

# DEBER ECUACIONES LINEALES

## 1. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE PRIMER ORDEN

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{1-xy}{1-x^2}$$

$$\text{sol } y = x + c \sqrt{1-x^2}$$

$$2. \frac{dy}{dx} + x \operatorname{Sen} x = \frac{y}{x}$$

$$\text{sol. } y = x \cos x + c x$$

$$3. \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x-y}{x-2}$$

$$\text{sol } (x-2)y = x(x+c)$$

$$4. x y' = y + x^2 \operatorname{Sen} x$$

$$\text{sol } y = -x \cos x + c x$$

$$5. x(x-1) y' + y = x^2(2x-1)$$

$$\text{sol. } y = \frac{c x}{x-1} + x^2$$

$$6. y' + y = \frac{1}{1+e^{2x}}$$

$$\text{sol } y = x^2 e^{-x} + x^2 - 2x + 2 + c e^{-x}$$

$$7. x \frac{dy}{dx} - 3y = x^4$$

$$\text{sol } y = x^4 + c x^3$$

$$8. \frac{dy}{dx} + m y = e^{-mx}$$

$$\text{sol } y = x e^{-mx} + c e^{-mx}$$

$$9. (2x-1) y' - 2y = \frac{1-4x}{x^2}$$

$$\text{sol } y = c(2x-1) + \frac{1}{x}$$

$$10. \cos x \frac{dy}{dx} + \operatorname{Sen} x = 1-y$$

$$\text{sol. } y(\sec x + \tan x) = x + c$$

# ESERCICIOS ECUACION DE BERNOLLI

$$1. (x+y^3) + 6xy^2y' = 0 \quad \text{sol} \quad y^3 = -\frac{x}{3} + c x^{\frac{1}{2}}$$

$$2. \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{x^3+y+1} \quad \text{sol} \quad x^3 = ce^y - y - 2$$

$$3. dy + ydx = 2xy^2e^x dx \quad \text{sol} \quad 1 = ye^x (c-x)$$

$$4. x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \ln x \quad \text{sol} \quad cxy + y(\ln x + 1) =$$

$$5. \frac{dy}{dx} = \frac{4x^3y}{x^4+y^2} \quad \text{sol} \quad x^4 = y^2 + cy$$

$$6. \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{x}{y} \quad \text{sol} \quad ye^{\frac{x^2}{2y^2}} = c$$

$$7. y' = \frac{2xy}{x^2-y^2-a^2} \quad \text{Sol} \quad x^2+y^2-a^2 = cy$$

$$8. y' + 4y = 2e^{xy^{\frac{1}{2}}}; y(0) = 1 \quad \text{Sol} \quad y = (\sqrt{2}e^{2x} + e^{-2x} - e^x)^2$$

$$9. xdx = \left(\frac{x^2}{y} - y^3\right) dy \quad \text{Sol} \quad x^2 = y^2(c-y^2)$$

$$\text{Sol} \quad y/(1+\ln x + ex) = 1$$

$$10. xy' + y = y^2 \ln x$$

## APLICACIONES

1. Si el 45% de una sustancia radiactiva se desintegra en 200 años. ¿Cuál es su vida media? En cuánto tiempo se desintegrará 60% de la cantidad original?  
Sol.  $t = 319.4 \text{ años}$
2. El azúcar se disuelve en agua con una rapidez proporcional a la cantidad que queda sin disolver. Si 30 lbs de azúcar se reduce a 10 lbs en 4 horas. ¿En cuánto tiempo se habrá disuelto el 95% del azúcar?  
Sol.  $t = \frac{4 \ln(20)}{\ln(3)}$
3. Dentro de cuánto tiempo la temperatura de un cuerpo calentado hasta  $100^\circ\text{C}$  descenderá hasta  $30^\circ\text{C}$ . Si la temperatura del local es de  $20^\circ\text{C}$  y durante los primeros 20 min el cuerpo en cuestión se enfria hasta  $60^\circ\text{C}$ .  
Sol.  $t = 60 \text{ min}$
4. Un cuerpo de masa  $m$  cae desde el reposo en un medio que ofrece una resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad. Encuéntrese la relación entre la velocidad  $v$  y el tiempo  $t$  así como la velocidad límite.  
Sol.  $v = \left(\frac{mg}{k}\right) \frac{e^{2\sqrt{\frac{kg}{m}}(t+1)} - 1}{e^{2\sqrt{\frac{kg}{m}}(t+1)} + 1}$
5. Un cilindro recto circular de 10 pies de radio está lleno de agua y tiene 20 pies de altura, con un pequeño orificio en su parte inferior de 1 pulgada de diámetro. ¿Cuándo se vaciará el tanque?  
 $t = 1 \text{ h } 53 \text{ min}$