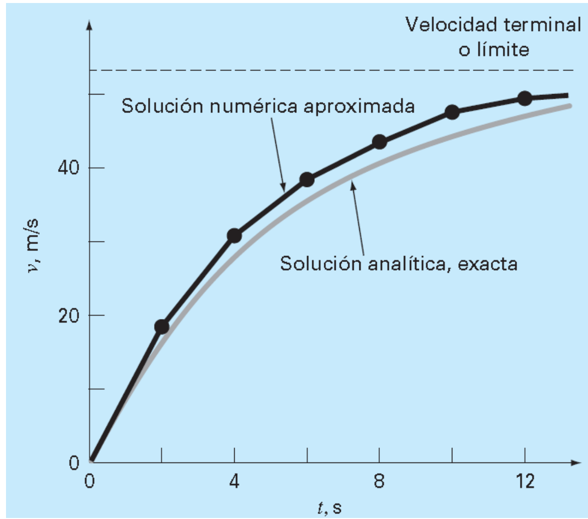
Se bombea un fluido por la red que se ilustra en la figura. Si $Q2 = 0.6$, $Q3 = 0.4$, $Q7 = 0.2$ y $Q8 = 0.3$ m³/s, determine los otros flujos.



APROXIMACIONES Y ERRORES DE REDONDEO

En muchos problemas de aplicación en ingeniería no es posible obtener la solución analítica; por lo tanto, no se pueden calcular con exactitud los errores en nuestros métodos numéricos. En tales casos debemos usar aproximaciones o estimaciones de los errores.

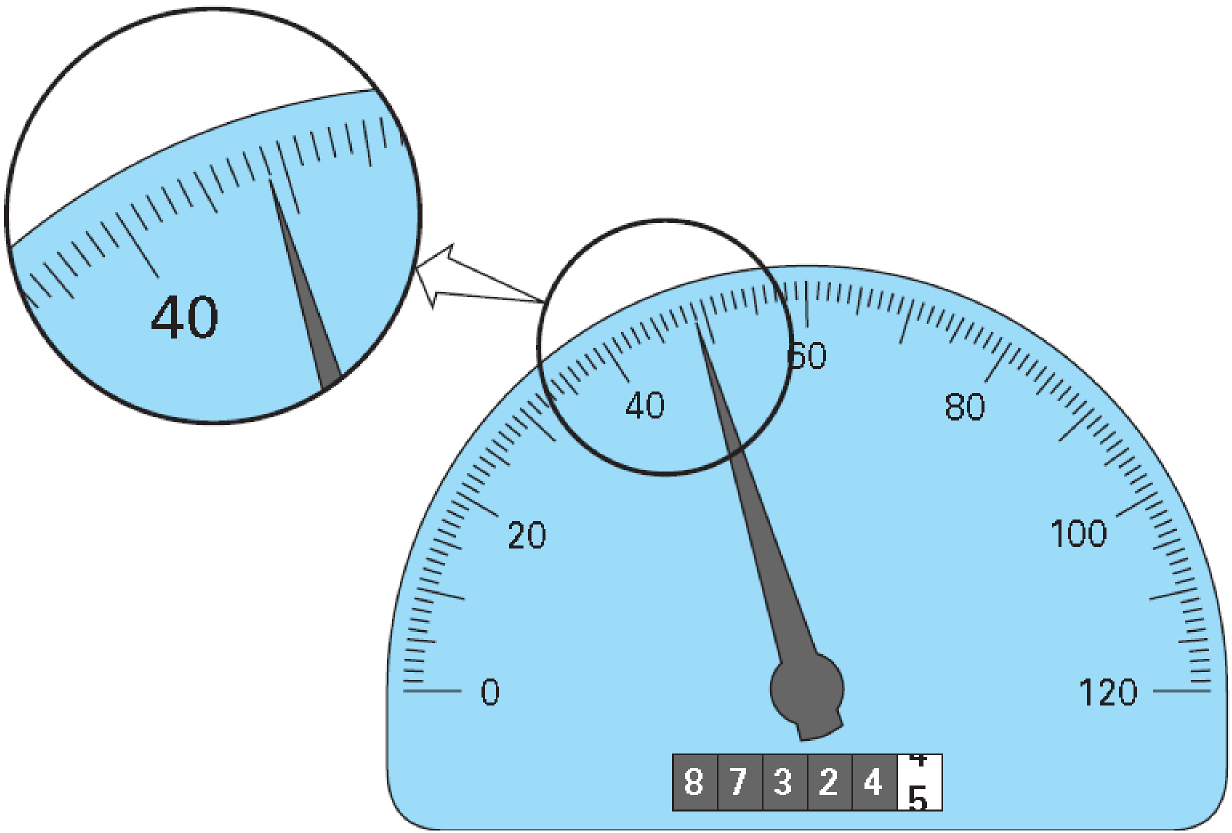
- Primero cuantificación de los errores.
- Errores de redondeo, en los cálculos tan sólo se representa cantidades con un número finito de dígitos.
- Los *errores de truncamiento* representan la diferencia entre una formulación matemática exacta de un problema y su aproximación obtenida por un método numérico.
- Otros: errores de formulación o del modelo, y la incertidumbre en la obtención de los datos, entre otros



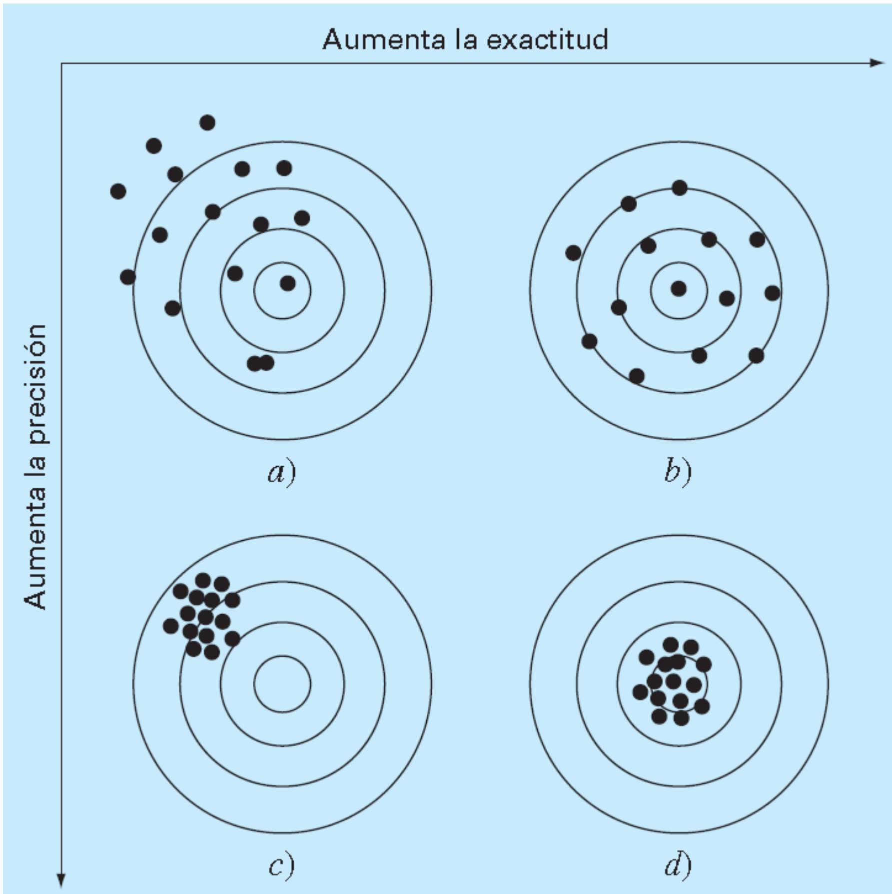
CIFRAS SIGNIFICATIVAS

El concepto de cifras o dígitos significativos se ha desarrollado para designar formalmente la confiabilidad de un valor numérico. Las *cifras significativas* de un número son aquellas que pueden utilizarse en forma confiable. Se trata del número de dígitos que se ofrecen con certeza

CIFRAS SIGNIFICATIVAS



EXACTITUD Y PRECISIÓN



Un ejemplo de puntería ilustra los conceptos de exactitud y precisión:

a) Inexacto e impreciso
b) exacto e impreciso
c) inexacto y preciso
d) exacto y preciso

DEFINICIONES DE ERROR

Los errores numéricos surgen del uso de aproximaciones para representar operaciones y cantidades matemáticas exactas.

Incluyen:

- Los *errores de truncamiento:* empleo de aproximaciones como un procedimiento matemático exacto.
- Los *errores de redondeo:* se producen cuando se usan números que tienen un límite de

cifras significativas para representar números exactos.

La relación entre el resultado exacto, o verdadero, y el aproximado está dada por:

$$\text{Valor verdadero} = \text{Valor aproximado} + \text{error} \qquad (1)$$

$$E_t = \text{valor verdadero} - \text{valor aproximado} \qquad (2)$$

DEFINICIONES DE ERROR

Una desventaja en esta definición es que no toma en consideración el orden de la magnitud del valor que se estima. Por ejemplo, un error de un centímetro es mucho más significativo si se está midiendo un remache en lugar de un puente. Una manera de tomar en cuenta las magnitudes de las cantidades que se evalúan consiste en normalizar el error respecto al valor verdadero, es decir:

$$\text{Error relativo fraccional verdadero} = \frac{\text{error verdadero}}{\text{valor verdadero}}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\text{error verdadero}}{\text{valor verdadero}} 100\% \qquad (3)$$

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLO:

Suponga que se tiene que medir la longitud de un puente y la de un remache, y se obtiene 9 999 y 9 cm, respectivamente. Si los valores verdaderos son 10 000 y 10 cm, calcule *a*) el error verdadero y *b*) el error relativo porcentual verdadero en cada caso.

DEFINICIONES DE ERROR

En los métodos numéricos, el valor verdadero sólo se conocerá cuando se tengan funciones que se resuelvan analíticamente.

$$\varepsilon_t = \frac{\text{error verdadero}}{\text{valor verdadero}} 100\% \tag{3}$$

Sin embargo, en muchas aplicaciones reales, no se conoce *a priori* la respuesta verdadera. Entonces en dichos casos, una alternativa es normalizar el error, usando la mejor estimación posible al valor verdadero; es decir, para la aproximación misma.

$$\varepsilon_a = \frac{\text{error aproximado}}{\text{valor aproximado}} 100\% \tag{4}$$

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproximación actual} - \text{aproximación anterior}}{\text{aproximación actual}} 100\% \tag{5}$$

DEFINICIONES DE ERROR

A menudo, cuando se realizan cálculos, no importa mucho el signo del error, sino más bien que su valor absoluto porcentual sea menor que una tolerancia porcentual prefijada. Por lo tanto:

$$|\varepsilon_a| < \varepsilon_s \tag{6}$$

Si se cumple la relación anterior, entonces se considera que el resultado obtenido está dentro del nivel aceptable fijado previamente.

Es conveniente también relacionar estos errores con el número de cifras significativas en la aproximación. Se tendrá la seguridad que el resultado es correcto en *al menos n* cifras significativas con la siguiente expresión:

$$\varepsilon_s = (0.5 \times 10^{2-n})\% \tag{7}$$

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLO:

En matemáticas con frecuencia las funciones se representan mediante series infinitas. Por ejemplo, la función exponencial se calcula usando

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

Así cuanto más términos se le agreguen a la serie, la aproximación será cada vez más una mejor estimación del valor verdadero de e^x. La ecuación se conoce como *expansión en series de Maclaurin*. Empezando con el primer término $e^x = 1$ y agregando término por término, estime el valor de $e^{0,5}$. Después de agregar cada término, calcule los errores: relativo porcentual verdadero y normalizado a un valor aproximado usando las ecuaciones (3) y (5), respectivamente. Observe que el valor verdadero es $e^{0,5} = 1,648721 \ldots$ Agregue términos hasta que el valor absoluto del error aproximado ε_a sea menor que un criterio de error preestablecido ε_s con tres cifras significativas.

DEFINICIONES DE ERROR

Definiciones de error

Error verdadero	E_t = valor verdadero − valor aproximado
Error relativo porcentual verdadero	$\varepsilon_t = \dfrac{\text{valor verdadero} - \text{valor aproximado}}{\text{valor verdadero}} 100\%$
Error relativo porcentual aproximado	$\varepsilon_a = \dfrac{\text{aproximación presente} - \text{aproximación anterior}}{\text{aproximación presente}} 100\%$
Criterio de paro	Terminar los cálculos cuando $\varepsilon_a < \varepsilon_s$ donde ε_s es el error relativo porcentual deseado

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLO:

Evalúe e^{-5} con el uso de dos métodos

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

y

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots}$$

y compárelo con el valor verdadero de 6.737947×10^{-3}. Utilice 20 términos para evaluar cada serie y calcule los errores relativos aproximado y verdadero

DEFINICIONES DE ERROR

APROXIMADO:

Son aquellos con un valor cercano al verdadero con el detalle de que el grado de proximidad se determina por el error de cálculo. Ejm:

Altura de un edificio → 15,25m
Radio de la tierra → 6371 km
Masa de caja de fósforos → 10 gramos.

Un dato aproximado está relacionado con la precisión del instrumento de medida que se utilizó y/o capacidad de visión de quien realizó la medida. Ningún instrumento es absolutamente exacto, cada uno tiene su precisión es decir admite un error. Ejm: comparación pie de rey con micrómetro.

Notación:
a → número aproximado.
A → número exacto.

DEFINICIONES DE ERROR

REDONDEO

Reemplazar un número por otro que tiene una menor cantidad de cifras.

Reglas

a.- El último digito que se conserva se aumenta en 1 si el primer dígito descartado es mayor que 5

847,469 → 4 cifras =847,5

4931,367→ 5 cifras =4931,4

b.- Si el primer digito descartado es 5 o 5 seguido de ceros, el último digito que se conserva se incrementa en 1, solo si este es impar

39,75000 → 3 cifras =39.8

563,45000 → 4cifras = 563.4

DEFINICIONES DE ERROR

TRUNCAMIENTO

Consiste en omitir todas las cifras a partir de cierta posición.

39,7500 → 3 cifras = 39.7

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Precisión. - relacionada con la cantidad de números.

Exactitud. - relacionado con la cercanía de un valor aproximado con su valor real.

Son todas las cifras de un número a excepción de aquellos ceros que están puestos a la izquierda de la primera cifra distinta de cero.

0,000956 → 3 cifras

956,00 → 5 cifras

3,76*10 10 → 3 cifras

DEFINICIONES DE ERROR

CONDICIONES DE LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS

1.- Cuando hay un entero todas las cifras son significativas.
2.- Cuando un cero se encuentra entre dos cifras distintas, este también es considerado cifra significativa
Ejm: 1,05 →3 cifras significativas
3.- Cuando los ceros se usan solo para la ubicación de la coma no son significativas
Ejm: 0,009 → 1 cifras significativas
4.- Cuando los ceros están después de la coma, y antes de esta, están otras cifras, los ceros también son cifras significativas
Ejm: 17,00 → 4 cifras significativas
5.- Cuando tenemos cantidades grandes terminadas en ceros, estos pueden o no ser cifras significativas.
12300 → 5 o 3 cifras significativas (depende del grado de certidumbre)

DEFINICIONES DE ERROR

FORMAS DE EXPRESAR LOS ERRORES

Medidas	Errores absolutos	Errores relativos
3,01 s	3,01 - 3,12 = - 0,11 s	-0,11 / 3,12 = - 0,036 (- 3,6%)
3,11 s	3,11 -3,12 = - 0,01 s	-0,01 / 3,12 = - 0,003 (- 0,3%)
3,20 s	3,20 -3,12 = + 0,08 s	+0,08 / 3,12 = + 0,026 (+ 2,6%)
3,15 s	3,15 - 3,12 = + 0,03 s	+0,03 / 3,12 = + 0,010 (+ 1,0%)

Valor que se considera exacto:3.12 seg

DEFINICIONES DE ERROR

ERRORES EN LAS OPERACIONES

Errores de la suma y resta. Se conocen los errores absolutos: $\Delta a1, \Delta a2 \ldots\ldots \Delta an$. El error total de la suma y resta será: $\Delta a = \Delta a1 + \Delta a2 + \ldots + \Delta an$

Ejm:
Hallar A+B
Hallar A-B

$A = 748.3 \pm 0.1$ $B = 36.4 \pm 0.2$

DEFINICIONES DE ERROR

ERRORES EN LAS OPERACIONES

Error del producto.- Se requiere la aplicación de errores relativos. $\delta a = \delta a1 + \delta a2$

Ejm.
Hallar el producto exacto A*B

$A = 583.49 \pm 0.01$ $B = 79.325 \pm 0.002$

DEFINICIONES DE ERROR

ERRORES EN LAS OPERACIONES

Error del cociente.- Se requiere la aplicación de errores relativos. $\delta a = \delta a 1 + \delta a 2$

Ejm.
Hallar el cociente exacto A/B

$A = 1258.43 \pm 0.01$ $B = 741.623 \pm 0.002$

DEFINICIONES DE ERROR

ERRORES EN LAS OPERACIONES

Errores de potencias.

$$a = a_1^n$$

$$\delta a = n\, \delta a_1$$

Errores de raíces.

$$a = \sqrt[n]{a_1}$$

$$\delta a = \frac{1}{n}\, \delta a_1$$

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLOS:

Para medir la altura de un árbol, L, se mide la longitud de su sombra, L1, la altura de un objeto de referencia, L2, y la longitud de su sombra, L3. Por semejanza:

$$L = L_1 \frac{L_2}{L_3}$$

L1 = 200 ± 2 cm, L2 = 100.0 ± 0.4 cm, L3 = 10.3 ± 0.2 cm

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLOS:

Determinar el área de un rectángulo cuyos lados, medidos directamente con una regla milimetrada, son:

A= (13,20±0,05)cm y B = (4,65±0,05)cm.

DEFINICIONES DE ERROR

EJEMPLOS: Resolver la siguiente expresión:

$$X = \frac{A^2 \sqrt[2]{B} + C^3 \sqrt[3]{D}}{E^3 \sqrt[4]{F} + G \sqrt[2]{H}}$$

$$A = 50.25 \pm 0.02$$
$$B = 128.9 \pm 0.01$$
$$C = 6.87 \pm 0.02$$
$$D = 95.43 \pm 0.01$$
$$E = 9.21 \pm 0.01$$
$$F = 685.4 \pm 0.02$$
$$G = 358.1 \pm 0.03$$
$$H = 27.36 \pm 0.02$$

GRACIAS POR SU ATENCION