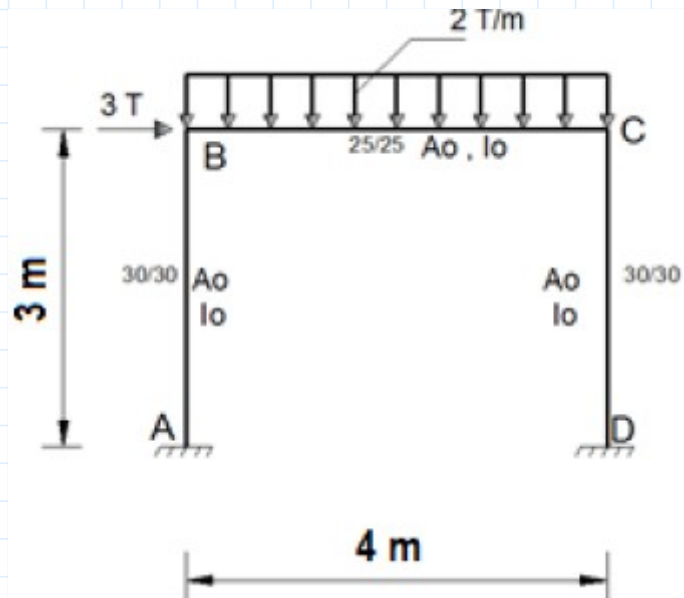
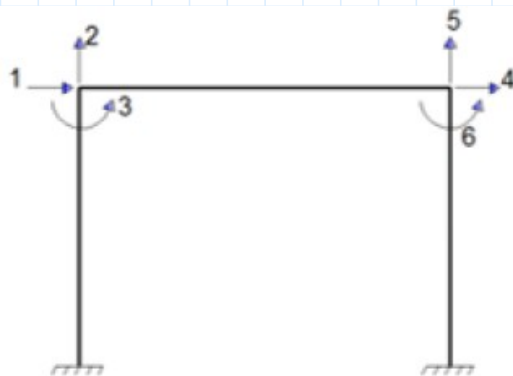


RESOLUCIÓN DE PÓRTICO PLANO UTILIZANDO MATRIZ "A"

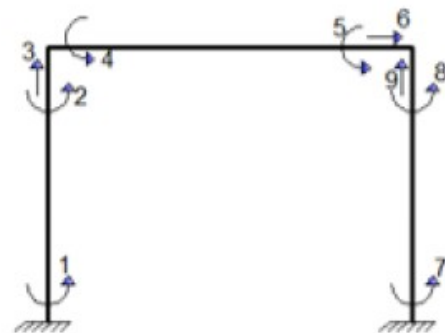
Resolver completamente la siguiente estructura, indicada en la figura, si las columnas son de 30x30 cm., y la viga de 25x25 cm. El valor del módulo de elasticidad es $E=2400000 \text{ t/m}^2$



A la izquierda de la figura siguiente se indica el sistema de coordenadas generalizadas de la estructura $Q - q$ (**Grados de libertad de nudo**); a la derecha se indica el sistema de coordenadas de los elementos, $P - p$.



Sistema Q - q



Sistema P - p

La matriz A de compatibilidad de deformaciones es la siguiente:

$$A1 := \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A2 := \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & 1 & 0 & \frac{-1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{-1}{4} & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A3 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 1 & 0 & \frac{-1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{-1}{4} & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Los siguientes variables indican las características geométricas de los elementos (ton-m)

$$bv := 0.25$$

$$bc := 0.30$$

$$Lc := 3$$

$$hv := 0.25$$

$$hc := 0.30$$

$$Lv := 4$$

$$Av := bv \cdot hv = 0.063$$

$$E := 2400000$$

$$Ac := bc \cdot hc = 0.09$$

$$Iv := \frac{bv \cdot hv^3}{12} = 0.0003255208$$

$$Ic := \frac{bc \cdot hc^3}{12} = 0.000675$$

$$k1 := \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & \frac{2 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & 0 \\ \frac{2 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & \frac{4 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E \cdot Ac}{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2160 & 1080 & 0 \\ 1080 & 2160 & 0 \\ 0 & 0 & 72000 \end{bmatrix}$$

$$k2 := \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot E \cdot Iv}{Lv} & \frac{2 \cdot E \cdot Iv}{Lv} & 0 \\ \frac{2 \cdot E \cdot Iv}{Lv} & \frac{4 \cdot E \cdot Iv}{Lv} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E \cdot Av}{Lv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 781.25 & 390.625 & 0 \\ 390.625 & 781.25 & 0 \\ 0 & 0 & 37500 \end{bmatrix}$$

$$k3 := \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & \frac{2 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & 0 \\ \frac{2 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & \frac{4 \cdot E \cdot Ic}{Lc} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E \cdot Ac}{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2160 & 1080 & 0 \\ 1080 & 2160 & 0 \\ 0 & 0 & 72000 \end{bmatrix}$$

$$K := A1^T \cdot k1 \cdot A1 + A2^T \cdot k2 \cdot A2 + A3^T \cdot k3 \cdot A3$$

$$K = \begin{bmatrix} 38220 & 0 & 1080 & -37500 & 0 & 0 \\ 0 & 72146.484 & 292.969 & 0 & -146.484 & 292.969 \\ 1080 & 292.969 & 2941.25 & 0 & -292.969 & 390.625 \\ -37500 & 0 & 0 & 38220 & 0 & 1080 \\ 0 & -146.484 & -292.969 & 0 & 72146.484 & -292.969 \\ 0 & 292.969 & 390.625 & 1080 & -292.969 & 2941.25 \end{bmatrix}$$

El vector de cargas "**Q**" se obtiene con el cálculo de problema primario y problema complementario:

$$Q := \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -2.667 \\ 0 \\ -4 \\ 2.667 \end{bmatrix} \quad Q^T = [3 \quad -4 \quad -2.667 \quad 0 \quad -4 \quad 2.667]$$

Se calcula el vector de desplazamientos "**q**" con la siguiente ecuación:

$$Q = K \cdot q$$

$$q := K^{-1} \cdot Q = \begin{bmatrix} 0.004095 \\ -0.000045 \\ -0.002378 \\ 0.004025 \\ -0.000066 \\ -0.000258 \end{bmatrix} \quad q^T = [0.0041 \quad 0 \quad -0.0024 \quad 0.004 \quad -0.0001 \quad -0.0003]$$

Las deformaciones en cada uno de los elementos "**p**", se calcula con la siguiente ecuación:

$$p_i = A_i \cdot q$$

$$p_1 := A_1 \cdot q = \begin{bmatrix} 0.0014 \\ -0.001 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$p_2 := A_2 \cdot q = \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$p_3 := A_3 \cdot q = \begin{bmatrix} 0.0013 \\ 0.0011 \\ -0.0001 \end{bmatrix}$$

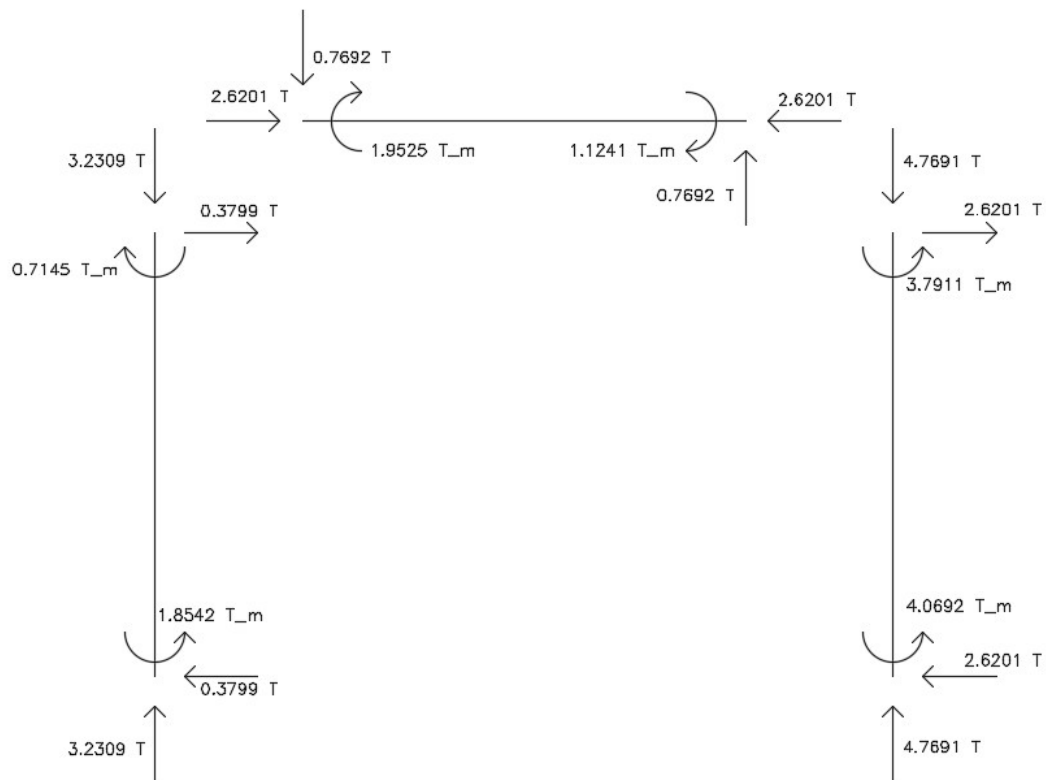
Las fuerzas y momentos "**P**" en cada uno de los elementos se obtiene multiplicando la matriz de rigidez del elemento por las deformaciones; de esta forma finaliza el problema complementario.

$$P_i = k_i \cdot p_i$$

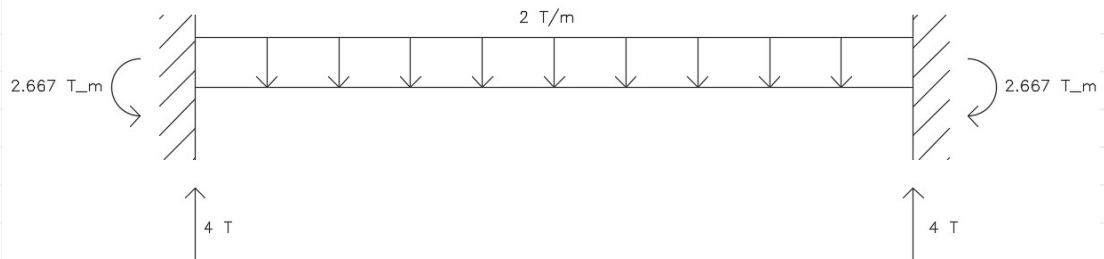
$$P_1 := k_1 \cdot p_1 = \begin{bmatrix} 1.8542 \\ -0.7145 \\ -3.2309 \end{bmatrix}$$

$$P_2 := k_2 \cdot p_2 = \begin{bmatrix} -1.9525 \\ -1.1241 \\ -2.6201 \end{bmatrix}$$

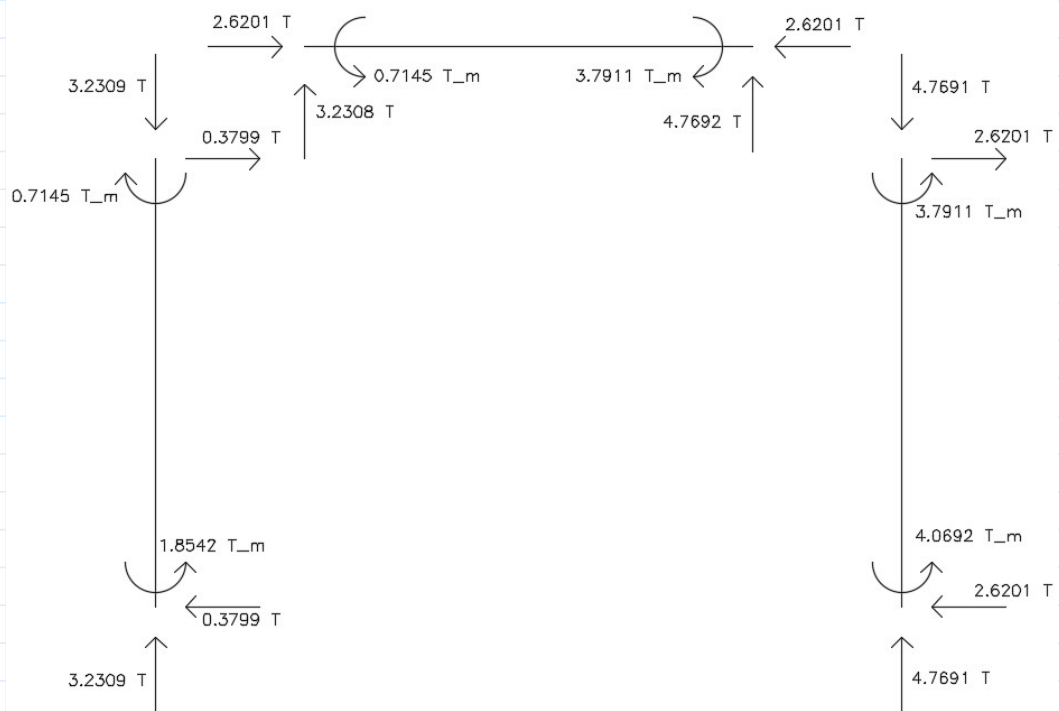
$$P_3 := k_3 \cdot p_3 = \begin{bmatrix} 4.0692 \\ 3.7911 \\ -4.7691 \end{bmatrix}$$



PROBLEMA PRIMARIO

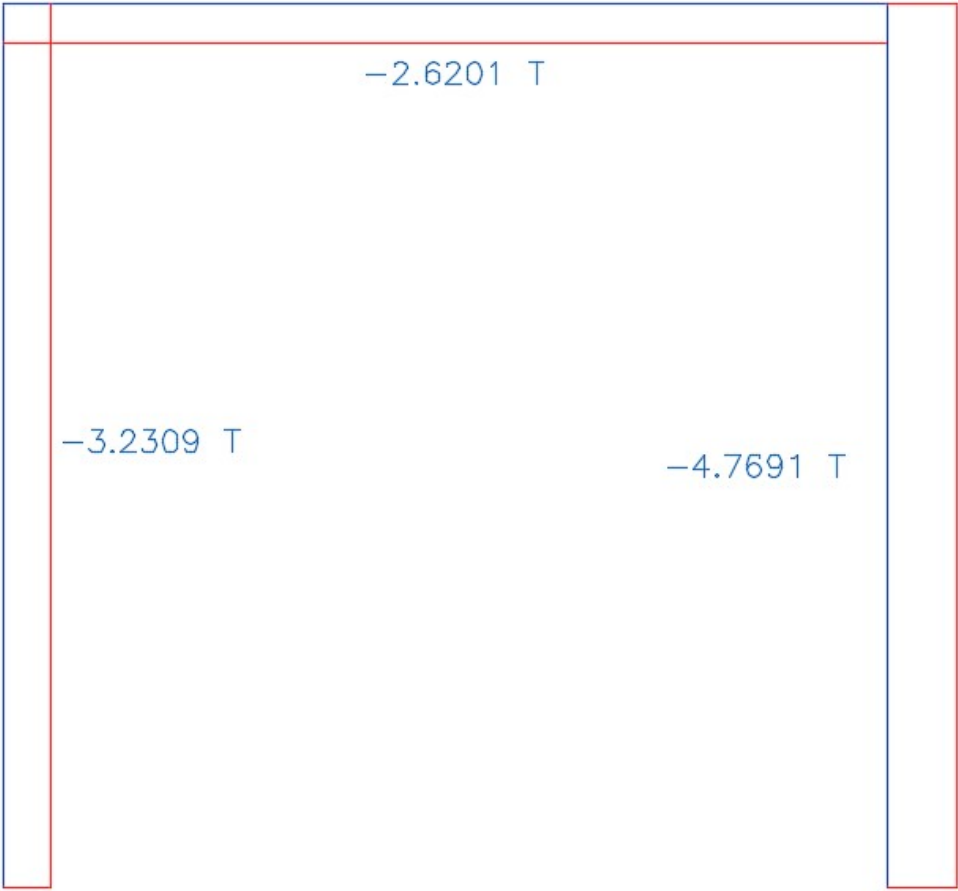


PROBLEMA COMPLEMENTARIO

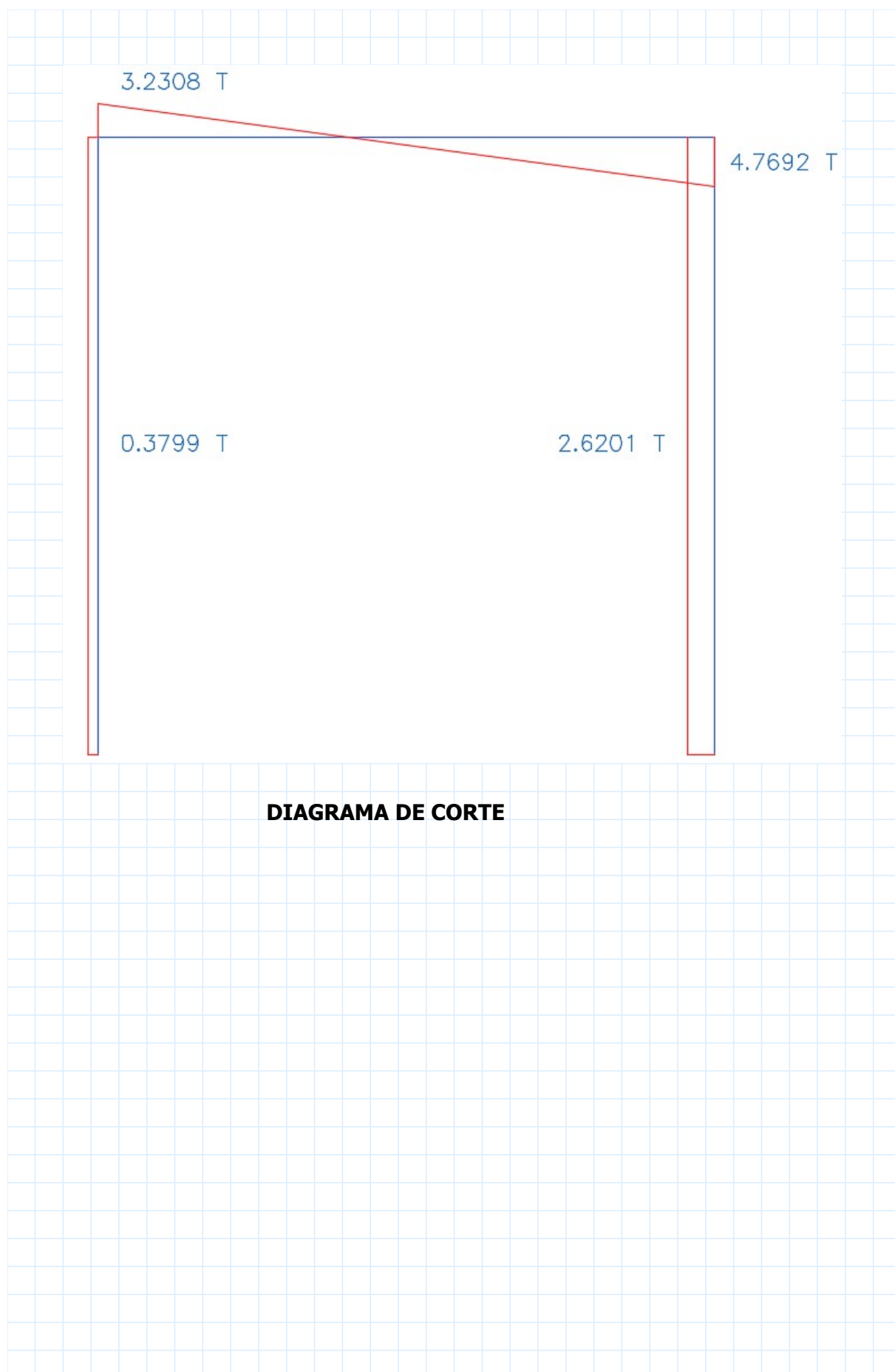


PROBLEMA PRIMARIO + PROBLEMA COMPLEMENTARIO

Diagramas de cargas



CARGA AXIAL



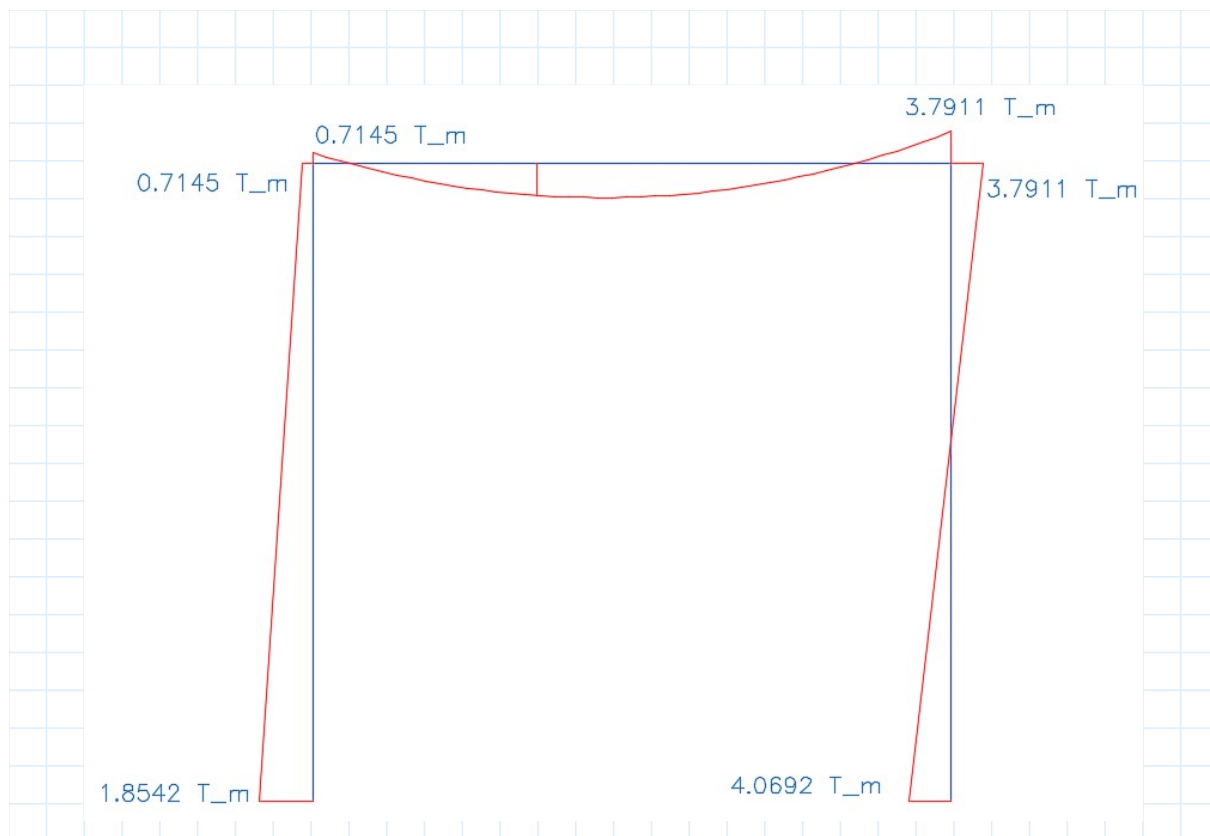


DIAGRAMA DE MOMENTOS