

4. MEDIDAS DE DISPERSIÓN

4.2. DESVIACIÓN ESTÁNDAR

4.2.1. Para datos simples

4.2.1.1. Método de los desvíos

Se utiliza s cuando es una muestra y se utiliza σ cuando es una población

Es la sumatoria de los cuadrados de los desvíos

Y_i	d	d^2
2	-5	25
3	-4	16
4	-3	9
5	-2	4
6	-1	1
7	0	0
8	1	1
9	2	4
10	3	9
11	4	16
77		110
$\sum Y_i$		$\sum d^2$

$$\bar{X} = \frac{\sum Y_i}{n} \quad d = Y_i - \bar{X} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{77}{11} = 7 \quad \sigma = \sqrt{\frac{110}{11}} = 3.96$$

Varianza su símbolo es σ^2 : Es el cuadrado de la desviación estándar.

$$\sigma^2 = \frac{\sum d^2}{n} \quad \sigma^2 = 10$$

4.2.1.2. Método de datos originales o directos

Y_i	Y_i^2
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum Y_i}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{649}{11} - \left(\frac{77}{11}\right)^2}$$

$$\sigma = 3.96$$

12	144
77	649
ΣY_i	ΣY_i^2

4.2.2. Para datos ponderados

4.2.2.1. Método de los desvíos

Y_i	n_i	$Y_i n_i$	d	$n_i d$	$n_i d^2$
2	3	6	-4,04	-12,12	48,9648
3	6	18	-3,04	-18,24	55,4496
4	15	60	-2,04	-30,6	62,424
5	20	100	-1,04	-20,8	21,632
6	25	150	-0,04	-1	0,04
7	12	84	0,96	11,52	11,0592
9	9	81	2,96	26,64	78,8544
10	6	60	3,96	23,76	94,0896
11	3	33	4,96	14,88	73,8048
12	1	12	5,96	5,96	35,5216
	100	604			481,840
	Σn_i	$\Sigma Y_i n_i$			$\Sigma n_i d^2$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma Y_i n_i}{n} \quad d = Y_i - \bar{X} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma n_i d^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{604}{100} \quad \sigma = \sqrt{\frac{481,84}{100}}$$

$$\bar{X} = 7 \quad \sigma = 2,195$$

4.2.2.2. Desviación estándar por el método del origen del trabajo

$$\sigma = \frac{c}{n} \sqrt{n(\Sigma n_i U^2) - (\Sigma n_i U)^2}$$

Y_i	n_i	U	$n_i U$	$n_i U^2$	$n_i (u+1)^2$
2	3	-4	-12	48	27
3	6	-3	-18	54	24
4	15	-2	-30	60	15
5	20	-1	-20	20	0
6	25	0	0	0	25
7	12	1	12	12	48
9	9	3	27	81	144
10	6	4	24	96	150
11	3	5	15	75	108
12	1	6	6	36	49
	100	9	4	482	590

	$\sum n_i$		$\sum n_i U$	$\sum n_i U^2$	$\sum n_i (u+1)^2$
--	------------	--	--------------	----------------	--------------------

El valor de **ot** puede ser cualquier punto medio o dato de la variable

Para calcular la columna U se utiliza la fórmula $U = \frac{Y_i - ot}{C}$

Cuando se necesita calcular $n_i U^2$ es necesario multiplicar $n_i U$ por el valor de U

Para calcular la columna $n_i (u+1)^2$ se debe sumar 1 al valor de U, elevarlo al cuadrado y multiplicar por n_i

Antes de aplicar la ecuación para calcular la desviación estándar, es necesario realizar la comprobación de Charlier, que responde a $(u+1)^2$

$$(u+1)^2 = U^2 + 2U + 1$$

$$\sum n_i (u+1)^2 = \sum n_i U^2 + 2 \sum n_i U + \sum n_i$$

$$590 = 446 + 2(4) + 100$$

$$590 = 482 + 8 + 100$$

$$590 = 590$$

Cuando los resultados son iguales, se procede a aplicar la fórmula

$$\bar{X} = ot + \left(\frac{\sum n_i U}{n} \right) c \quad \bar{X} = 6 + \left(\frac{4}{100} \right) 1 \quad \bar{X} = 6.04$$

$$\sigma = \frac{c}{n} \sqrt{n \sum n_i U^2 - \left(\sum n_i U \right)^2} \quad \sigma = \frac{1}{100} \sqrt{100(482) - (4)^2} \quad \sigma = 2.195$$

4.2.2.3. Desviación estándar con datos originales o directos

Y_i	n_i	$Y_i n_i$	$n_i Y_i^2$
2	3	6	12
3	6	18	54
4	15	60	240
5	20	100	500
6	25	150	900
7	12	84	588
9	9	81	729
10	6	60	600
11	3	33	363
12	1	12	144
	100	604	4130
	$\sum n_i$	$\sum Y_i n_i$	$\sum n_i Y_i^2$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i Y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i Y_i}{n} \right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4130}{100} - \left(\frac{604}{100} \right)^2}$$

$$\sigma = 2.195$$

4.2.3. Desviación estándar para datos agrupados

4.2.3.1. Método de los desvíos

INTERVALOS		Y _i	n _i	Y _i n _i	d	n _i d	n _i d ²
80	82	81	2	162	8,32258	16,6452	138,5307
77	79	78	5	390	5,32258	26,6129	141,64932
74	76	75	25	1875	2,32258	58,0645	134,85952
71	73	72	11	792	-0,6774	-7,4516	5,0478668
68	70	69	13	897	-3,6774	-47,806	175,80437
65	67	66	4	264	-6,6774	-26,71	178,35172
62	64	63	2	126	-9,6774	-19,355	187,30489
3			62	4506	-4,7419		961,54839
C			Σn _i	ΣY _i n _i			Σn _i d ²

$$\bar{X} = \frac{\sum Y_i n_i}{n} \quad d = Y_i - \bar{X} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i d^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{4506}{62} \quad \sigma = \sqrt{\frac{961,54839}{62}}$$

$$\bar{X} = 72.68 \quad \sigma = 3.94$$

4.2.3.2. Método del origen del trabajo

INTERVALOS		Y _i	n _i	U	n _i U	n _i U ²	n _i (u+1) ²
80	82	81	2	3	6	18	32
77	79	78	5	2	10	20	45
74	76	75	25	1	25	25	100
71	73	72	11	0	0	0	11
68	70	69	13	-1	-13	13	0
65	67	66	4	-2	-8	16	4
62	64	63	2	-3	-6	18	8
3			62	0	14	110	200
C			Σn _i		ΣU _i n _i	Σn _i U ²	Σ n _i (u+1) ²

$$\bar{X} = ot + \left(\frac{\sum n_i U}{n}\right) c \quad \bar{X} = 72 + \left(\frac{14}{62}\right) 1 \quad \bar{X} = 72.68$$

$$\sigma = \frac{c}{n} \sqrt{n \sum n_i U^2 - \left(\sum n_i U\right)^2} \quad \sigma = \frac{3}{62} \sqrt{62(110) - (14)^2} \quad \sigma = 3.94$$

4.2.3.3. Método de valores originales

INTERVALOS		Y_i	n_i	$Y_i n_i$	$n_i Y_i^2$
80	82	81	2	162	13122
77	79	78	5	390	30420
74	76	75	25	1875	140625
71	73	72	11	792	57024
68	70	69	13	897	61893
65	67	66	4	264	17424
62	64	63	2	126	7938
3			62	4506	328446
C			$\sum n_i$	$\sum Y_i n_i$	$\sum n_i Y_i^2$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i Y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i Y_i}{n}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{328446}{62} - \left(\frac{4506}{62}\right)^2}$$

$$\sigma = 3.94$$

4.3. COEFICIENTE DE VARIACIÓN O DE VARIABILIDAD

Es la medida que va a determinar la homogeneidad e heterogeneidad del grupo:

$$C.V = \left(\frac{\sigma}{\bar{X}}\right)100\%$$

$$C.V = \left(\frac{3.94}{72.68}\right)100\% \quad \text{la distribución es homogénea}$$

$$C.V = 5.42\%$$

4.4.