



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
CHIMBORAZO**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

ASIGNATURA: Estadística

DOCENTE: Ing. Lidia Castro M.Sc



UNIDAD 2 → PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

OBJETIVO DE LA UNIDAD

Calcular probabilidades aplicando definiciones y propiedades axiomáticas de la teoría de probabilidad.

Aplicar la teoría de distribuciones discretas y continuas de probabilidad en el campo de la Ingeniería Civil.



1. Aspectos básicos de la probabilidad.



2. Propiedades y Teoremas de la probabilidad.



3. Distribuciones continuas.

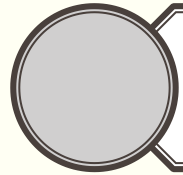


4. Distribuciones discretas.

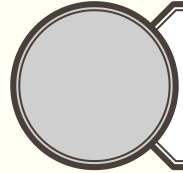


5. Aplicación Informática.

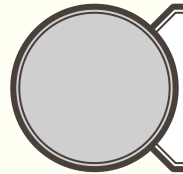
Introducción



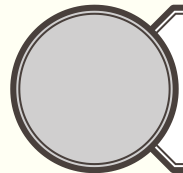
La probabilidad constituye una gran rama de las matemáticas. Existen muchos libros al respecto y numerosos investigadores han dedicado bastante de su tiempo con el propósito de ampliar su desarrollo.



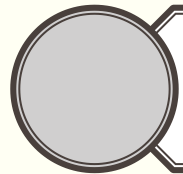
Un experimento es aleatorio cuando al repetirse en las mismas condiciones no da lugar al mismo resultado.



Un experimento constituye un proceso con un resultado que no se puede predecir certeramente con anterioridad.



El hecho de lanzar una moneda al aire, arrojar un dado, medir el diámetro de un perno, pesar los contenidos de una caja de cereal, o medir la resistencia de una cuerda de pescar, son ejemplos de experimentos.



Con la finalidad de analizar un experimento en términos probabilísticos, se debe especificar sus posibles resultados.

Experimento aleatorio y espacio muestral

En esta unidad se estudiarán los experimentos aleatorios (E.A.), que son procesos en los cuáles interviene el azar. Se define el espacio muestral (e.m.) de un experimento aleatorio como el conjunto formado por todos los posibles resultados.

1. E= Lanzar una moneda al aire

$$E = (c, x)$$

2. E= Lanzar un dado al aire

$$E = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

3. E= El estado del tiempo que hará mañana

$$E = (\textit{soleado}, \textit{lluvioso}, \textit{nublado})$$

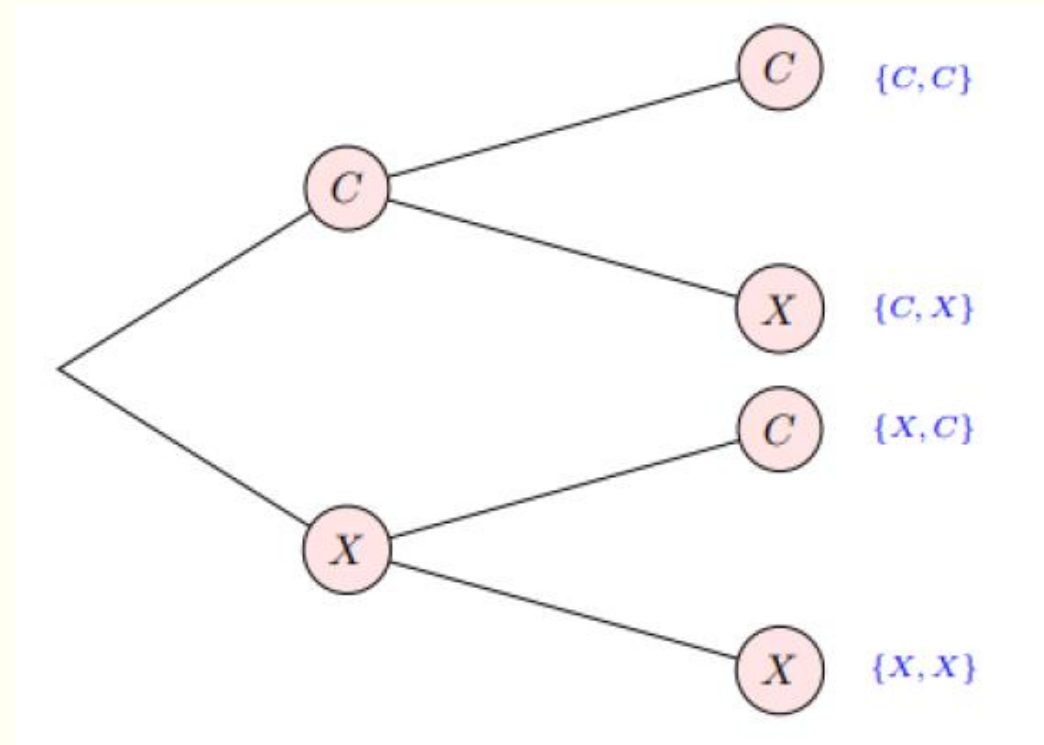
4. E= La lotería

$$E = (1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9999)$$

Experimentos Aleatorios

- Los experimentos aleatorios pueden ser una composición de experimentos aleatorios simples.
- Por ejemplo, el experimento aleatorio consiste en lanzar dos veces una moneda al aire es composición de dos experimentos aleatorios más simples, que corresponderían a cada uno de los lanzamientos. En este caso, para la obtención del espacio muestral puede ser útil el uso de diagramas de árbol.

$$E = \{CC, CX, XC, XX\}$$



La cardinalidad del espacio muestral se puede determinar cómo:

$$|E| = a^b$$

Donde

a= es el número de posibles resultados que se pueden obtener en el experimento

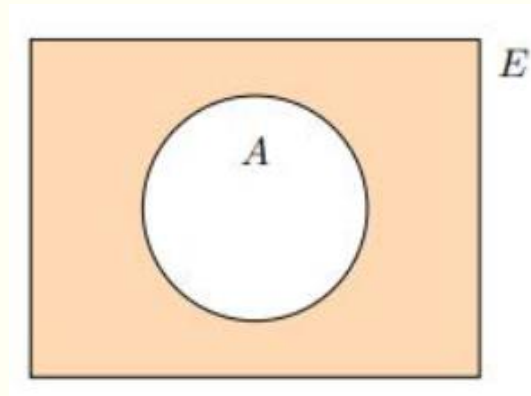
b= es el número de veces que se repite el experimento.

En el ejemplo anterior podemos tener 2 resultados (C,X) y la moneda se lanza 2 veces, por tanto

$$|E| = a^b = 2^2 = 4$$

Sucesos y operaciones con sucesos

Consideremos un experimento aleatorio con espacio muestral E . Un suceso de este experimento aleatorio es un subconjunto del espacio muestral $A \subseteq E$



Cualquier experimento aleatorio siempre cuenta con dos sucesos, $\emptyset$, que llamaremos suceso imposible, y el propio E , que llamaremos suceso seguro. Al conjunto de todos los sucesos le llamaremos espacio de sucesos, no es más que el conjunto de las partes de E .

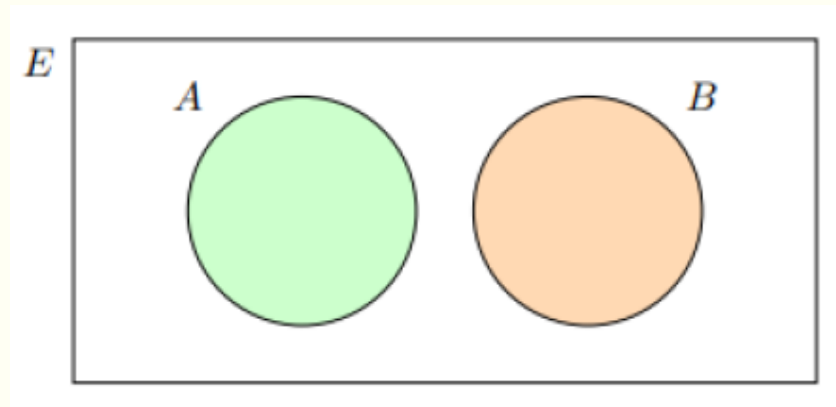
Sucesos y operaciones con sucesos

Diremos que ha ocurrido un suceso A , si al realizarse el experimento el resultado r cumple que:

$$r \in A$$

Dados que los sucesos no son más que conjuntos, podemos considerar las operaciones de estos: unión, intersección, diferencia, complementario y otros.

Además, diremos que dos sucesos A y B son incompatibles si $A \cap B = \emptyset$, esto es, que imposible que A y B ocurran a la vez.



Aclaración

En ocasiones trabajaremos con particiones del espacio muestra E .

Así, una partición de E será un conjunto de sucesos:

$$A_1, A_2, \dots, A_r$$

tales que:

$$E = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_r$$

Y son incompatible dos a dos:

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \text{si } i \neq j$$

Probabilidades, definición y ejemplos

El objetivo de la probabilidad es cuantificar la posibilidad de que pueda ocurrir un suceso.

Así, queremos medir sucesos, esto es, asignar a cada suceso un número positivo.

En probabilidad, este número estará entre 0 y 1; corresponde a un “tanto por 1”.

Consideremos un experimento aleatorio con espacio muestral E . Se define probabilidad como una aplicación: $p: \varphi(E) \rightarrow [0,1]$ que satisface:

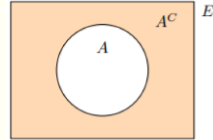
a. $p(E) = 1$

b. Si A y B son sucesos incompatibles entonces:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

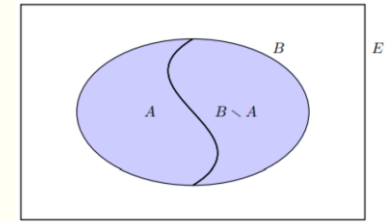
Propiedades:

1. $p(A^c) = 1 - p(A)$



2. $p(\emptyset) = 0$

3. Si $A, B \subseteq E$ con $A \subseteq B$, entonces $p(A) \leq p(B)$ y $p(B \setminus A) = p(B) - p(A)$



4. Si $A_1, A_2, \dots, A_r$ son sucesos incompatibles de dos a dos entonces
$$p(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_r) = p(A_1) + p(A_2) + \dots + p(A_r)$$

5. La probabilidad de un suceso finito es la suma de las probabilidades de los resultados que lo componen.

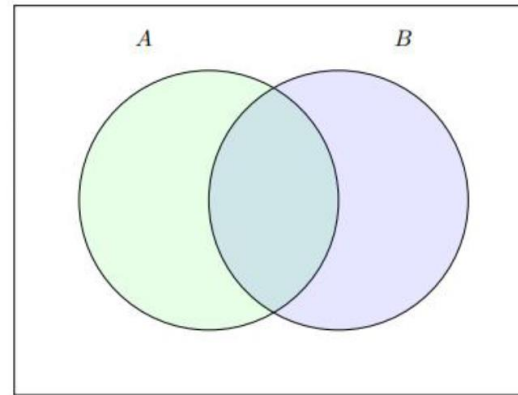
6. Si E es finito con todos sus resultados equiprobables, y A es un suceso, entonces:

$$p(A) = \frac{|A|}{|E|}$$

Se suele leer como que la probabilidad de A es el número de casos favorables a A partido del número de casos posibles. Esta propiedad se conoce como la regla de Laplace.

Probabilidad de la unión e intersección de sucesos

La definición de probabilidad contiene una expresión para el cálculo de la probabilidad de la unión de dos sucesos cuando estos son incompatibles. Para el caso general se obtiene la igualdad:



$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Esta expresión permite calcular probabilidades de la unión de dos sucesos, pero también de la intersección.

¡GRACIAS!

