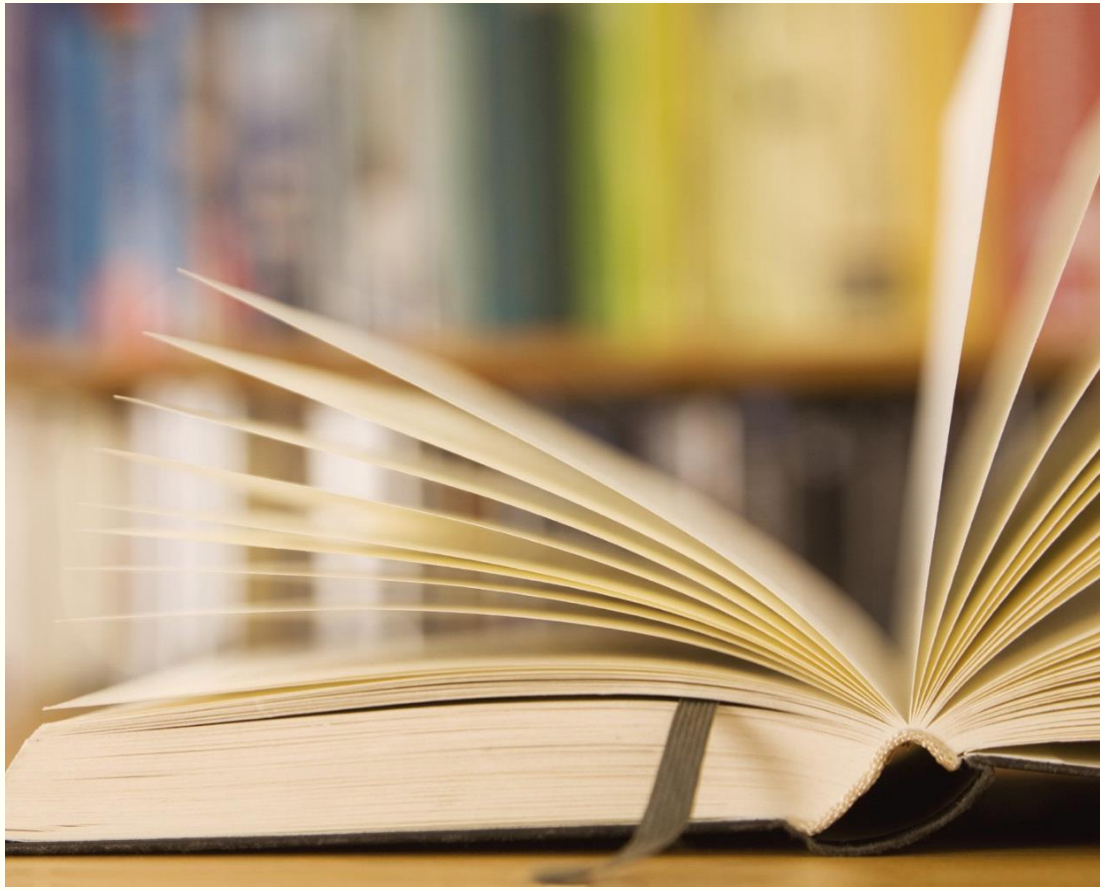
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL



ASIGNATURA: Estadística

DOCENTE: Ing. Lidia Castro M.Sc

UNIDAD 2 → PROBABILIDAD Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

OBJETIVO DE LA UNIDAD

Calcular probabilidades aplicando definiciones y propiedades axiomáticas de la teoría de probabilidad.

Aplicar la teoría de distribuciones discretas y continuas de probabilidad en el campo de la Ingeniería Civil.

1. Aspectos básicos de la probabilidad.
2. Propiedades y Teoremas de la probabilidad.
3. Distribuciones continuas.
4. Distribuciones discretas.
5. Aplicación Informática.

Distribución de probabilidad de Poisson

Se dice que una variable aleatoria X tiene una **distribución de Poisson** con parámetro λ ($\lambda > 0$) si la función masa de probabilidad de X es

$$p(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Ejemplo 1: Sea X el número de criaturas de un tipo particular capturadas en una trampa durante un periodo determinado. Suponga que X tiene una distribución de Poisson de 4.5, así que en promedio las trampas contendrán 4.5 criaturas [El artículo "Dispersal Dynamics of the Bivalve Gemma Gemma in a Patchy Environment (Ecological Monographs, 1995: 1–20) sugiere este modelo: el molusco bivalvo Gemma gemma es una pequeña almeja.]

a. Analice la probabilidad de que una trampa contenga exactamente cinco criaturas.
b. La probabilidad de que una trampa contenga cuando mucho cinco criaturas.

La distribución de Poisson como límite

La siguiente proposición proporciona el razonamiento para utilizar la distribución de Poisson en muchas situaciones.

Suponga que en la función masa de probabilidad binomial $b(x; n, p)$, si $n \to \infty$ y $p \to 0$ de tal modo que np tienda a un valor $\lambda > 0$. Entonces $b(x; n, p) \to p(x; \lambda)$.

Ejemplo 2: Si un editor de libros no técnicos hace todo lo posible porque sus libros estén libres de errores tipográficos, de modo que la probabilidad de que cualquier página dada contenga por lo menos uno de esos errores es de 0.005 y los errores son independientes de una página a otra, ¿cuál es la probabilidad de que una de sus novelas de 400 páginas contenga exactamente una página con errores? ¿Cuándo mucho tres páginas con errores?

Media y varianza de X

Si X tiene una distribución de Poisson con parámetro λ, entonces $E(X) = V(X) = \lambda$.

Proceso de Poisson

Una aplicación muy importante de la distribución de Poisson surge en conexión con la ocurrencia de eventos de algún tipo en el transcurso del tiempo. Eventos de interés podrían ser visitas a un sitio web particular, pulsos de alguna clase registrados por un contador, mensajes de correo electrónico enviados a una dirección particular, accidentes en una instalación industrial o lluvias de rayos cósmicos observados por astrónomos en un observatorio particular. Se hace la siguiente suposición sobre la forma en que los eventos de interés ocurren:

Proceso de Poisson

1. Existe un parámetro $\alpha > 0$ de tal modo que durante cualquier intervalo de tiempo corto Δt, la probabilidad de que ocurra exactamente un evento es $\alpha \cdot \Delta t + o(\Delta t)$.*

2. La probabilidad de que ocurra más de un evento durante Δt es $o(\Delta t)$ [la que junto con la suposición 1, implica que la probabilidad de cero eventos durante Δt es $1 - \alpha \cdot \Delta t - o(\Delta t)$].

3. El número de eventos ocurridos durante este intervalo de tiempo Δt es independiente del número ocurrido antes de este intervalo de tiempo.

$P_k(t) = e^{-\alpha t} \cdot (\alpha t)^k/k!$, de modo que el número de eventos durante un intervalo de tiempo de duración t es una variable de Poisson con parámetro $\lambda = \alpha t$. El número esperado de eventos durante cualquier intervalo de tiempo es entonces αt, así que el número esperado durante un intervalo de tiempo unitario es α.

Ejemplo 3: Suponga que llegan pulsos a un contador a un ritmo promedio de seis por minuto, así que $\alpha=6$. Determinar la probabilidad de que en un intervalo de 0.5 min se reciba por lo menos un pulso, obsérvese que el número de pulsos en ese intervalo tiene una distribución de Poisson con parámetro $\alpha t=6(0.5)=3$. Con X=el número de pulsos recibidos en el intervalo de 30 segundos.

¡GRACIAS!