

Descripción de datos

Tablas de frecuencias, distribuciones de frecuencias y su representación gráfica



Merrill Lynch recién concluyó el estudio de una cartera de inversiones en línea para una muestra de clientes. Elabore una distribución de frecuencias con los datos de los 70 participantes en el estudio (vea ejercicio 43 y objetivo 4).

Objetivos de aprendizaje

Al concluir el capítulo, será capaz de:

OA1 Hacer una tabla de frecuencias a partir de un grupo de datos.

OA2 Organizar los datos cualitativos en una gráfica de barras.

OA3 Presentar un grupo de datos como una gráfica de pastel.

OA4 Crear una distribución de frecuencias de un grupo de datos.

OA5 Comprender una distribución de frecuencias relativas.

OA6 Representar una distribución de frecuencias de datos por medio de histogramas o polígonos de frecuencia.

OA7 Construir e interpretar una distribución de frecuencia acumulativa.

2.1 Introducción



El altamente competitivo negocio de la venta de automóviles al menudeo en Estados Unidos ha sufrido un cambio significativo durante los últimos años. Estos cambios desataron eventos como:

- Las quiebras de General Motors y Chrysler en 2009.
- La eliminación de marcas bien conocidas, como Pontiac y Saturno.
- El cierre de más de 1 500 distribuidoras locales.
- El colapso de la disponibilidad de créditos al consumidor.
- La consolidación de grupos de concesionarias.

Por tradición, una familia local poseía y manejaba la concesionaria de la comunidad, que pudo haber incluido a uno o dos fabricantes, como Pontiac y GMC Trucks o Chrysler y la popular línea Jeep. Sin embargo, compañías hábilmente administradas y bien financiadas han adquirido recientemente las concesionarias locales en extensas regiones de ese país. Al adquirirlas, estos grupos traen consigo sus prácticas de venta acostumbradas, plataformas tecnológicas comunes de software y hardware, y técnicas de presentación de informes administrativos. El objetivo consiste en proporcionar al consumidor una mejor experiencia de compra, mientras se incrementa la rentabilidad. Con frecuencia, estas megaconcesionarias emplean alrededor de diez mil personas, que generan varios miles de millones de dólares en ventas anuales, poseen más de cien franquicias y se cotizan en la Bolsa de Valores de Nueva York o NASDAQ. Hoy en día, la megaconcesionaria más grande es AutoNation (símbolo bursátil AN). Otros incluyen Penske Auto Group (PAG y la segunda más grande), Asbury Automotive Group (ABG) y Hendrick Auto Group (empresa privada).

El Applewood Auto Group comprende cuatro concesionarias. El grupo vende una amplia gama de vehículos, entre ellas las marcas económicas de importación Kia y Hyundai, la línea de alta calidad de sedanes BMW y Mercedes Benz y una línea completa de automóviles y camiones Ford y Chevrolet.

La señora Kathryn Ball es miembro del equipo de alta gerencia de Applewood Auto Group, cuyas oficinas corporativas son adyacentes a Hilltop Motors. Es responsable de rastrear y analizar los precios de venta y la rentabilidad de los vehículos. A ella le gustaría resumir las ganancias obtenidas de la venta de los vehículos en tablas y gráficas que pudiese revisar cada mes. A partir de estas tablas y gráficas desea conocer la ganancia por vehículo vendido, así como las ganancias más bajas y más altas. Además, está interesada en describir el perfil demográfico de los compradores. ¿Qué edades tienen? ¿Cuántos vehículos han adquirido previamente de una de las distribuidoras de Applewood? ¿Qué tipo de vehículo compraron?

El Applewood Auto Group opera cuatro distribuidoras:

APPLEWOOD AUTO GROUP					
	A	B	C	D	E
1	Age	Profit	Location	Vehicle-Type	Previous
2	21	\$1,387	Tionesta	Sedan	0
3	23	\$1,754	Sheffield	SUV	1
4	24	\$1,817	Sheffield	Hybrid	1
5	25	\$1,040	Sheffield	Compact	0
6	26	\$1,273	Kane	Sedan	1
7	27	\$1,529	Sheffield	Sedan	1
8	27	\$3,082	Kane	Truck	0
9	28	\$1,951	Kane	SUV	1
10	28	\$2,692	Tionesta	Compact	0
11	29	\$1,206	Sheffield	Sedan	0
12	29	\$1,342	Kane	Sedan	2
13	30	\$443	Kane	Sedan	3
14	30	\$754	Olean	Sedan	2
15	30	\$1,621	Sheffield	Truck	1

- **Tionesta Ford Lincoln Mercury** vende automóviles y camiones Ford, Lincoln y Mercury.
- **Olean Automotive Inc.** tiene la franquicia de Nissan y las marcas Chevrolet, Cadillac y camiones GMC.
- **Sheffield Motors Inc.** vende Buick, camiones GMC, Hyundai y Kia.
- **Hilltop Motors** ofrece Chrysler, Dodge y la línea Jeep, así como BMW y Volvo.

Cada mes, la señora Ball recaba datos de cada una de las cuatro concesionarias y los ingresa en una hoja de cálculo de Excel. El último mes, Applewood Auto Group vendió 180 vehículos en sus cuatro distribuidoras. Una copia de sus pri-

meras observaciones aparece en la parte inferior de la página anterior. Las variables que recopiló son:

- **Ganancia:** la cantidad que obtuvo la distribuidora por la venta de cada vehículo.
- **Edad:** la edad del comprador en el momento de la compra.
- **Locación:** la distribuidora donde fue adquirido el vehículo.
- **Tipo de vehículo:** SUV, sedán, compacto, híbrido o camión.
- **Previo:** número de vehículos previamente comprados por el consumidor en cualquiera de las cuatro distribuidoras Applewood.

El conjunto completo de datos se encuentra disponible en el sitio web de McGraw-Hill y en el apéndice A.5, que se ubica al final del libro.

2.2 Construcción de una tabla de frecuencias

Recuerde que, en el capítulo 1, al grupo de técnicas que se utilizan para describir un conjunto de datos se les denominó estadística descriptiva. En otras palabras, la estadística descriptiva se encarga de organizar datos con el fin de mostrar la distribución general de éstos y el lugar en donde tienden a concentrarse, además de señalar valores de datos poco usuales o extremos. El primer procedimiento que se emplea para organizar y resumir un conjunto de datos es una **tabla de frecuencias**.

TABLA DE FRECUENCIAS Agrupación de datos cualitativos en clases mutuamente excluyentes que muestra el número de observaciones en cada clase.

OA1 Hacer una tabla de frecuencias a partir de un grupo de datos.

En el capítulo 1 se distingue entre variables cualitativas y cuantitativas. Para recordar, una variable cualitativa es de naturaleza no numérica; es decir, que la información es clasificable en distintas categorías. No hay un orden particular en estas categorías. Ejemplos de datos cualitativos incluyen la afiliación política (demócrata, conservador, independiente), el lugar de nacimiento y el método de pago al comprar en Barnes and Noble (efectivo, cheque o cargo a tarjeta de crédito). Por otra parte, las variables cuantitativas son de índole numérica. Ejemplos de datos cuantitativos relacionados con estudiantes universitarios incluyen el precio de los libros de texto, edad y horas que pasan estudiando cada semana del semestre.

En los datos de Applewood Auto Group existen cinco variables para cada venta de vehículo: la edad del comprador, monto de la ganancia, distribuidora que hizo la venta, tipo de vehículo vendido y número de compras previas del consumidor. La distribuidora y el tipo de vehículo son *variables cualitativas*. El monto de la ganancia, la edad del comprador y el número de compras previas son *variables cuantitativas*.

Suponga que la señora Ball desea resumir las ventas del mes pasado por locación. Para resumir estos datos cualitativos, clasifique los vehículos que se vendieron el mes pasado de acuerdo con la concesionaria: Tionesta, Olean, Sheffield o Hilltop. Utilice la concesionaria para elaborar una tabla de frecuencias con cuatro clases mutuamente excluyentes (distintivas), lo cual significa que un vehículo no puede pertenecer a dos de ellas. Cada vehículo se clasifica sólo en una de las cuatro concesionarias mutuamente excluyentes. La tabla 2-1 es la tabla de frecuencias. El número de observaciones, que representa las ventas en cada local, recibe el nombre de frecuencia de clase. En este caso, la frecuencia de clase de los vehículos que se vendieron en la locación Kanees es 52.



Frecuencias relativas de clase

Es posible convertir las frecuencias de clase en frecuencias relativas de clase para mostrar la fracción del número total de observaciones en cada una de ellas. Así, una frecuencia relativa

TABLA 2-1 Tabla de frecuencias de los vehículos que vendió Applewood Auto Group por locación

Locación	Número de autos
Kane	52
Olean	40
Sheffield	45
Tionesta	43
Total	180

capta la relación entre la totalidad de elementos de una clase y el número total de observaciones. En el ejemplo de la venta de vehículos se podría desear conocer el porcentaje de automóviles vendidos en cada uno de los cuatro locales. Para convertir una distribución de frecuencias en una distribución de frecuencias relativa, cada una de las frecuencias de clase se divide entre el total de observaciones. Por ejemplo, la fracción de vehículos que se vendieron el mes pasado en Kane es de 0.289, que se obtiene al dividir 52 entre 180. La distribución de frecuencias relativas de cada locación aparece en la tabla 2-2.

TABLA 2-2 Tabla de frecuencias relativas de vehículos vendidos por tipo de vehículo en Applewood Auto Group el mes pasado

Locación	Número de autos	Frecuencia relativa
Kane	52	0.289
Olean	40	0.222
Sheffield	45	0.250
Tionesta	43	0.239
Total	180	1.000

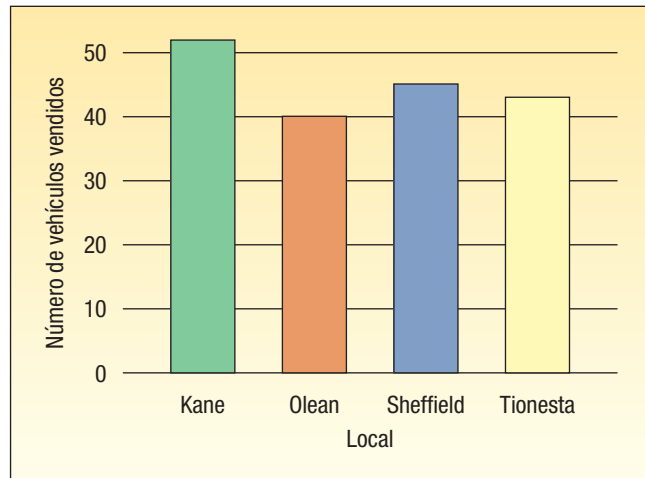
OA2 Organizar los datos cualitativos en una gráfica de barras.

Representación gráfica de datos cualitativos

El instrumento más común para representar una variable cualitativa en forma gráfica es la **gráfica de barras**. En la mayoría de los casos, el eje horizontal muestra la variable de interés y el eje vertical la frecuencia o fracción de cada uno de los posibles resultados. Una característica distintiva de esta herramienta es que existe una distancia o espacio entre las barras. Es decir, que como la variable de interés es de naturaleza cualitativa, las barras no son adyacentes. Por consiguiente, una gráfica de barras es una representación gráfica de una tabla de frecuencias mediante una serie de rectángulos de anchura uniforme, cuya altura corresponde a la frecuencia de clase.

GRÁFICA DE BARRAS En ella, las clases se representan en el eje horizontal y la frecuencia de clase en el eje vertical. Las frecuencias de clase son proporcionales a las alturas de las barras.

Utilice como ejemplo los datos de Applewood Auto Group (gráfica 2-1). La variable de interés es el local donde fue vendido el vehículo y la frecuencia de clase, el número de vehículos que se vendieron en cada uno de ellos. Represente los cuatro locales sobre el eje horizontal y el número de vehículos sobre el eje vertical. La altura de las barras, o rectángulos, corresponde a la cantidad de vehículos que se vendieron en cada local. En Kane, el mes pasado se vendieron 52 vehículos, así que la altura de la barra de Kane es 52; la altura de la barra



GRÁFICA 2-1 Vehículos vendidos en cada local

de Olean es 40. La variable “local” es de escala nominal, así que no importa el orden de los locales sobre el eje horizontal. También puede ser apropiado enlistar esta variable alfabéticamente o mediante algún otro tipo de categorización geográfica.

Otro tipo de gráfica útil para describir información cualitativa es la **gráfica de pastel**.

GRÁFICA DE PASTEL Gráfica que muestra la parte o porcentaje que representa cada clase del total de números de frecuencia.

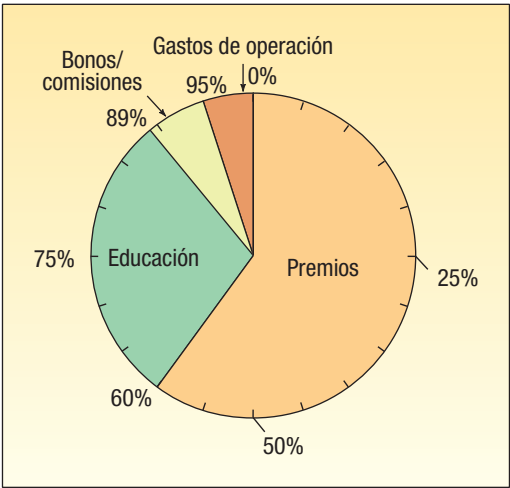
Se explican los detalles de construcción de una gráfica de pastel empleando la información de la tabla 2-3, la cual muestra una caída de los gastos de la lotería del estado de Ohio en 2009.

TABLA 2-3 Gastos de la lotería del estado de Ohio en 2009

Uso del dinero de las ventas	Cantidad (millones de dólares)	Porcentaje de ventas
Premios	1 460.0	60
Educación	702.3	29
Bonos	150.0	6
Gastos	124.3	5
Total	2 436.6	100

OA3 Presentar un grupo de datos como una gráfica de pastel.

El primer paso para elaborar una gráfica de pastel consiste en registrar los porcentajes 0, 5, 10, 15, etc., de manera uniforme alrededor de la circunferencia de un círculo (vea gráfica 2-2). Para indicar la parte de 60% destinada a premios, trace una línea del centro del círculo a 0, y otra línea del centro del círculo a 60%. El área de esta *rebanada* representa lo que se recaudó y se destinó a premios. En seguida sume 60% de gastos en premios a 29% de gastos en educación; el resultado es 89%. Trace una línea del centro del círculo a 89%; de esta manera el área entre 60 y 89% señala los gastos en educación. A continuación, sume 6% en bonos, lo cual da un total de 95%. Trace una línea del centro del círculo a 95%; así, la *reba-*



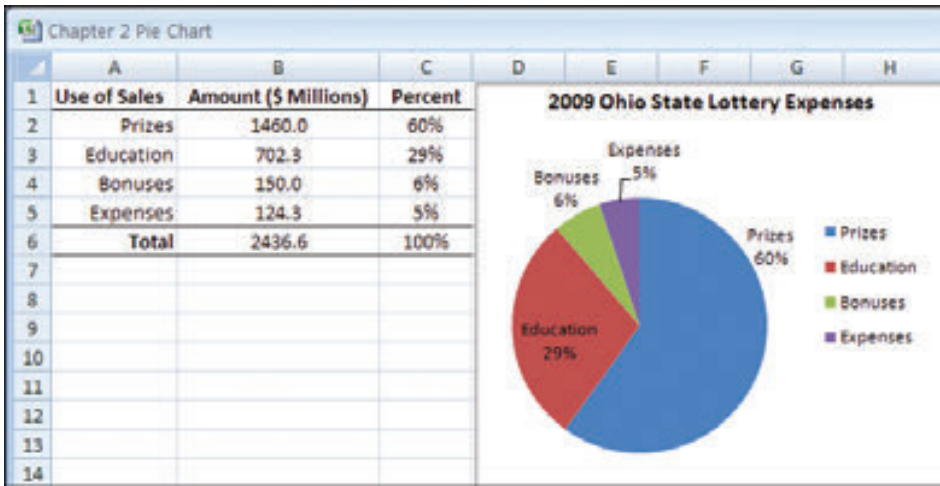
GRÁFICA 2-2 Gráfica de pastel de los gastos de la lotería del estado de Ohio en 2009

nada entre 89 y 95% representa los pagos en bonos. El restante 5% corresponde a gastos de operación.

Dado que cada rebanada de pastel representa la porción relativa de cada componente, es posible compararlas con facilidad:

- El gasto más cuantioso de la lotería de Ohio se canaliza hacia premios.
- Cerca de una tercera parte de los fondos recaudados se transfieren a educación.
- Los gastos de operación apenas significan 5% de los fondos recaudados.

Es posible utilizar un software para elaborar con rapidez una gráfica de pastel visualmente atractiva e informativa. La siguiente gráfica usa la información de la tabla 2-3 para representar los usos de los gastos de la Lotería de Ohio en 2009.



Las gráficas de pastel y las de barras cumplen casi la misma función. ¿Cuáles son los criterios para elegir una u otra? En la mayoría de los casos, las gráficas de pastel son las más informativas cuando se trata de comparar la diferencia relativa en el porcentaje de observacio-

nes de cada una de las variables de la escala nominal. Es preferible usar una gráfica de barras cuando el objetivo es comparar el número de observaciones en cada categoría.

Ejemplo

SkiLodges.com realiza una prueba de mercado de su nuevo sitio web y le interesa saber con qué facilidad se navega en su diseño de página web. Selecciona al azar 200 usuarios frecuentes de internet y les pide que lleven a cabo una búsqueda en la página web. A cada uno de ellos le solicita que califique la relativa facilidad para navegar como mala, buena, excelente o sobresaliente. Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

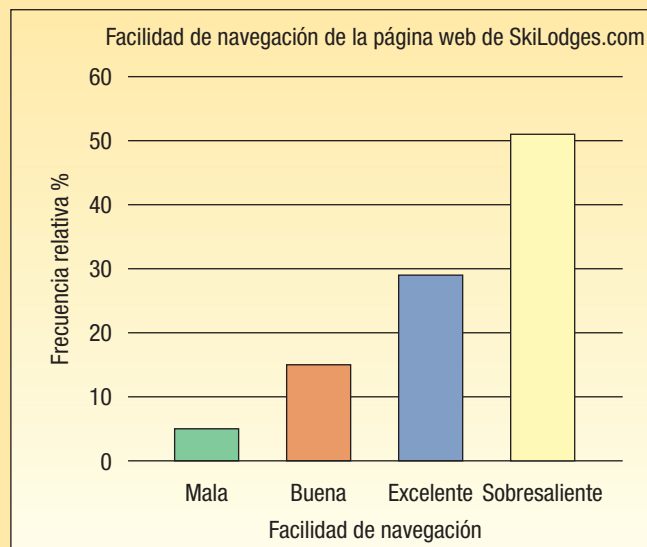
Sobresaliente	102
Excelente	58
Buena	30
Mala	10

1. ¿Qué tipo de escala de medición se emplea para facilitar la navegación?
2. Elabore una gráfica de barras con los resultados de la encuesta.
3. Construya una gráfica de pastel con los resultados de la encuesta.

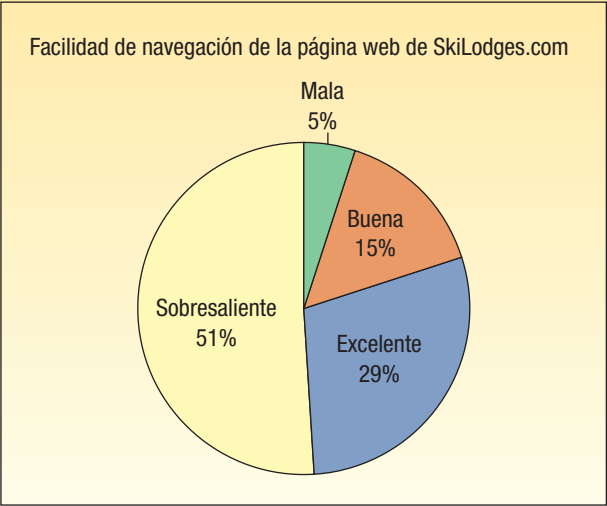
Solución

Los datos se miden de acuerdo con una escala ordinal. Es decir, que la escala se gradúa en conformidad con la facilidad relativa y abarca de *malo* a *sobresaliente*. Además, se desconoce el intervalo entre cada calificación, así que resulta imposible, por ejemplo, concluir que una buena calificación representa el doble de una mala calificación.

Es posible usar una gráfica de barras para representar los datos. La escala vertical muestra la frecuencia relativa y la horizontal, los valores relativos a la escala de facilidad de navegación.



También se emplea una gráfica de pastel para representar estos datos. La gráfica de pastel hace hincapié en que más de la mitad de los encuestados calificaron de sobresaliente la relativa facilidad para utilizar el sitio web.



Autoevaluación 2-1

Las respuestas se localizan al final del capítulo.



DeCenzo Specialty Food and Beverage Company sirve una bebida de cola con un sabor adicional, Cola-Plus, muy popular entre sus clientes. La compañía se encuentra interesada en la preferencia de los consumidores por Cola-Plus en comparación con Coca-Cola, Pepsi y una bebida de lima-limón. Se pidió a 100 consumidores seleccionados de forma aleatoria que degustaran una prueba y eligieran la bebida que más les gustaba. Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Bebida	Número
Cola-Plus	40
Coca-Cola	25
Pepsi	20
Lima-limón	15
Total	100

- ¿Son los datos de naturaleza cuantitativa o cualitativa? ¿Por qué razón?
- ¿Qué nombre recibe la tabla? ¿Qué muestra la tabla?
- Diseñe una gráfica de barras para describir la información.
- Construya una gráfica de pastel utilizando las frecuencias relativas.

Ejercicios

connect™

Las respuestas a los ejercicios impares se encuentran al final del libro.

- Una gráfica de pastel muestra la porción relativa de mercado de los productos de cola. La “rebanada” de Pepsi-Cola tiene un ángulo central de 90 grados. ¿Cuál es su porción del mercado?
- En un estudio de mercado se pidió a 100 consumidores que seleccionaran el mejor reproductor musical digital entre iPod, iRiver y Magic Star MP3. Con la finalidad de resumir las respuestas de los consumidores en una tabla de frecuencias, ¿cuántas clases debería tener ésta?
- Se preguntó a un total de 1 000 residentes de Minnesota qué estación del año preferían. Los resultados fueron que a 100 les gustaba más el invierno; a 300, la primavera; a 400, el verano y a 200, el otoño. Si se resumieran los datos en una tabla de frecuencias, ¿cuántas clases serían necesarias? ¿Cuáles serían las frecuencias relativas de cada clase?
- Se preguntó a dos mil viajeros de negocios frecuentes de Midwestern qué ciudad de la región central de Estados Unidos preferían: Indianápolis, San Luis, Chicago o Milwaukee. A 100 les gustaba más Indianápolis; a 450, San Luis; a 1 300, Chicago, y el resto prefería Milwaukee. Elabore una tabla de frecuencias y una tabla de frecuencias relativas para resumir esta información.

5. Wellstone, Inc., produce y comercializa fundas para teléfonos celulares en una variedad de colores. A la compañía le gustaría circunscribir sus planes de producción a cinco diferentes colores: blanco brillante, negro metálico, lima magnético, naranja tangerina y rojo fusión. En consecuencia, montó un quiosco en el Mall of America por varias horas y preguntó, a personas elegidas de forma aleatoria, qué color de funda era su favorito. Los resultados fueron los siguientes:

Blanco brillante	130
Negro metálico	104
Lima magnético	325
Naranja tangerina	455
Rojo fusión	286

- a) ¿Qué nombre recibe la tabla?
 b) Elabore una gráfica de barras para la tabla.
 c) Dibuje una gráfica de pastel.
 d) Si Wellstone, Inc., tiene planes de producir un millón de fundas para teléfonos celulares, ¿cuántas de cada color debería producir?
6. Un pequeño negocio de consultoría investiga el desempeño de diversas compañías. Las ventas del cuarto trimestre del año pasado (en miles de dólares) de las compañías seleccionadas fueron las siguientes:

Compañía	Ventas del cuarto trimestre (miles de dólares)
Hoden Building Products	\$ 1 645.2
J & R Printing Inc.	4 757.0
Long Bay Concrete Construction	8 913.0
Mancell Electric and Plumbing	627.1
Maxwell Heating and Air Conditioning	24 612.0
Mizelle Roofing & Sheet Metals	191.9

La consultora desea incluir una gráfica en su informe, para comparar las ventas de seis compañías. Utilice una gráfica de barras para comparar las ventas del cuarto trimestre de estas empresas y redacte un breve informe que resuma la gráfica de barras.

2.3 Construcción de distribuciones de frecuencias: datos cuantitativos

OA4 Crear una distribución de frecuencias de un grupo de datos.

En el capítulo 1 y al principio de éste se ha distinguido entre datos cualitativos y cuantitativos. En la sección anterior, utilizando datos de Applewood Auto Group, aparece un resumen de la variable cualitativa —local de la venta— mediante una tabla de frecuencias, una tabla de frecuencias relativas y una gráfica de barras.

Los datos de Applewood Auto Group también incluyen variables cuantitativas: la edad del comprador, la ganancia que se obtuvo por la venta del vehículo y el número de compras previas. Suponga que la señora Ball desea resumir las ventas del último mes utilizando ganancia por venta; en este caso, describirá la ganancia de venta por medio de una **distribución de frecuencias**.

DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS Agrupación de datos en clases mutuamente excluyentes, que muestra el número de observaciones que hay en cada clase.

¿Cómo crear una distribución de frecuencias? El primer paso consiste en acomodar los datos en una tabla que muestre las clases y el número de observaciones que hay en cada clase. Los pasos para construir una distribución de frecuencias se entienden mejor con un ejemplo. Recuerde que el objetivo es construir tablas, diagramas y gráficas que revelen rápidamente la concentración, los valores extremos y la distribución de los datos.

Ejemplo

Regrese a la situación en que la señora Kathryn Ball, de AutoUSA, desea tablas, diagramas y gráficas para mostrar el precio típico de venta en diversas concesionarias. La tabla 2-4 contiene la ganancia de cada uno de los 180 vehículos que se vendieron el mes pasado en Applewood Auto Group. ¿Cuál es la ganancia *típica* de cada venta? ¿Cuál es la ganancia *más alta*? ¿Cuál la ganancia *más baja*? ¿Alrededor de qué valor tienden a acumularse las ganancias?

TABLA 2-4 Precios de vehículos vendidos el mes pasado en Applewood Auto Group

\$1 387	\$2 148	\$2 201	\$ 963	\$ 820	\$2 230	\$3 043	\$2 584	\$2 370
1 754	2 207	996	1 298	1 266	2 341	1 059	2 666	2 637
1 817	2 252	2 813	1 410	1 741	3 292	1 674	2 991	1 426
1 040	1 428	323	1 553	1 772	1 108	1 807	934	2 944
1 273	1 889	352	1 648	1 932	1 295	2 056	2 063	2 147
1 529	1 166	482	2 071	2 350	1 344	2 236	2 083	1 973
3 082	1 320	1 144	2 116	2 422	1 906	2 928	2 856	2 502
1 951	2 265	1 485	1 500	2 446	1 952	1 269	2 989	783
2 692	1 323	1 509	1 549	369	2 070	1 717	910	1 538
1 206	1 761	1 638	2 348	978	2 454	1 797	1 536	2 339
1 342	1 919	1 961	2 498	1 238	1 606	1 955	1 957	2 700
443	2 357	2 127	294	1 818	1 680	2 199	2 240	2 222
754	2 866	2 430	1 115	1 824	1 827	2 482	2 695	2 597
1 621	732	1 704	1 124	1 907	1 915	2 701	1 325	2 742
870	1 464	1 876	1 532	1 938	2 084	3 210	2 250	1 837
1 174	1 626	2 010	1 688	1 940	2 639	377	2 279	2 842
1 412	1 761	2 165	1 822	2 197	842	1 220	2 626	2 434
1 809	1 915	2 231	1 897	2 646	1 963	1 401	1 501	1 640
2 415	2 119	2 389	2 445	1 461	2 059	2 175	1 752	1 821
1 546	1 766	335	2 886	1 731	2 338	1 118	2 058	2 487

Más bajo

Más alto

Solución

La tabla 2-4 muestra las ganancias que generaron las 180 ventas. Nos referimos a esta información desorganizada como **datos en bruto** o **datos no agrupados**. Con un poco de búsqueda podemos encontrar la ganancia más baja (\$294) y la más alta (\$3 292), pero eso es todo. Resulta difícil determinar una ganancia típica. También se complica la visualización del punto donde las ganancias tienden a acumularse. Los datos en bruto se interpretan con mayor facilidad si se organizan como una distribución de frecuencias.

Paso 1: Defina el número de clases. El objetivo consiste en emplear suficientes agrupamientos o **clases**, de manera tal que se perciba la forma de la distribución. Aquí se necesita criterio. Una gran cantidad de clases o muy pocas podrían no permitir ver la conformación fundamental del conjunto de datos. En el ejemplo de la ganancia por venta de vehículo, tres clases no darían mucha información sobre el patrón de los datos (vea tabla 2-5).

TABLA 2-5 Ejemplo de muy pocas clases

Ganancia por vehículo (dólares)	Número de vehículos
\$ 200 a \$1 400	42
1 400 a 2 600	115
2 600 a 3 800	23
Total	180

Una receta útil para determinar la cantidad de clases (*k*) es la regla de 2 a la *k*. Esta guía sugiere que se elija el menor número (*k*) para el número de clases, de tal manera que 2^k (en palabras, dos elevado a la *k*-ésima potencia) sea mayor que el número de observaciones (*n*). En el ejemplo de Applewood Auto Group se habían vendido 180

Pasos para organizar datos como distribución de frecuencias.



Estadística en acción

En 1788, James Madison, John Jay y Alexander Hamilton publicaron anónimamente una serie de ensayos titulados *The Federalist*. Estos documentos constituían un intento para convencer a la gente de Nueva York de que era necesario ratificar la Constitución. En el transcurso de la historia, se llegó a conocer a los autores de estos documentos, aunque doce permanecieron en el anonimato. A través del análisis estadístico y, en particular, del estudio de la frecuencia con la que se utilizan varias palabras, ahora podemos concluir que James Madison es el probable autor de los doce documentos. En realidad, la evidencia estadística de que Madison es el autor es abrumadora.

vehículos. Así que $n = 180$. Si supone que $k = 7$, lo cual significa que utilizará siete clases, entonces $2^7 = 128$, algo menos que 180. De ahí que 7 no represente suficientes clases. Si $k = 8$, entonces $2^8 = 256$, que es mayor que 180. Por lo tanto, el número de clases que se recomienda es de 8.

Paso 2: Determine el intervalo o ancho de clase. El **intervalo** o **ancho de clase** debería ser el mismo para todas las clases. Todas las clases juntas deben cubrir por lo menos la distancia del valor más bajo al más alto de los datos. Expresado esto en una fórmula sería:

$$i \geq \frac{H - L}{k}$$

en la que i es el intervalo de clase; H , el máximo valor observado; L , el mínimo valor observado, y k , el número de clases.

En el caso de Applewood Auto Group, el valor más bajo es \$294 y el más alto, \$3 292. Si necesitamos 8 clases, el intervalo debería ser por lo menos

$$i \geq \frac{H - L}{k} = \frac{\$3\,292 - \$294}{8} = \$374.75$$

En la práctica, por lo general este tamaño de intervalo se redondea a una cifra conveniente, tal como un múltiplo de 10 o 100. En este caso, el valor de \$400 podría emplearse sin inconvenientes.

En las distribuciones de frecuencia son preferibles los intervalos de clase iguales. Sin embargo, en ciertos casos se necesita que no lo sean para evitar una gran cantidad de clases vacías, o casi vacías. Es el caso de la tabla 2-6, el Internal Revenue Service de Estados Unidos utilizó intervalos de clase de diferente tamaño para informar el ingreso bruto ajustado sobre declaraciones de impuestos. De haber utilizado intervalos del mismo tamaño, de \$1 000, se habrían requerido más de 1 000 clases para representar todos los impuestos. Una distribución de frecuencias de 1 000 clases sería difícil de interpretar. En este caso la distribución resulta fácil de entender a pesar de las clases desiguales. Observe que en esta tabla en particular, el número de declaraciones de impuestos sobre la renta o *frecuencias* se presenta en miles de unidades. Esto también facilita la comprensión de la información.

TABLA 2-6 Ingreso bruto ajustado de personas que presentan declaraciones del impuesto sobre la renta

Ingreso bruto ajustado		Número de declaraciones (en miles)
Ingreso bruto no ajustado		178.2
\$ 1 a	\$ 5 000	1 204.6
5 000 a	10 000	2 595.5
10 000 a	15 000	3 142.0
15 000 a	20 000	3 191.7
20 000 a	25 000	2 501.4
25 000 a	30 000	1 901.6
30 000 a	40 000	2 502.3
40 000 a	50 000	1 426.8
50 000 a	75 000	1 476.3
75 000 a	100 000	338.8
100 000 a	200 000	223.3
200 000 a	500 000	55.2
500 000 a	1 000 000	12.0
1 000 000 a	2 000 000	5.1
2 000 000 a	10 000 000	3.4
10 000 000 o más		0.6

Paso 3: Establezca los límites de cada clase. Este paso es importante para que sea posible incluir cada observación en una sola categoría. Esto significa que debe evitar la superposición de límites de clase confusos. Por ejemplo, clases como \$1 300-\$1 400 y \$1 400-\$1 500 no deberían emplearse porque no resulta claro si el valor de \$1 400 pertenece a la primera o a la segunda clases. Las clases como \$1 300-\$1 400 y \$1 500-\$1 600 se emplean con frecuencia, aunque también pueden resultar confusas si no se conviene en redondear todos los datos de \$1 450 o por arriba de esta cantidad a la segunda clase y los datos por debajo de \$1 400 a la primera clase. En este libro se emplea el formato de \$1 300 hasta \$1 400 y de \$1 400 hasta \$1 500 y así sucesivamente. Con este formato resulta claro que \$1 399 pertenece a la primera clase y \$1 400 a la segunda.

Al redondear el intervalo de clase hacia arriba con el fin de obtener un tamaño conveniente de clase, se cubre un rango más amplio que el necesario. Por ejemplo, 8 clases de \$400 de amplitud en el caso de Applewood Auto Group dan como resultado un rango de $8(\$400) = \$3\,200$. El rango real es de \$2 998, calculado mediante la operación $\$3\,292 - \294 . Al comparar este valor con \$3 200, hay un excedente de \$202. Como sólo necesita abarcar la distancia $(H - L)$, resulta natural poner cantidades aproximadamente iguales al excedente en cada una de las dos colas. Por supuesto, también se deberían elegir límites convenientes de clase. Una directriz consiste en convertir el límite inferior de la primera clase en un múltiplo del intervalo de clase. A veces esto no es posible, pero el límite inferior por lo menos debe redondearse. Ahora bien, éstas son las clases que podría utilizar para estos datos:

Clases
\$ 200 a \$ 600
600 a 1 000
1 000 a 1 400
1 400 a 1,800
1 800 a 2 200
2 200 a 2 600
2 600 a 3 000
3 000 a 3 400

Paso 4: Anote las ganancias de venta en las clases. Para comenzar, la ganancia de venta del primer vehículo en la tabla 2-4 es de \$1 387, cifra que se debe anotar en la clase de \$1 000 a \$1 400. La segunda ganancia de la primera columna de la tabla 2-4 es de \$2 148. Se anota en la clase de \$1 800 a \$2 200. El resto de las ganancias se cuadran de forma similar. Cuando todas las ganancias se hayan registrado, la tabla tendrá la siguiente apariencia:

Ganancia	Frecuencia
\$ 200 a \$ 600	
600 a 1 000	
1 000 a 1 400	
1 400 a 1 800	
1 800 a 2 200	
2 200 a 2 600	
2 600 a 3 000	
3 000 a 3 400	
Total	

Paso 5: Cuente el número de elementos de cada clase. El número de elementos que hay en cada clase recibe el nombre de **frecuencia de clase**. En la clase de \$200 a \$600 hay 8 observaciones, y en la clase de \$600 a \$1 000 hay 11 observaciones. Por lo tanto, la frecuencia de clase de la primera clase es de 8, mientras que en la segunda es de

11. Hay un total de 180 observaciones o frecuencias en todo el conjunto de datos. Así que la suma de todas las frecuencias debe ser igual a 180.

TABLA 2-7 Distribución de frecuencias de ganancias en Applewood Auto Group sobre los vehículos que se vendieron el mes pasado

Ganancia	Frecuencia
\$ 200 a \$ 600	8
600 a 1 000	11
1 000 a 1 400	23
1 400 a 1 800	38
1 800 a 2 200	45
2 200 a 2 600	32
2 600 a 3 000	19
3 000 a 3 400	4
Total	180

Ahora que ha organizado los datos en una distribución de frecuencias, resuma el patrón de las ganancias por ventas de vehículos del Applewood Auto Group. Observe lo siguiente:

1. Las ganancias por vehículo oscilan entre \$200 y \$3 400.
2. Las ganancias se concentran entre \$1 000 y \$3 000. Las ganancias de 157 vehículos, u 87%, caen dentro de este rango.
3. La máxima concentración, o frecuencia más alta, se encuentra en la clase que va de \$1 800 a \$2 200. Hay 45 observaciones. La mitad de esta clase se ubica en \$2 000. De manera que \$2 000 representa la ganancia típica de venta de un vehículo.

Si se le presenta esta información a la señora Ball, se le da un claro panorama de la distribución de las ganancias de ventas del mes pasado.

Admita que la disposición de la información sobre la venta de precios en una distribución de frecuencias resulta en una pérdida de información detallada. Es decir, al organizar los datos en una distribución de frecuencias, no es posible ubicar con exactitud la ganancia exacta de ningún vehículo, como \$1 387, \$2 148 o \$2 201. Tampoco puede decir que el monto más bajo de ganancia de cualquier vehículo vendido es de \$294, o que la ganancia máxima fue de \$3 292. Sin embargo, el límite inferior de la primera clase y el límite superior de la clase más grande comunican esencialmente el mismo significado. Lo más probable es que la señora Ball llegará a la misma conclusión si conoce que la ganancia más baja es de aproximadamente \$200 que si sabe que el monto exacto es de \$292. Las ventajas de condensar los datos de forma más entendible y organizada compensa por mucho esta desventaja.

Autoevaluación 2-2



Las comisiones que obtuvieron los once miembros del personal de ventas de Master Chemical Company durante el primer trimestre del año pasado son las siguientes:

\$1 650 \$1 475 \$1 510 \$1 670 \$1 595 \$1 760 \$1 540 \$1 495 \$1 590 \$1 625 \$1 510

- a) ¿Cómo se denomina a valores de \$1 650 y \$1 475?
- b) Designe las cantidades que van de \$1 400 a \$1 500 como la primera clase; a las que oscilan entre \$1 500 a \$1 600, como la segunda clase y así en lo sucesivo, y organice las comisiones trimestrales como distribución de frecuencias.
- c) ¿Cómo se denominan los números de la columna derecha de la distribución de frecuencias que elaboró?
- d) Describa la distribución de las comisiones trimestrales sobre la base de la distribución de frecuencias. ¿Cuál es la concentración más grande de comisiones ganadas? ¿Cuál es la menor y cuál la mayor? ¿Cuál es la típica cantidad ganada?

Con frecuencia aparecerán otros dos términos: **punto medio de clase** e **intervalo de clase**. El punto medio, que se encuentra entre los límites inferiores de dos clases consecutivas, se calcula sumando los límites inferiores de clases consecutivas y dividiendo el resultado

entre dos. En el caso de la tabla 2-7, el límite de clase inferior de la primera clase es de \$200 y el siguiente límite es de \$600. El punto medio de clase es \$400, que se calcula mediante la operación $(\$600 + \$200)/2$. El punto medio de \$400 representa mejor, o es típico de, las ganancias de venta de los vehículos que pertenecen a dicha clase.

Para determinar el intervalo de clase, se resta el límite inferior de la clase del límite inferior de la siguiente clase. El intervalo de clase de los datos de Applewood Auto Group es de \$400, que se determina sustrayendo el límite inferior de la primera clase, \$200, del límite inferior de la siguiente clase; es decir, \$600 ($\$600 - \$200 = \400). También se puede determinar el intervalo de clase calculando la diferencia entre puntos medios consecutivos. El punto medio de la primera clase es \$400 y el punto medio de la segunda clase es \$800. La diferencia es \$400.

2.4 Ejemplo con asistencia de software

Como se indicó en el capítulo 1, existen diversos paquetes de software que permiten llevar a cabo cálculos estadísticos. A lo largo del libro aparecen los resultados de Microsoft Excel, MegaStat, que es un complemento de Microsoft Excel y de Minitab. Los comandos que se necesitan para generar los resultados aparecen en la sección **Comandos de software** al final del capítulo. Mediante esos comandos, usted podrá duplicar la pantalla.

La siguiente es una distribución de frecuencias, generada por MegaStat, la cual muestra los precios de 180 vehículos que el mes pasado vendió Applewood Auto Group. La captura de pantalla es algo diferente que la de la distribución de frecuencias de la tabla 2-7, aunque las conclusiones generales son las mismas.

Distribución de frecuencias: Cuantitativa

Ganancia				Acumulado			
Más bajo	Más alto	Punto medio	Ancho	Frecuencia	%	Frecuencia	%
200	< 600	400	400	8	4.4	8	4.4
600	< 1 000	800	400	11	6.1	19	10.6
1 000	< 1 400	1 200	400	23	12.8	42	23.3
1 400	< 1 800	1 600	400	38	21.1	80	44.4
1 800	< 2 200	2 000	400	45	25.0	125	69.4
2 200	< 2 600	2 400	400	32	17.8	157	87.2
2 600	< 3 000	2 800	400	19	10.6	176	97.8
3 000	< 3 400	3 200	400	4	2.2	180	100.0
				180	100.0		

Autoevaluación 2-3



Barry Bonds, jugador de los Gigantes de San Francisco, estableció una nueva marca de cuadrangulares en una sola temporada al conectar 73 durante la temporada 2001. En el más largo, la bola recorrió 488 pies y en el más corto, 320 pies. Usted necesita construir una distribución de frecuencias de las longitudes de estos cuadrangulares.

- a) ¿Cuántas clases se requieren?
- b) ¿Qué intervalo de clase sugiere?
- c) ¿Qué clases reales sugiere?

2.5 Distribución de frecuencias relativas

OAS Comprender una distribución de frecuencias relativas.

Quizá resulte conveniente convertir frecuencias de clase en frecuencias relativas de clase, igual que con los datos cualitativos, con el fin de mostrar la fracción del total de observaciones que hay en cada clase. En el ejemplo de la ganancia por venta de vehículos, podría interesarle saber qué porcentaje de los precios de vehículos se encuentra en la clase que va de \$1 000 a \$1 400. En otro estudio, tal vez importe saber qué porcentaje de los empleados tomó de 5 a 10 días libres el año pasado. Para convertir una distribución de frecuencia en una distribución de frecuencia *relativa*, cada una de las frecuencias de las clases se divide entre el número total de observaciones. En el caso de la distribución de ganancias por ventas de vehículos, la frecuencia relativa de la clase de \$1 000 a \$1 400 es de 0.128, que se determina

Una distribución de frecuencias relativas convierte la frecuencia en un porcentaje.

dividiendo 23 entre 180. Es decir que las ganancias del 12.8% de los vehículos que vendió Applewood Auto Group se encuentra entre \$1 000 y \$1 400. Las frecuencias relativas del resto de las clases aparecen en la tabla 2-8.

TABLA 2-8 Distribución de frecuencias relativas de las ganancias por los vehículos vendidos el mes pasado en Applewood Auto Group

Ganancia	Frecuencia	Frecuencia relativa	Determinada por
\$ 200 a \$ 600	8	0.044	8/180
600 a 1 000	11	0.061	11/180
1 000 a 1 400	23	0.128	23/180
1 400 a 1 800	38	0.211	38/180
1 800 a 2 200	45	0.250	45/180
2 200 a 2 600	32	0.178	32/180
2 600 a 3 000	19	0.106	19/180
3 000 a 3 400	4	0.022	4/180
Total	180	1.000	

Autoevaluación 2-4



Consulte la tabla 2-8, la cual muestra la distribución de frecuencias relativas de los vehículos que se vendieron el mes pasado en Applewood Auto Group.

- ¿Cuántos vehículos están en la clase \$1 800 a \$2 200?
- ¿Qué porcentaje de vehículos se vendió con una ganancia de entre \$1 800 y \$2 200?
- ¿Qué porcentaje de vehículos se vendió con una ganancia de \$2 200 o más?

Ejercicios

connect™

- Un conjunto de datos consta de 38 observaciones. ¿Cuántas clases recomendaría para la distribución de frecuencias?
- Un conjunto de datos consta de 45 observaciones entre \$0 y \$29. ¿Qué tamaño recomendaría usted para el intervalo de clase?
- Un conjunto de datos consta de 230 observaciones entre \$235 y \$567. ¿Qué intervalo de clase recomendaría?
- Un conjunto de datos contiene 53 observaciones. El valor más bajo es 42 y el más alto 129. Los datos se van a organizar en una distribución de frecuencias.
 - ¿Cuántas clases sugeriría?
 - ¿Qué cantidad sugeriría como límite inferior de la primera clase?
- Wachesaw Manufacturing, Inc., produjo la siguiente cantidad de unidades los pasados 16 días.



Este ícono (data file) indica que los datos están disponibles en el sitio web del libro: www.mhhe.com/lind15e. Usted podrá descargar los datos directamente a Excel o Minitab desde el sitio.

27	27	27	28	27	25	25	28
26	28	26	28	31	30	26	26

La información se organizará en una distribución de frecuencias.

- ¿Cuántas clases recomendaría?
 - ¿Qué intervalo de clase sugeriría?
 - ¿Qué límite inferior recomendaría para la primera clase?
 - Organice la información en una distribución de frecuencias y determine la distribución de frecuencias relativas.
 - Comente la forma de la distribución.
- Quick Change Oil Company cuenta con varios talleres en el área metropolitana de Seattle. Las cantidades diarias de cambios de aceite que se realizaron en el taller de Oak Street los pasados veinte días son las siguientes:



65	98	55	62	79	59	51	90	72	56
70	62	66	80	94	79	63	73	71	85

Los datos se organizarán en una distribución de frecuencias.

- ¿Cuántas clases recomendaría usted?
- ¿Qué intervalo de clase sugeriría?

- c) ¿Qué límite inferior recomendaría para la primera clase?
 - d) Organice el número de cambios de aceite como distribución de frecuencias.
 - e) Comente la forma de la distribución de frecuencias. Determine, asimismo, la distribución de frecuencias relativas.
13. El gerente de Bilo Supermarket, en Mt. Pleasant, Rhode Island, reunió la siguiente información sobre la cantidad de veces que un cliente visita la tienda durante un mes. Las respuestas de 51 clientes fueron las siguientes:

5	3	3	1	4	4	5	6	4	2	6	6	6	7	1
1	14	1	2	4	4	4	5	6	3	5	3	4	5	6
8	4	7	6	5	9	11	3	12	4	7	6	5	15	1
1	10	8	9	2	12									

- a) Comience a partir de 0 como límite inferior de la primera clase, utilice un intervalo de clase de 3 y organice los datos en una distribución de frecuencias.
 - b) Describa la distribución. ¿Dónde tienden a acumularse los datos?
 - c) Convierta la distribución en una distribución de frecuencias relativas.
14. La división de servicios alimentarios de Cedar River Amusement Park, Inc., estudia la cantidad que gastan al día en alimento y bebida las familias que visitan el parque de diversiones. Una muestra de 40 familias que visitó el parque ayer revela que éstas gastan las siguientes cantidades:

\$77	\$18	\$63	\$84	\$38	\$54	\$50	\$59	\$54	\$56	\$36	\$26	\$50	\$34	\$44
41	58	58	53	51	62	43	52	53	63	62	62	65	61	52
60	60	45	66	83	71	63	58	61	71					

- a) Organice los datos como distribución de frecuencias utilizando siete clases y el 15 como límite inferior de la primera clase. ¿Qué intervalo de clase eligió?
- b) ¿Dónde tienden a acumularse los datos?
- c) Describa la distribución.
- d) Determine la distribución de frecuencias relativas.

2.6 Representación gráfica de una distribución de frecuencias

OA6 Representar una distribución de frecuencias de datos por medio de histogramas o polígonos de frecuencia.

Es frecuente que gerentes de ventas, analistas de bolsa, administradores de hospitales y otros ejecutivos necesiten una vista rápida de las tendencias de las ventas, los precios de las acciones o costos de hospitalización. A menudo, estas tendencias se describen por medio de tablas y gráficas. Tres herramientas que serán de utilidad para representar gráficamente una distribución de frecuencias son el histograma, el polígono de frecuencias y el polígono de frecuencias acumuladas.

Histograma

Un **histograma** de una distribución de frecuencias basadas en datos cuantitativos se asemeja mucho a la gráfica de barras, que muestra la distribución de datos cualitativos. Las clases se señalan en el eje horizontal y las frecuencias de clase en el eje vertical. Las frecuencias de clase se representan por medio de las alturas de las barras. Ahora bien, existe una importante diferencia como consecuencia de la naturaleza de los datos. Por lo general, los datos cuantitativos se miden con escalas continuas, no discretas. Por consiguiente, el eje horizontal representa todos los valores posibles y las barras se colocan de forma adyacente para que muestren la naturaleza continua de los datos.

HISTOGRAMA Gráfica en la que las clases se señalan en el eje horizontal y las frecuencias de clase en el eje vertical. Las frecuencias de clase se representan por medio de las alturas de las barras, que se dibujan de manera adyacente.

Ejemplo

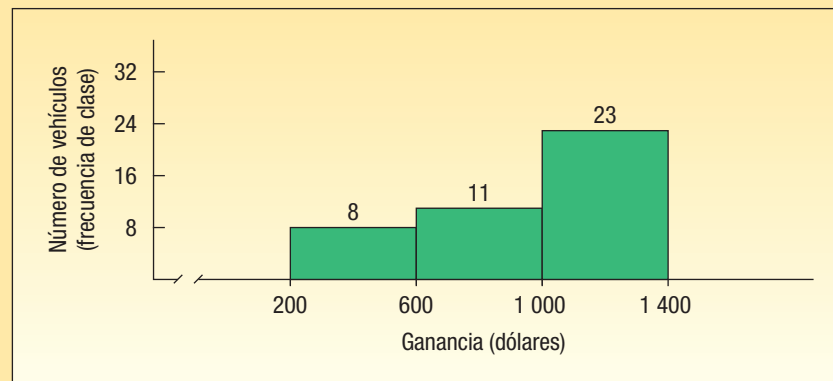
En seguida aparece la distribución de frecuencias de las ganancias por ventas de vehículos el mes pasado en el Applewood Auto Group.

Ganancia	Frecuencia
\$ 200 a \$ 600	8
600 a 1 000	11
1 000 a 1 400	23
1 400 a 1 800	38
1 800 a 2 200	45
2 200 a 2 600	32
2 600 a 3 000	19
3 000 a 3 400	4
Total	180

Construya un histograma. ¿Qué conclusiones obtiene de la información que se presenta en el histograma?

Solución

Las frecuencias de clase se colocan en una escala ubicada en el eje vertical (eje Y), mientras que a lo largo del eje horizontal se colocan los límites de clase o los puntos medios de clase. Para ilustrar la construcción del histograma, las primeras tres clases aparecen en la gráfica 2-3.



GRÁFICA 2-3 Construcción de un histograma

Observe que en la gráfica 2-3 la ganancia que produjeron ocho vehículos fue de \$200 a \$600. Por consiguiente, la altura de la columna de dicha clase es 8. Hay 11 vehículos en los que la ganancia fue de \$600 a \$1 000. Por consiguiente, es lógico que la altura de dicha columna sea 11. La altura de la barra representa el número de observaciones en la clase.

Este procedimiento se aplica en todas las clases. El histograma completo aparece en la gráfica 2-4. Advierta que no hay espacio entre las barras. Ésta es una característica del histograma, debida a que la variable marcada en el eje horizontal es cuantitativa y pertenece a la escala de medición de intervalo. En una gráfica de barras, la escala de medición es nominal y las barras verticales están separadas. Éstas son diferencias importantes entre el histograma y la gráfica de barras.

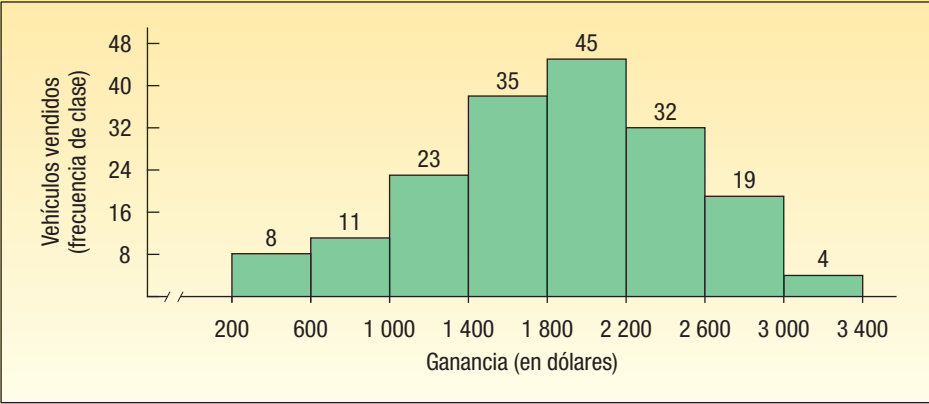
A partir del histograma de la gráfica 2-4, es posible concluir lo siguiente:

1. La ganancia que se obtuvo por la venta de un vehículo está en un rango de \$200 a \$3 400.
2. Las ganancias se concentran entre \$1 000 y \$3 000. La ganancia sobre 157 vehículos, u 87%, cayeron dentro de este rango.
3. La mayor concentración, o frecuencia más alta, se encuentra en la clase de \$1 800 a \$2 200. La mitad de esta clase es \$2 000. Por lo tanto, la ganancia típica en la venta de un vehículo es de \$2 000.



Estadística en acción

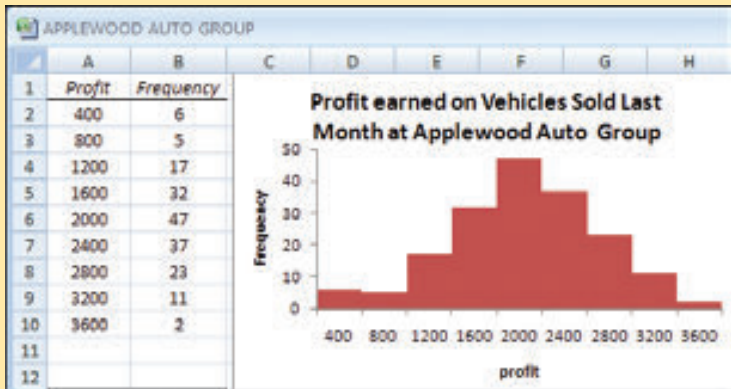
A Florence Nightingale se le conoce como la fundadora de la profesión de enfermería. Sin embargo, también salvó muchas vidas con la ayuda del análisis estadístico. Cuando se encontraba en condiciones poco higiénicas o en un hospital sin suficientes provisiones, mejoraba las condiciones y, en seguida, empleaba los datos estadísticos para documentar las mejoras. De esta manera convenció a otros de la necesidad de una reforma médica, en particular en el área de salubridad. Diseñó gráficas originales para demostrar que, durante la guerra de Crimea, murieron más soldados a causa de las condiciones insalubres que en combate.



GRÁFICA 2-4 Histograma de ganancias sobre 180 vehículos que vendió Applewood Auto Group

Por consiguiente, el histograma proporciona una representación visual de una distribución de frecuencias de fácil interpretación. También cabe señalar que de haber empleado una distribución de frecuencias relativas en lugar de las frecuencias reales, las conclusiones y la forma del histograma hubieran sido las mismas. Es decir, si hubiera empleado las frecuencias relativas de la tabla 2-8, el histograma tendría la misma forma que la gráfica 2-4. La única diferencia consiste en que el eje vertical representaría el porcentaje en lugar de la cantidad de vehículos.

Utilizamos el sistema Microsoft Excel para producir el histograma de los datos de venta de Applewood Auto Group. Advierta que los puntos medios de clase se emplean como etiquetas de las clases. Los comandos del software para crear este resultado se incluyen en la sección **Comandos de software**, que aparece al final del capítulo.



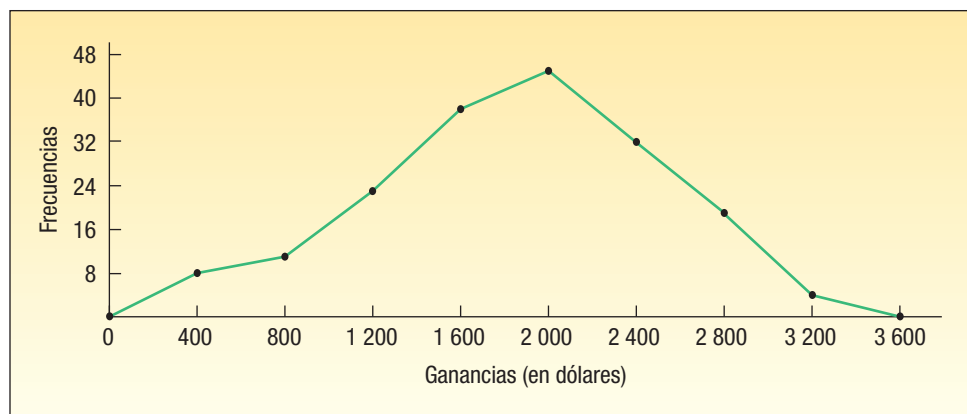
Polígono de frecuencias

Un **polígono de frecuencias** también muestra la forma que tiene una distribución y es similar a un histograma. Consiste en segmentos de recta que conectan los puntos que forman las intersecciones de los puntos medios de clase y las frecuencias de clase. En la gráfica 2-5 (en la página 39) se ilustra la construcción de un polígono de frecuencias. Se emplearon las ganancias sobre los vehículos vendidos el mes pasado en Applewood Auto Group. El punto medio de cada clase se indica en una escala en el eje X y las frecuencias de clase en el eje Y. Recuerde que el punto medio de clase es el valor localizado en el centro de una clase y repre-

senta los valores típicos de ella. La frecuencia de clase es el número de observaciones que hay en una clase particular. Las ganancias que se obtuvieron por la venta de los vehículos en Applewood Auto Group el mes pasado se repiten a continuación:

Ganancia	Punto medio	Frecuencia
\$ 200 a \$ 600	\$ 400	8
600 a 1 000	800	11
1 000 a 1 400	1 200	23
1 400 a 1 800	1 600	38
1 800 a 2 200	2 000	45
2 200 a 2 600	2 400	32
2 600 a 3 000	2 800	19
3 000 a 3 400	3 200	4
Total		180

Como se señaló antes, la clase que va de \$200 a \$600 está representada por el punto medio \$400. Para construir un polígono de frecuencias, hay que desplazarse horizontalmente sobre la gráfica al punto medio, \$400, y en seguida de manera vertical al 8, la frecuencia de clase, donde se coloca un punto. Los valores de X y de Y de este punto reciben el nombre de *coordenadas*. Las coordenadas del siguiente punto son $X = 800$ y $Y = 11$. El proceso continúa con todas las clases. Posteriormente, los puntos se conectan de manera ordenada. Es decir, que el punto que representa la clase más baja se une al que representa la segunda clase y así en lo sucesivo. Observe que en la gráfica 2-5, para completar el polígono de frecuencias, se añaden los puntos medios de \$0 y \$3 600 para *anclar* el polígono en la frecuencia cero. Estos dos valores, \$0 y \$3 600, se obtuvieron restando el intervalo de clase \$400 al punto medio más bajo (\$400) y sumando \$400 al punto medio más alto (\$3 200) en la distribución de frecuencias.



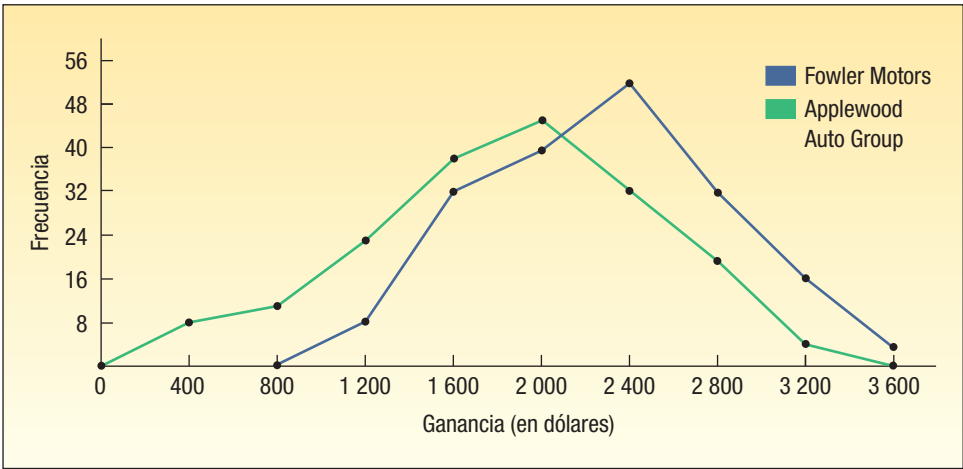
GRÁFICA 2-5 Polígono de frecuencias de las ganancias sobre 180 vehículos que vendió Applewood Auto Group

Tanto el histograma como el polígono de frecuencias permiten tener una vista rápida de las principales características de los datos (máximos, mínimos, puntos de concentración, etc.). Aunque las dos representaciones tienen un propósito similar, el histograma posee la ventaja de que describe cada clase como un rectángulo, en el que la barra de altura de éste representa el número de elementos que hay en cada clase. El polígono de frecuencias, en cambio, tiene una ventaja con respecto al histograma. También permite comparar directamente dos o más distribuciones de frecuencias. Suponga que la señora Ball desea comparar las ganancias por

vehículo vendido en Applewood Auto Group con las que obtuvo un grupo similar, Fowler Motors, ubicado en Grayling, Michigan. Para hacerlo, debe construir dos polígonos de frecuencias, uno sobre el otro, como lo muestra la gráfica 2-6. A partir de la gráfica, dos cosas resultan evidentes:

- Que la ganancia típica que obtiene Fowler es más alta: alrededor de \$2 000 Applewood Auto Group y \$2 400 Fowler.
- Existe menos dispersión en las ganancias en Fowler Motors que en Applewood. El límite inferior de la primera clase de Applewood es \$0 y el superior, \$3 600. En el caso de Fowler Motors, el límite inferior es \$800 y el superior es el mismo: \$3 600.

El número total de autos vendidos en las dos concesionarias es aproximadamente el mismo, así que es posible llevar a cabo una comparación directa. Si la diferencia entre el número total de autos vendidos es mayor, convertir las frecuencias en frecuencias relativas y representar en seguida las dos distribuciones permitiría obtener una comparación más clara.



GRÁFICA 2-6 Distribución de ganancias de vehículos en Applewood Auto Group y en Fowler Motors

Autoevaluación 2-5



Las importaciones anuales de un grupo de proveedores del sector electrónico aparecen en la siguiente distribución de frecuencias.

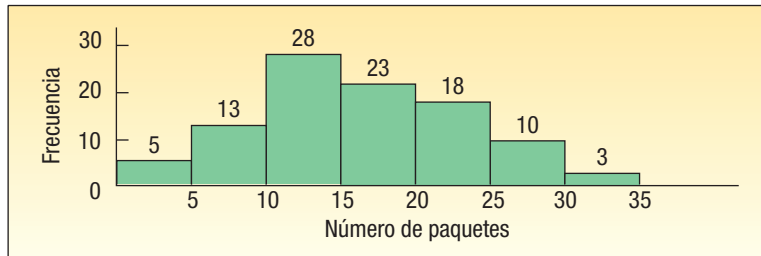
Importaciones (millones de dólares)	Número de proveedores	Importaciones (millones de dólares)	Número de proveedores
2 a 5	6	11 a 14	10
5 a 8	13	14 a 17	1
8 a 11	20		

- a) Represente las importaciones por medio de un histograma.
- b) Muestre las importaciones por medio de un polígono de frecuencias relativas.
- c) Resuma las facetas importantes de la distribución (como clases, incluyendo las frecuencias más alta y más baja).

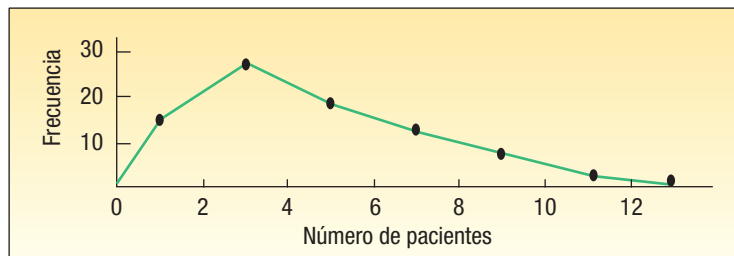
Ejercicios



15. Molly's Candle Shop tiene diversas tiendas de venta de menudeo en las áreas costeras de Carolina del Norte y Carolina del Sur. Muchos de los clientes de Molly's han solicitado que les envíe sus compras. La siguiente gráfica muestra el número de paquetes enviados por día durante los pasados 100 días.



- ¿Qué nombre recibe la gráfica?
 - ¿Cuál es el número total de frecuencias?
 - ¿Cuál es el intervalo de clase?
 - ¿Cuál es la frecuencia de clase en las clases 10 a 15?
 - ¿Cuál es la frecuencia relativa en las clases 10 a 15?
 - ¿Cuál es el punto medio de las clases 10 a 15?
 - ¿En cuántos días se enviaron 25 o más paquetes?
16. La siguiente gráfica muestra el número de pacientes que admite diariamente el Memorial Hospital por la sala de urgencias.



- ¿Cuál es el punto medio de la clase que va de 2 a 4?
 - ¿Cuántos días se admitió de 2 a 4 pacientes?
 - ¿Aproximadamente cuántos días fueron estudiados?
 - ¿Cuál es el intervalo de clase?
 - ¿Qué nombre recibe esta gráfica?
17. La siguiente distribución de frecuencias muestra el número de millas de viajero frecuente, expresado en miles de millas, de empleados de Brumley Statistical Consulting, Inc., durante el trimestre más reciente.

Millas de viajero frecuente (millas)	Número de empleados
0 a 3	5
3 a 6	12
6 a 9	23
9 a 12	8
12 a 15	2
Total	50

- ¿Cuántos empleados se estudiaron?
- ¿Cuál es el punto medio de la primera clase?
- Construya un histograma.

- d) Dibuje un polígono de frecuencias. ¿Cuáles son las coordenadas de la marca correspondientes a la primera clase?
 - e) Construya un polígono de frecuencias.
 - f) Interprete las millas de viajero frecuente acumuladas utilizando las dos gráficas.
18. Ecommerce.com, un minorista grande de internet, estudia el tiempo de entrega (el tiempo que transcurre desde que se hace un pedido hasta que se entrega) en una muestra de pedidos recientes. Los tiempos de espera se expresan en días.

Tiempo de espera (días)	Frecuencia
0 a 5	6
5 a 10	7
10 a 15	12
15 a 20	8
20 a 25	7
Total	40

- a) ¿Cuántos pedidos se estudiaron?
- b) ¿Cuál es el punto medio de la primera clase?
- c) ¿Cuáles son las coordenadas de la primera clase en un polígono de frecuencias?
- d) Trace un histograma.
- e) Dibuje un polígono de frecuencias.
- f) Interprete los tiempos de espera mediante las dos gráficas.

Distribuciones de frecuencia acumulativas

OA7 Construir e interpretar una distribución de frecuencia acumulativa.

Considere de nuevo la distribución de las ganancias sobre vehículos que vendió Applewood Auto Group. Suponga que el interés radica en la cantidad de vehículos que se vendieron con una ganancia de menos de \$1 400, o la ganancia que se obtuvo en el valor debajo del cual se vendió 40% de los vehículos. Estas cantidades se aproximan mediante una **distribución de frecuencias acumulativas** con representación gráfica de un **polígono de frecuencias acumulativas**.

Ejemplo

La distribución de frecuencias de las ganancias que obtuvo Applewood Auto Group se toma de la tabla 2-7.

Ganancia	Frecuencia
\$ 200 a \$ 600	8
600 a 1 000	11
1 000 a 1 400	23
1 400 a 1 800	38
1 800 a 2 200	45
2 200 a 2 600	32
2 600 a 3 000	19
3 000 a 3 400	4
Total	180

Construya un polígono de frecuencias acumulativas. ¿En menos de qué cantidad se sitúa la ganancia que se obtuvo por 75% de los vehículos? ¿En menos de qué cantidad se sitúa la ganancia que se obtuvo por sesenta vehículos?

Solución

Como su nombre lo indica, una distribución de frecuencias acumulativas y un polígono de frecuencias acumulativas implican *frecuencias acumulativas*. Para construir una distribución de frecuencias acumulativas, consulte la tabla anterior y observe que 8 vehículos se vendieron con

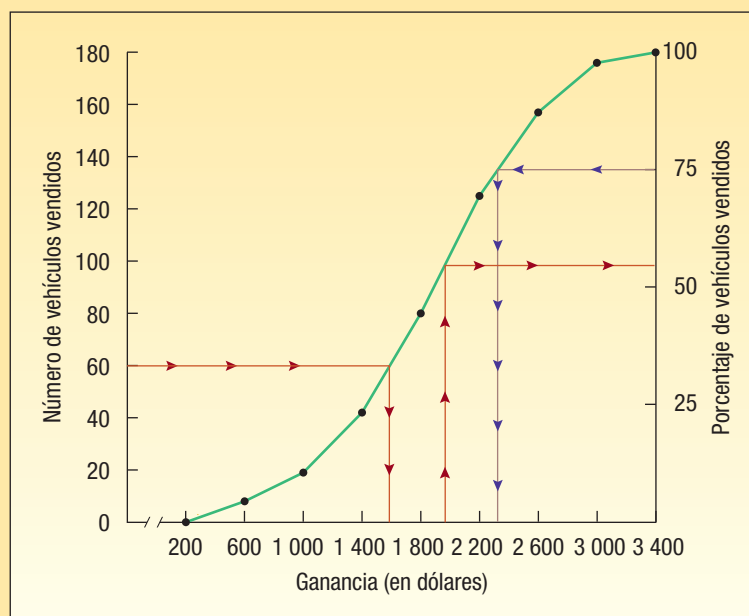
una ganancia menor a \$600. Esos 8 vehículos, más 11 de la clase inmediatamente superior, que dan un total de 19, rindieron una ganancia menor a \$1 000. La frecuencia acumulativa de la siguiente clase superior consecutiva es de 42, calculada mediante la operación $8 + 11 + 23$. Este proceso se repite en el caso de todas las clases. Todos los vehículos produjeron una ganancia menor a \$3 400 (vea la tabla 2-9).

TABLA 2-9 Distribución de frecuencias acumulativas de las ganancias obtenidas por vehículos vendidos el mes pasado en Applewood Auto Group

Ganancia	Frecuencia	Frecuencia acumulativa	Calculada así
\$ 200 a \$ 600	8	8	8
600 a 1 000	11	19	$8 + 11$
1 000 a 1 400	23	42	$8 + 11 + 23$
1 400 a 1 800	38	80	$8 + 11 + 23 + 30$
1 800 a 2 200	45	125	$8 + 11 + 23 + 30 + 45$
2 200 a 2 600	32	157	$8 + 11 + 23 + 30 + 45 + 32$
2 600 a 3 000	19	176	$8 + 11 + 23 + 30 + 45 + 32 + 19$
3 000 a 3 400	4	180	$8 + 11 + 23 + 30 + 45 + 32 + 19 + 4$
Total	180		

Para trazar una distribución de frecuencias acumulativas, se ubica el límite superior de cada clase en una escala a lo largo del eje X, y las correspondientes frecuencias acumulativas, a lo largo del eje Y. Para incluir información adicional, gradúe el eje vertical a la izquierda en unidades y el eje vertical a la derecha en porcentajes. En el ejemplo de Applewood Auto Group, el eje vertical que se localiza a la izquierda se gradúa desde 0 hasta 180 y a la derecha de 0% a 100%. El valor de 50% corresponde a 90 vehículos.

Para comenzar, la primera marca se coloca en $X = 200$ y $Y = 0$. Ninguno de los vehículos se vendió con una ganancia menor a \$200. La ganancia de 8 vehículos fue menor de \$600, así que la siguiente marca es $X = 600$ y $Y = 8$. A continuación, la próxima marca es $X = 1 000$ y $Y = 19$. Se registraron 19 vehículos vendidos con una ganancia menor a \$1 000. Se dibuja el resto de los puntos y en seguida se conectan para formar la gráfica que sigue.



GRÁFICA 2-7 Distribución de frecuencias acumulativas por ganancia en vehículos que el mes pasado vendió Applewood Auto Group

Para determinar el monto de la ganancia que se obtuvo en 75% de los autos vendidos, trace una línea horizontal en la marca de 75%, ubicada en el eje vertical de la derecha, hasta el polígono; en seguida baje al eje X y lea el monto de ganancias. El valor sobre el eje X es de aproximadamente \$2 300, así que se estima que 75% de los vehículos rindieron una ganancia menor a \$2 300 para Applewood Group.

Para determinar la ganancia que obtuvo en 60 vehículos, localice el valor de 60 en el eje vertical de la derecha. Luego, trace una línea horizontal a partir del valor de 60 al polígono y después baje al eje X y lea el monto. Éste es de aproximadamente \$1 590, así que se estima que 60 vehículos se vendieron con una ganancia menor a \$1 590. También es posible hacer aproximaciones del porcentaje de vehículos vendidos en menos de cierta cantidad. Por ejemplo, suponga que desea calcular el porcentaje de vehículos que se vendieron con una ganancia menor a \$1 600. Para comenzar, localice el valor de \$1 600 en el eje X, desplácese por la vertical hasta el polígono y en seguida por la horizontal hasta el eje vertical de la derecha. El valor es de aproximadamente 56%, así que se concluye que 56% de los vehículos se vendieron con una ganancia menor a \$1 600.

Autoevaluación 2-6



En la siguiente tabla se organizó una muestra de salarios por hora de 15 empleados de Home Depot, ubicada en Brunswick, Georgia:

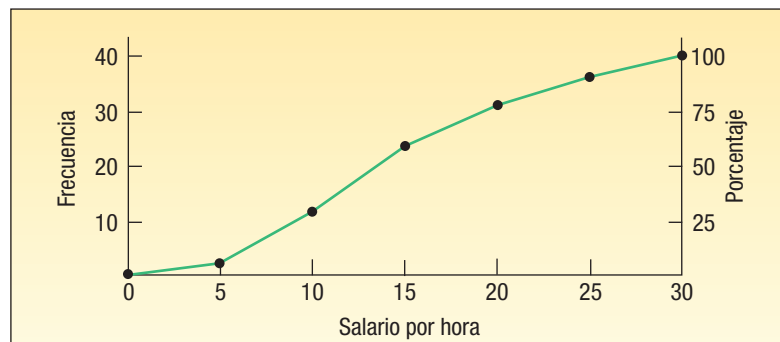
Salarios por hora	Número de empleados
\$ 8 a \$10	3
10 a 12	7
12 a 14	4
14 a 16	1

- ¿Qué nombre recibe la tabla?
- Elabore una distribución de frecuencias acumulativas y represente la distribución en un polígono de frecuencias acumulativas.
- De acuerdo con el polígono de frecuencias acumulativas, ¿cuántos empleados ganan \$11.00 o menos la hora? ¿La mitad de los empleados ganan más? ¿Cuatro empleados ganan cuánto menos o más?

Ejercicios

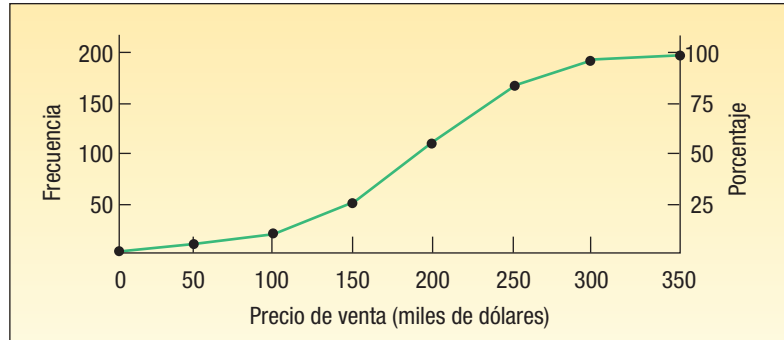
connect™

19. La siguiente gráfica muestra los salarios por hora que percibe una muestra de soldadores en la zona de Atlanta, Georgia.



- ¿A cuántos soldadores se estudió?
- ¿Cuál es el intervalo de clase?

- c) ¿Aproximadamente cuántos soldadores ganan menos de \$10.00 la hora?
- d) ¿Alrededor de 75% de los soldadores ganan menos de cierta cantidad. ¿Qué cantidad es ésta?
- e) Diez de los soldadores estudiados ganan menos de cierta cantidad. ¿Qué cantidad es ésta?
- f) ¿Qué porcentaje de soldadores gana menos de \$20.00 la hora?
20. La siguiente gráfica muestra los precios de venta (miles de dólares) de casas que se vendieron en la zona de Billings, Montana.



- a) ¿Cuántas casas se estudiaron?
- b) ¿Cuál es el intervalo de clase?
- c) ¿En menos de qué cantidad se vendieron 100 casas?
- d) ¿En menos de qué cantidad se vendió alrededor de 75% de las casas?
- e) Aproxime el número de casas que se vendieron en la clase que va de \$150 000 a \$200 000.
- f) ¿Qué cantidad de casas se vendieron en menos de \$225 000?
21. Se repite la distribución de frecuencias del ejercicio 17, que representa el número de millas de viajero frecuente acumuladas por empleados de Brumley Statistical Consulting Company.

Millas de viajero frecuente (miles)	Frecuencia
0 a 3	5
3 a 6	12
6 a 9	23
9 a 12	8
12 a 15	<u>2</u>
Total	50

- a) ¿Cuántos empleados acumularon menos de 3 000 millas?
- b) Convierta la distribución en una distribución de frecuencias acumulativas.
- c) Represente la distribución de frecuencias acumulativas en forma de polígono de frecuencias acumulativas.
- d) De acuerdo con el polígono de frecuencias, ¿cuántas millas acumuló 75% de los empleados?
22. La distribución de frecuencias de los tiempos de espera en Ecommerce.com, en el ejercicio 18, se repite a continuación.

Tiempo de espera (días)	Frecuencia
0 a 5	6
5 a 10	7
10 a 15	12
15 a 20	8
20 a 25	<u>7</u>
Total	40

- a) ¿Cuántos pedidos se despacharon en menos de 10 días? ¿En menos de 15 días?
- b) Convierta la distribución de frecuencias en una distribución de frecuencias acumulativas.
- c) Diseñe un polígono de frecuencias acumulativas.
- d) ¿En menos de cuántos días se despachó alrededor de 60% de los pedidos?

Resumen del capítulo

- I. Una tabla de frecuencias es una agrupación de datos cualitativos en clases mutuamente excluyentes, que muestra el número de observaciones que hay en cada clase.
- II. Una tabla de frecuencias relativas muestra la fracción del número de frecuencias en cada clase.
- III. Una gráfica de barras es una representación de una tabla de frecuencias.
- IV. Una gráfica de pastel muestra la parte que cada clase representa del número total de frecuencias.
- V. Una distribución de frecuencias es una agrupación de datos en clases mutuamente excluyentes que muestra el número de observaciones que hay en cada clase.
 - A. Los pasos para construir una distribución de frecuencias son los siguientes:
 - 1. Decidir el número de clases.
 - 2. Determinar el intervalo de clase.
 - 3. Establecer los límites de cada clase.
 - 4. Anotar los datos en bruto de las clases.
 - 5. Enumerar los elementos en cada clase.
 - B. La frecuencia de clase es el número de observaciones que hay en cada clase.
 - C. El intervalo de clase es la diferencia entre los límites de dos clases consecutivas.
 - D. El punto medio de clase representa la mitad entre los límites de clases consecutivas.
- VI. Una distribución de frecuencias relativas muestra el porcentaje de observaciones de cada clase.
- VII. Existen tres métodos para hacer una representación gráfica de una distribución de frecuencias.
 - A. Un histograma representa el número de frecuencias en cada clase en forma de rectángulo.
 - B. Un polígono de frecuencias consiste en segmentos de recta que unen los puntos formados por la intersección del punto medio de clase con la frecuencia de clase.
 - C. Una distribución de frecuencias acumulativas muestra el número o porcentaje de observaciones por debajo de valores dados.



Ejercicios del capítulo

- 23. Describa las similitudes y diferencias de las variables cualitativa y cuantitativa. Asegúrese de considerar lo siguiente:
 - a) El nivel de medición que se requiere para cada tipo de variable.
 - b) Si ambos tipos sirven para describir muestras y poblaciones.
- 24. Describa las similitudes y diferencias entre una tabla de frecuencias y una distribución de frecuencias. Asegúrese de incluir cuál requiere datos cualitativos y cuál datos cuantitativos.
- 25. Alexandra Damonte construirá un nuevo centro vacacional en Myrtle Beach, Carolina del Sur. Debe decidir la manera de diseñar la obra sobre la base del tipo de actividades que ofrecerá el centro vacacional a sus clientes. Una encuesta reciente de 300 posibles clientes mostró los siguientes resultados relacionados con las preferencias de los consumidores en lo que se refiere a actividades recreativas:

Les gustan las actividades planeadas	63
No les gustan las actividades planeadas	135
No están seguros	78
No responden	24

- a) ¿Qué nombre recibe la tabla?
 - b) Diseñe una gráfica de barras para representar los resultados de la encuesta.
 - c) Trace una gráfica de pastel que muestre los resultados de la encuesta.
 - d) Si usted se está preparando para presentar los resultados a la señora Damonte como parte de un informe, ¿qué gráfica preferiría mostrar? ¿Por qué?
- 26. Speedy Swift es un servicio de reparto de mercancía que atiende el área metropolitana más grande de Atlanta, Georgia. Para conservar la lealtad del consumidor, uno de sus objetivos de desempeño es la entrega a tiempo. Con el fin de supervisar su desempeño, cada entrega se mide de acuerdo con la siguiente escala: anticipada (mercancía entregada antes del tiempo prescrito); a tiempo (mercancía entregada cinco minutos dentro del tiempo prescrito); tarde (mercancía entregada más de cinco minutos después del tiempo prescrito); extraviada (mercancía no entregada).

El objetivo de Speedy Swift consiste en entregar 99% de la mercancía en forma anticipada o a tiempo. Otro objetivo es jamás perder un paquete. 

Speedy recogió los siguientes datos del desempeño del mes pasado:

A tiempo	A tiempo	Anticipada	Tarde	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	Tarde	A tiempo
Anticipada	A tiempo	A tiempo	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo
Anticipada	A tiempo	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo
Anticipada	A tiempo	A tiempo	Tarde	Anticipada	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo	Anticipada
A tiempo	Tarde	Tarde	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo
A tiempo	Tarde	Anticipada	A tiempo	Anticipada	A tiempo	Extraviada	A tiempo	A tiempo	A tiempo
Anticipada	Anticipada	A tiempo	A tiempo	Tarde	Anticipada	Extraviada	A tiempo	A tiempo	A tiempo
A tiempo	A tiempo	Anticipada	A tiempo	Anticipada	A tiempo	Anticipada	A tiempo	Tarde	A tiempo
A tiempo	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo	Tarde	A tiempo	Anticipada	A tiempo	A tiempo
A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	A tiempo	Anticipada	Anticipada	A tiempo	A tiempo	A tiempo

- ¿Qué escala se empleó para medir el desempeño del reparto? ¿Qué clase de variable es el desempeño del reparto?
 - Construya una tabla de frecuencias que muestre el desempeño de reparto en el mes pasado.
 - Construya una tabla de frecuencias relativas del desempeño de reparto en el mes pasado.
 - Dibuje una gráfica de barras de la tabla de frecuencias del desempeño de reparto en el mes pasado.
 - Construya una gráfica de pastel del desempeño del reparto a tiempo durante el mes pasado.
 - Analice los resúmenes de datos y redacte una evaluación del desempeño del reparto durante el mes pasado en relación con los objetivos de desempeño de Speedy. Elabore una recomendación general para realizar un análisis posterior.
- Un conjunto de datos incluye 83 observaciones. ¿Cuántas clases recomendaría para elaborar una distribución de frecuencias?
 - Un conjunto de datos consta de 145 observaciones que van de 56 a 490. ¿Qué tamaño de intervalo de clase recomendaría?
 - A continuación se muestra el número de minutos que emplea un grupo de ejecutivos para viajar en automóvil de su casa al trabajo. 

28	25	48	37	41	19	32	26	16	23	23	29	36
31	26	21	32	25	31	43	35	42	38	33	28	

- ¿Cuántas clases recomendaría?
 - ¿Cuántos intervalos de clase sugeriría?
 - ¿Qué intervalo de clase sugeriría como límite inferior de la primera clase?
 - Organice los datos en una distribución de frecuencias.
 - Comente la forma de la distribución de frecuencias.
- Los siguientes datos proporcionan las cantidades semanales que gasta en abarrotes una muestra de hogares. 

\$271	\$363	\$159	\$ 76	\$227	\$337	\$295	\$319	\$250
279	205	279	266	199	177	162	232	303
192	181	321	309	246	278	50	41	335
116	100	151	240	474	297	170	188	320
429	294	570	342	279	235	434	123	325

- ¿Cuántas clases recomendaría?
- ¿Qué intervalo de clase sugeriría?
- ¿Cuál recomendaría como límite inferior de la primera clase?
- Organice los datos en una distribución de frecuencias.

31. Un científico social investiga el uso de iPods entre los estudiantes universitarios. Una muestra de 45 estudiantes reveló que escucharon ayer el siguiente número de canciones. 

4	6	8	7	9	6	3	7	7	6	7	1	4	7	7
4	6	4	10	2	4	6	3	4	6	8	4	3	3	6
8	8	4	6	4	6	5	5	9	6	8	8	6	5	10

Organice esa información en una distribución de frecuencias.

- ¿Cuántas clases sugiere?
 - ¿Cuál es el intervalo de clase más apropiado?
 - ¿Cuál es el límite inferior de la clase inicial?
 - Elabore la distribución de frecuencias.
 - Describa el perfil de la distribución.
32. Por muchos años, David Wise ha manejado su propio portafolio de inversiones. Abajo se enlista el periodo de tenencia (registrado al último año completo) entre la compra y la venta de su colección de acciones. 

8	8	6	11	11	9	8	5	11	4	8	5	14	7	12	8	6	11	9	7
9	15	8	8	12	5	9	8	5	9	10	11	3	9	8	6				

- ¿Cuántas clases propone?
 - ¿Qué intervalo de clase sugiere?
 - ¿Qué cantidad utilizaría para el límite inferior de la clase inicial?
 - Con base en sus respuestas a los incisos a), b) y c), construya una distribución de frecuencias.
 - Identifique la apariencia de la distribución de frecuencias.
33. Está usted explorando la música en su librería de iTunes. El número total de reproducciones durante el último año de las canciones que están en su lista de “favoritas” se muestra a continuación. Elabore una distribución de frecuencias de las reproducciones y describa su forma. A menudo se dice que una pequeña fracción de las canciones de una persona representa la mayoría de sus reproducciones totales. ¿Este parece ser el caso aquí? 

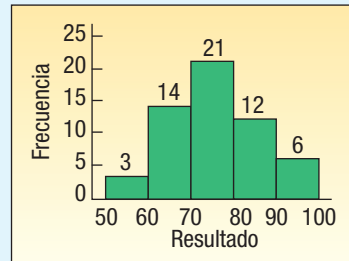
128	56	54	91	190	23	160	298	445	50
578	494	37	677	18	74	70	868	108	71
466	23	84	38	26	814	17			

34. A partir de julio de 2005, el *Journal of Finance* puso su contenido a disposición de los lectores en internet. La tabla siguiente muestra el número de veces que se descargó una versión mensual, y el número de artículos que fueron vistos cada mes. Suponga que desea hacer una distribución de frecuencias del número de descargas. 

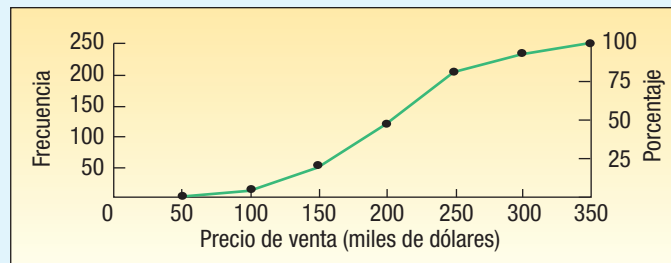
312	2 753	2 595	6 057	7 624	6 624	6 362	6 575	7 760	7 085	7 272
5 967	5 256	6 160	6 238	6 709	7 193	5 631	6 490	6 682	7 829	7 091
6 871	6 230	7 253	5 507	5 676	6 974	6 915	4 999	5 689	6 143	7 086

- ¿Cuántas clases propone?
- Sugiera un intervalo de clase.
- ¿Qué cantidad usaría para el límite inferior de la clase inicial?
- En base a sus respuestas a los incisos a), b) y c), cree una distribución de frecuencias.
- Identifique la apariencia de la distribución de frecuencias.

35. El siguiente histograma muestra los resultados en el primer examen de una clase de estadística.



- ¿Cuántos estudiantes presentaron el examen?
 - ¿Cuál es el intervalo de clase?
 - ¿Cuál es el punto medio de la primera clase?
 - ¿Cuántos estudiantes obtuvieron un resultado inferior a 70?
36. La siguiente gráfica resume el precio de venta de casas vendidas el mes pasado en la zona de Sarasota, Florida.



- ¿Qué nombre recibe la gráfica?
 - ¿Cuántas casas se vendieron el mes pasado?
 - ¿Cuál es el intervalo de clase?
 - ¿En menos de qué cantidad se vendió 75% de las casas?
 - ¿En menos de qué precio se vendieron 175 casas?
37. Una cadena de tiendas deportivas que satisface las necesidades de los esquiadores principiantes, con matriz en Aspen, Colorado, planea llevar a cabo un estudio sobre la cantidad de dinero que un esquiador novato gasta en su compra inicial de equipo y provisiones. Con base en estas cantidades, desea analizar la posibilidad de ofrecer equipo, como un par de botas y un par de esquís, para inducir a los clientes a comprar más. Una muestra de los comprobantes de la caja registradora reveló las siguientes compras iniciales:



\$140	\$ 82	\$265	\$168	\$ 90	\$114	\$172	\$230	\$142
86	125	235	212	171	149	156	162	118
139	149	132	105	162	126	216	195	127
161	135	172	220	229	129	87	128	126
175	127	149	126	121	118	172	126	

- Sugiera un intervalo de clase. Utilice seis clases y fije en \$70 el límite inferior de la primera clase.
- ¿Cuál sería el mejor intervalo de clase?
- Organice los datos en una distribución de frecuencias utilizando un límite inferior de \$80.
- Interprete sus hallazgos.

38. Las siguientes son las cantidades de accionistas de un grupo selecto de compañías grandes (en miles):

Compañía	Cantidad de accionistas (miles)	Compañía	Cantidad de accionistas (miles)
Southwest Airlines	144	Standard Oil (Indiana)	173
General Public Utilities	177	Home Depot	195
Occidental Petroleum	266	Detroit Edison	220
Middle South Utilities	133	Eastman Kodak	251
Chrysler	209	Dow Chemical	137
Standard Oil of California	264	Pennsylvania Power	150
Bethlehem Steel	160	American Electric Power	262
Long Island Lighting	143	Ohio Edison	158
RCA	246	Transamerica Corporation	162
Greyhound Corporation	151	Columbia Gas System	165
Pacific Gas & Electric	239	International Telephone & Telegraph	223
Niagara Mohawk Power	204	Union Electric	158
E. I. du Pont de Nemours	204	Virginia Electric and Power	162
Westinghouse Electric	195	Public Service Electric & Gas	225
Union Carbide	176	Consumers Power	161
BankAmerica	175		
Northeast Utilities	200		

Las cantidades de accionistas se deben organizar en una distribución de frecuencias y se diseñarán varias gráficas para representar la distribución.

- a) Utilizando siete clases y un límite inferior de 130, construya una distribución de frecuencias.
 - b) Represente la distribución como polígono de frecuencias.
 - c) Dibuje la distribución en un polígono de frecuencias acumulativas.
 - d) De acuerdo con el polígono, ¿cuántos accionistas tienen tres de las cuatro (75%), o menos, compañías?
 - e) Redacte un breve análisis relacionado con el número de accionistas con base en la distribución de frecuencias y las gráficas.
39. Una encuesta reciente mostró que el estadounidense típico que posee automóvil gasta \$2 950 anuales en gastos para operarlo. En seguida aparece un desglose detallado de los gastos en artículos. Diseñe una gráfica adecuada que represente los datos y resuma sus hallazgos en un breve informe.

Artículo que genera el gasto	Gasto
Gasolina	\$ 603
Intereses de crédito del automóvil	279
Reparaciones	930
Seguro y licencia	646
Depreciación	492
Total	\$2 950

40. Midland National Bank seleccionó una muestra de 40 cuentas de cheques de estudiantes. A continuación aparecen sus saldos de fin de mes. 

\$404	\$ 74	\$234	\$149	\$279	\$215	\$123	\$ 55	\$ 43	\$321
87	234	68	489	57	185	141	758	72	863
703	125	350	440	37	252	27	521	302	127
968	712	503	489	327	608	358	425	303	203

- a) Organice los datos en una distribución de frecuencias utilizando \$100 como intervalo de clase y \$0 como punto de partida.
- b) Elabore un polígono de frecuencias acumulativas.
- c) El banco considera a cualquier estudiante con un saldo final de \$400 o más como *cliente preferido*. Calcule el porcentaje de clientes preferidos.
- d) El banco hace un cargo por servicio de 10% a los saldos finales más bajos. ¿Qué cantidad recomendaría como punto límite entre los que pagan un cargo por servicio y los que no lo hacen?
41. Los residentes de Carolina del Sur ganaron un total de 69.5 mil millones de dólares por concepto de ingreso bruto ajustado. Setenta y tres por ciento del total correspondía a sueldos y salarios; 11% a dividendos, intereses y utilidades sobre capital; 8% a fondos para el retiro y pensiones sujetas a impuestos; 3% a pensiones de ingresos por negocio; 2% a seguridad social, y 3% a otras fuentes. Genere una gráfica de pastel que describa el desglose del ingreso bruto ajustado. Redacte un párrafo que resuma la información.
42. Un estudio reciente de tecnologías domésticas informó el número de horas de uso semanal de las computadoras personales en una muestra de 60 personas. Se excluyeron del estudio personas que laboraban fuera del hogar y empleaban la computadora como parte de su trabajo. 

9.3	5.3	6.3	8.8	6.5	0.6	5.2	6.6	9.3	4.3
6.3	2.1	2.7	0.4	3.7	3.3	1.1	2.7	6.7	6.5
4.3	9.7	7.7	5.2	1.7	8.5	4.2	5.5	5.1	5.6
5.4	4.8	2.1	10.1	1.3	5.6	2.4	2.4	4.7	1.7
2.0	6.7	1.1	6.7	2.2	2.6	9.8	6.4	4.9	5.2
4.5	9.3	7.9	4.6	4.3	4.5	9.2	8.5	6.0	8.1

- a) Organice los datos en una distribución de frecuencias. ¿Cuántas clases sugeriría? ¿Qué valor sugeriría para un intervalo de clase?
- b) Elabore un histograma. Interprete el resultado que obtuvo.
43. Merrill Lynch concluyó un estudio relacionado con el tamaño de las carteras de inversión en línea (acciones, bonos, fondos mutuos y certificados de depósito) en una muestra de clientes del grupo de 40 a 50 años de edad. A continuación aparece el valor de las inversiones en miles de dólares de los 70 participantes. 

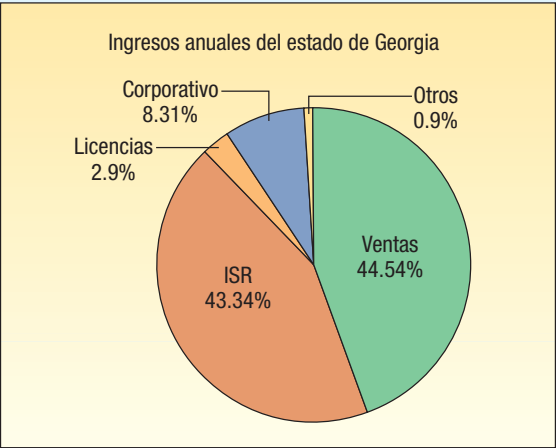
\$669.9	\$ 7.5	\$ 77.2	\$ 7.5	\$125.7	\$516.9	\$ 219.9	\$645.2
301.9	235.4	716.4	145.3	26.6	187.2	315.5	89.2
136.4	616.9	440.6	408.2	34.4	296.1	185.4	526.3
380.7	3.3	363.2	51.9	52.2	107.5	82.9	63.0
228.6	308.7	126.7	430.3	82.0	227.0	321.1	403.4
39.5	124.3	118.1	23.9	352.8	156.7	276.3	23.5
31.3	301.2	35.7	154.9	174.3	100.6	236.7	171.9
221.1	43.4	212.3	243.3	315.4	5.9	1 002.2	171.7
295.7	437.0	87.8	302.1	268.1	899.5		

- a) Organice los datos en una distribución de frecuencias. ¿Cuántas clases sugeriría? ¿Qué valor propondría para un intervalo de clase?
- b) Diseñe un histograma. Interprete el resultado que obtuvo.
44. Un total de 5.9% del público que veía la televisión durante las horas de mayor audiencia se concentraba en programas de la ABC; 7.6%, de la CBS; 5.5%, de Fox; 6.0%, de la NBC; 2.0%, de Warner Brothers, y 2.2%, de UPN. Un total de 70.8% de la audiencia veía programas de otras cadenas televisivas de cable, como CNN y ESPN. El siguiente sitio web contiene información reciente sobre la audiencia televisiva: <http://tv.zap2it.com/news/ratings>. Diseñe una gráfica de pastel o de barras para describir esta información. Redacte un párrafo que resuma sus hallazgos.

45. Remítase a la siguiente gráfica, que apareció recientemente en la sección Snapshot de *USA Today*.



- a) ¿Cuál es el nombre de este tipo de gráfica?
 - b) Si estudió 500 bodas, ¿cuántas esperaría que tuvieran lugar en un templo?
 - c) ¿Sería razonable concluir que cerca de 80% de las bodas se efectúan ya sea en un templo o al aire libre? Proporcione evidencia.
46. La siguiente gráfica representa los ingresos anuales, por tipo de impuesto, del estado de Georgia. La gráfica se desarrolló usando Kids Zone, un proyecto de NCES (Centro Nacional de Estadísticas de la Educación). Su sitio web es: nces.ed.gov/nceskids/creategraph/.



- a) ¿Qué porcentaje de los ingresos estatales representa el impuesto a la venta y el impuesto al ingreso individual?
 - b) ¿Qué categoría genera más ingresos: los impuestos corporativos o las licencias?
 - c) El ingreso anual total del estado de Georgia es de 6.3 mil millones de dólares. Estime el ingreso en miles de millones de dólares que generó los impuestos a la venta y al ingreso individual.
47. En 2006, Canadá exportó productos a Estados Unidos por un valor de 303.4 mil millones de dólares. Los cinco productos principales fueron:

Producto	Cantidad (miles de millones de dólares)
Derivados del petróleo	63.7
Autos de pasajeros	36.6
Autopartes y accesorios	15.6
Aluminio	7.7
Madera	6.6

- a) Utilice un paquete de software para desarrollar una gráfica de barras.
- b) ¿Qué porcentaje de las exportaciones *totales* de Canadá a Estados Unidos representan las categorías “Derivados del petróleo” y “Autos de pasajeros”?
- c) De los cinco principales productos de exportación, ¿qué porcentaje del total representan “Derivados del petróleo” y “Autos de pasajeros”?

48. La vida en las granjas ha cambiado desde principios del siglo xx. En los primeros años del siglo xx, la maquinaria reemplazó gradualmente a la fuerza animal. Por ejemplo, en 1910 las granjas de Estados Unidos emplearon 24.2 millones de caballos y mulas, y sólo alrededor de 1 000 tractores. En 1960 se empleaban 4.6 millones de tractores y sólo 3.2 millones de caballos y mulas. En 1920 había más de 6 millones de granjas en Estados Unidos. Hoy hay menos de 2 millones. En la lista que sigue aparece el número de granjas, en miles, en cada uno de los 50 estados. Redacte un párrafo en el que resuma sus hallazgos. 

47	1	8	46	76	26	4	3	39	45
4	21	80	63	100	65	91	29	7	15
7	52	87	39	106	25	55	2	3	8
14	38	59	33	76	71	37	51	1	24
35	86	185	13	7	43	36	20	79	9

49. Uno de los dulces más populares en Estados Unidos es el M&M, fabricado por Mars Company. Al principio, estos dulces eran todos cafés; ahora se fabrican en rojo, verde, azul, naranja, café y amarillo. Si desea leer la historia del producto, localizar ideas para preparar pasteles con él, comprar los dulces en los diferentes colores de su escuela o equipo favorito y conocer el porcentaje de cada color que contienen las bolsas normales, visite www.m-ms.com. Hace poco una bolsa de 14 onzas de M&M en su presentación regular contenía 444 dulces distribuidos por colores de la siguiente manera: 130 cafés, 98 amarillos, 96 rojos, 35 anaranjados, 52 azules y 33 verdes. Elabore una gráfica que describa esta información y redacte un párrafo en el que resuma los resultados.
50. Durante un periodo de 30 días se registró el número de familias que usaron el servicio de guardería de la YWCA de Minneapolis. Los resultados son los siguientes: 

31	49	19	62	24	45	23	51	55	60
40	35	54	26	57	37	43	65	18	41
50	56	4	54	39	52	35	51	63	42

- Construya una distribución de frecuencias acumulativas.
- Diseñe una gráfica del polígono de frecuencias acumulativas.
- ¿Cuántos días registraron menos de 30 familias que utilizaron el servicio de guardería?
- ¿Cuál fue el nivel de ocupación 80% de los días?

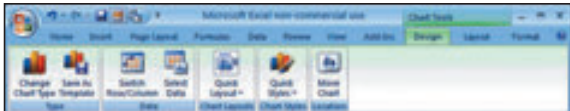
Ejercicios de la base de datos

51. Consulte los datos de inmobiliarias que aparecen en el apéndice A, al final del libro, los cuales contienen información sobre las casas vendidas en el área de Goodyear, Arizona, el año pasado. Seleccione un intervalo de clase apropiado, y organice los precios de venta en una distribución de frecuencias. Escriba un breve reporte que resuma sus resultados. Asegúrese de contestar las siguientes preguntas en dicho reporte.
- ¿Alrededor de qué valores tienden a acumularse los datos?
 - ¿Cuál es el precio de venta más alto? ¿Cuál es el precio de venta más bajo?
 - Elabore una distribución de frecuencias acumulativas. ¿Cuántas casas se vendieron en menos de \$200 000? Calcule el porcentaje de casas que se vendieron en más de \$220 000. ¿Qué porcentaje de casas se vendió en menos de \$125 000?
 - Remítase a la variable con respecto a los municipios. Elabore una gráfica de barras que muestre el número de casas vendidas en cada municipio. ¿Existen diferencias o el número de casas que se vendieron en cada municipio es más o menos igual?
52. Consulte los datos Baseball 2009, los cuales contienen información sobre los 30 equipos de las Ligas Mayores de Béisbol durante la temporada 2009. Seleccione un intervalo de clase apropiado y organice la información sobre los salarios de los equipos en una distribución de frecuencias.
- ¿Cuál es el salario típico de un equipo? ¿Cuál es el rango de salarios?
 - Comente la forma de la distribución. ¿Parece que alguno de los salarios de los equipos no se encuentra en línea con los demás?
 - Diseñe una distribución de frecuencias acumulativas. ¿Cuarenta por ciento de los equipos pagan menos que cuál cantidad del salario total del equipo? ¿Cuántos equipos aproximadamente tiene salarios totales inferiores a \$80 000 000?

53. Consulte los datos de los autobuses del Distrito Escolar Buena. Seleccione la variable que se refiere al número de millas que recorrieron el mes pasado, y organice estos datos en una distribución de frecuencias.
- ¿Cuál es la cantidad típica de millas recorridas? ¿Cuál es el rango?
 - Comente la forma de la distribución. ¿Existen valores atípicos en términos de millas conducidas?
 - Diseñe una distribución de frecuencias acumulativas. ¿Cuarenta por ciento de los autobuses fueron conducidos durante menos de cuántas millas? ¿Cuántos autobuses fueron conducidos menos de 850 millas?
 - Consulte las variables con respecto al tipo de autobús y al número de asientos en cada uno. Elabore una gráfica de pastel de cada variable y comente sus hallazgos.

Comandos de software

- Los comandos de Excel para construir la gráfica de pastel de la página 26 son los siguientes:
 - Active la celda A1 y escriba las palabras *Uso de ventas*. En las celdas A2 a A5 escriba *Precios*, *Educación*, *Bonos* y *Gastos*.
 - Active la celda B1 y escriba *Cantidad (millones de dólares)* e introduzca los datos en las celdas B2 a B5. Cuando termine de ingresar los datos en B5, oprima **Enter**.
 - De la barra superior de pestañas, seleccione **Insert**. De la gráfica de herramientas, seleccione **Pie**. Seleccione el tipo de gráfica en la esquina superior izquierda **2-D**. Aparecerá una gráfica en blanco.



- En la barra superior de Excel aparecerá una pestaña de **Herramientas de la barra**. Seleccione la opción **Diseño**. Elija **Seleccionar Datos** de la barra de herramientas. Aparecerá una ventana. De **Rango de datos de la gráfica**, seleccione con el mouse todas las celdas de A1 a B5. Oprima OK.
 - Haga clic en la gráfica de pastel. Oprima el botón derecho del mouse para que aparezca el menú de opciones. Seleccione **Agregar etiquetas de datos**, y desmarque todas las casillas marcadas en la caja de diálogo. Luego, seleccione **Categoría**, **Porcentaje** y **Líneas principales**. Haga clic en **Cerrar**.
 - Haga doble clic en el nombre de la gráfica y renómbrala **Gastos de la lotería de Ohio**.
- Los comandos de MegaStat para distribuir frecuencias de la página 34 son:
 - Abra Excel y del disco incluido seleccione **Data Sets** y seleccione el formato de Excel; diríjase al capítulo 2 y seleccione **Datos Applewood**. Haga clic en **MegaStat**, **Frequency Distribution** y seleccione **Quantitative**.
 - En la caja de diálogo introduzca el rango de A1:A181, seleccione **Equal width intervals**, utilice 400 como amplitud del intervalo, 2000 como límite inferior del pri-

mer intervalo, seleccione **Histogram** y en seguida haga clic en **OK**.

- Los comandos Excel del histograma de la página 38 son los siguientes:
 - En la celda A1 indique que la columna de datos se refiere a la ganancia y B1 a la frecuencia. En las celdas A2 a A9, inserte los puntos medios de las ganancias. En B2 a B9 registre las frecuencias de clase. Cuando termine de ingresar los datos en la celda B9, oprima **Enter**.
 - Con el ratón seleccione las celdas B2 a B9.
 - De las pestañas, seleccione **Insert**. De las gráficas, seleccione **Column**, después la **columna 2-D** y elija el primer tipo de gráfica. Aparecerá un área de gráfica.
 - Cuando el área de gráfica está activa, aparece una pestaña **Chart Tools** en la parte superior de la pantalla. Seleccione la pestaña **Design**, y después **Data**. En **Horizontal (Category) Axis Labels**, haga clic en **Edit**, seleccione las celdas A3 a A9 con el mouse y haga un doble clic en OK. El eje horizontal debe mostrar los puntos medios de la clase.
 - Con **Chart Tools** desplegada arriba, seleccione la pestaña **Design**. Seleccione **Chart Layout**. Seleccione el trazo base:

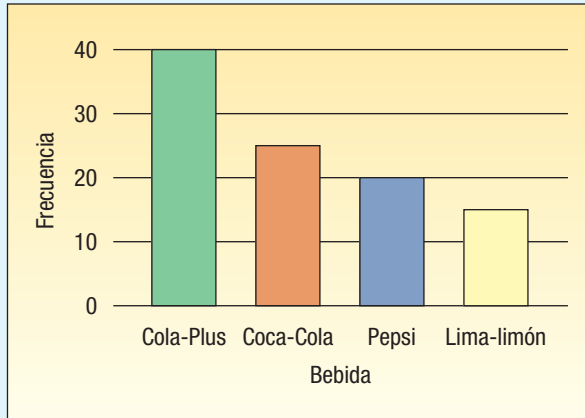


- Con **Chart Tools** desplegada arriba, seleccione la pestaña **Layout**. Haga doble clic en **Chart Title** e ingrese el nombre adecuado. Después, en la misma pestaña **Layout**, seleccione **Axis Titles**. Usando **Primary Vertical Axis Title**, asigne el nombre *Frecuencia* al eje vertical y borre las palabras *vertical axis*. Mediante **Primary Horizontal Axis Title**, nómbralo *Profit (dólares)*. Seleccione **Legend** y en seguida **None**.
- Haga doble clic en una de las columnas de la gráfica. Seleccione **Layout** de las pestañas de arriba. Haga clic sobre las palabras **Format Selection** en la izquierda de la barra de herramientas. Aparecerá una caja de diálogo. En **Series Option**, cambie el **Gap Width** a 0% y desplace la flecha completamente hacia la izquierda, haga clic en **Close** en la parte inferior de la caja de diálogo.

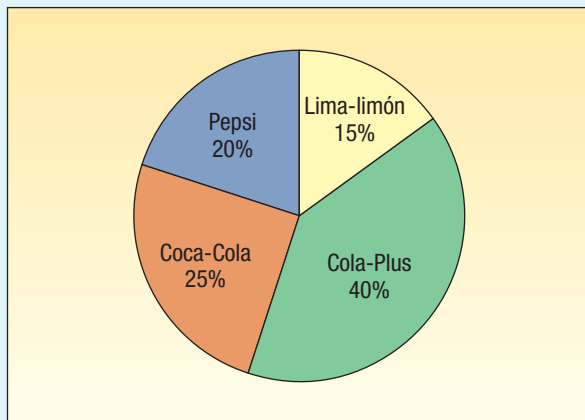


Capítulo 2 Respuestas a las autoevaluaciones

- 2-1** a) Datos cualitativos, ya que la respuesta de los consumidores a la prueba de degustación es el nombre de una bebida.
 b) Tabla de frecuencias. Ésta muestra el número de personas que prefiere cada una de las bebidas.
 c)



d)



- 2-2** a) Los datos brutos o datos no agrupados.

b)

Comisión	Número de vendedores
\$1400 a \$1500	2
1500 a 1600	5
1600 a 1700	3
1700 a 1800	1
Total	11

- c) Frecuencias de clase.
 d) La concentración más grande de comisiones se encuentra entre \$1 500 y \$1 600. La comisión más pequeña es de aproximadamente \$1 400 y la más grande de casi \$1 800. La cantidad típica que se obtuvo fue de \$15 500.

- 2-3** a) $2^6 = 64 < 73 < 128 = 2^7$. Así que se recomiendan 7 clases.

- b) La amplitud del intervalo debería ser de por lo menos $(488 - 320)/7 = 24$. Los intervalos de clase de 25 a 30 pies son razonables.

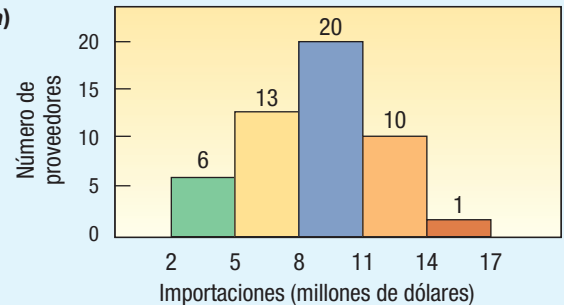
- c) Si se utiliza un intervalo de clase de 25 pies y se comienza con un límite inferior de 300 pies, serían necesarias ocho clases. Un intervalo de clase de 30 pies que comience con 300 pies también es razonable. Esta alternativa requiere sólo siete clases.

- 2-4** a) 45

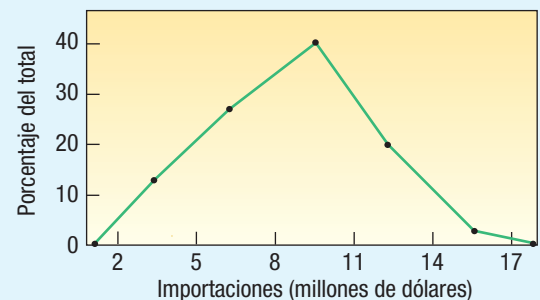
- b) 0.250

- b) 0.306, calculado de la siguiente manera: $0.178 + 0.106 + 0.022$

- 2-5** a)



b)

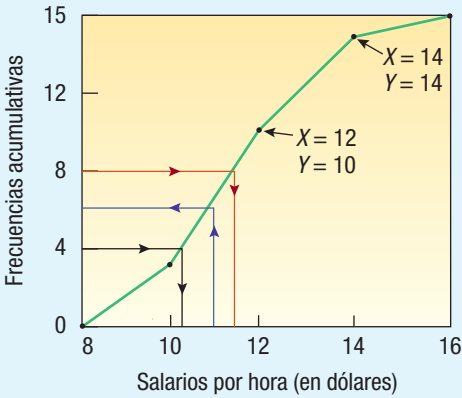


Los puntos son: (3.5, 12), (6.5, 26), (9.5, 40), (12.5, 20) y (15.5, 2).

- c) El mínimo volumen anual de importaciones por parte de un proveedor es de aproximadamente \$2 millones, el máximo, de \$17 millones. La frecuencia más alta se encuentra entre \$8 millones y \$11 millones.

2-6 a) Una distribución de frecuencias.

Salarios por hora	Número acumulado
Menos de \$8	0
Menos de \$10	3
Menos de \$12	10
Menos de \$14	14
Menos de \$16	15



c) Alrededor de siete empleados ganan \$11.00 o menos.
Cerca de la mitad de los empleados gana \$11.25 o más.
Alrededor de cuatro empleados gana \$10.25 o menos.