Momento Lineal

Momento lineal e impulso

Se define Momento lineal al producto de la masa por la velocidad $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

Se define el vector fuerza como la derivada del momento lineal respecto del tiempo

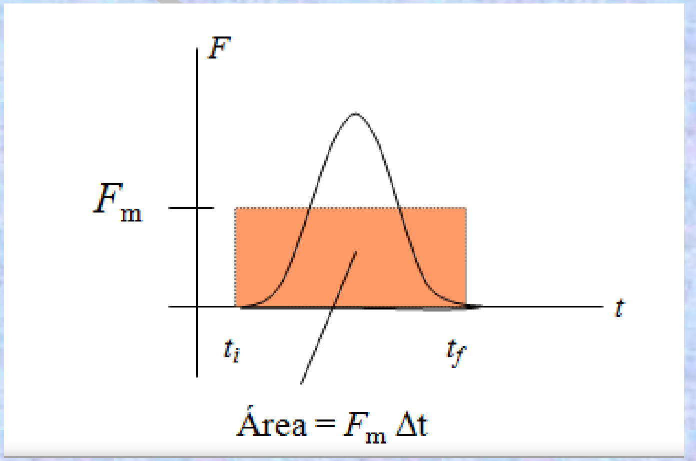
$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

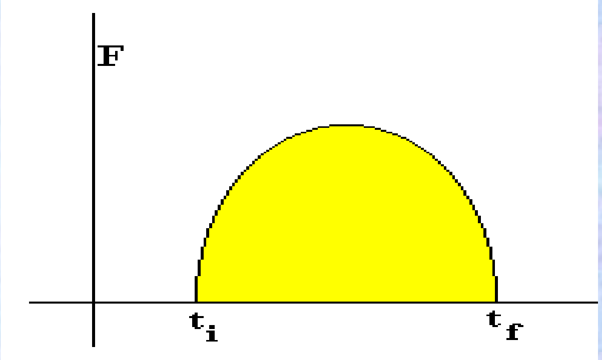
La segunda ley de Newton es un caso particular de la definición de fuerza, cuando la masa de la partícula es constante.

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

Momento lineal e impulso

El impulso se puede escribir como: $\mathbf{I} = \mathbf{F}_m \Delta t$.
Donde $\mathbf{F}_m$ es la fuerza promedio durante el intervalo.



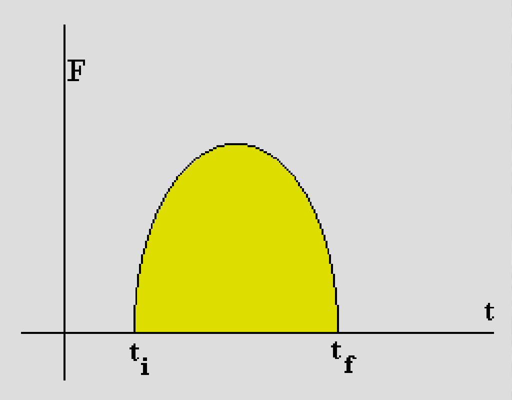


$$d\mathbf{p} = \mathbf{F}dt \qquad \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}dt$$

La variación de momento lineal, es igual al impulso de la fuerza **F** en el intervalo que va de t_i a t_f.

Impulso implica que la fuerza que actúa sobre la partícula es muy grande pero de muy corta duración $I = F_p \Delta t$

Impulso



El impulso representaría el área sombreada bajo la curva fuerza-tiempo.

El tiempo de colisión es muy pequeño, del orden de centésimas o milésimas de segundo.

$$I = \bar{F} \, x \Delta t$$

$$I = \sum \vec{F} \Delta t$$

$$\vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Cuando se utiliza esta aproximación es importante recordar que la cantidad de movimiento inicial y final se refieren al instante antes y después de la colisión, respectivamente.

Impulso

Despejando en la definición de fuerza e integrando

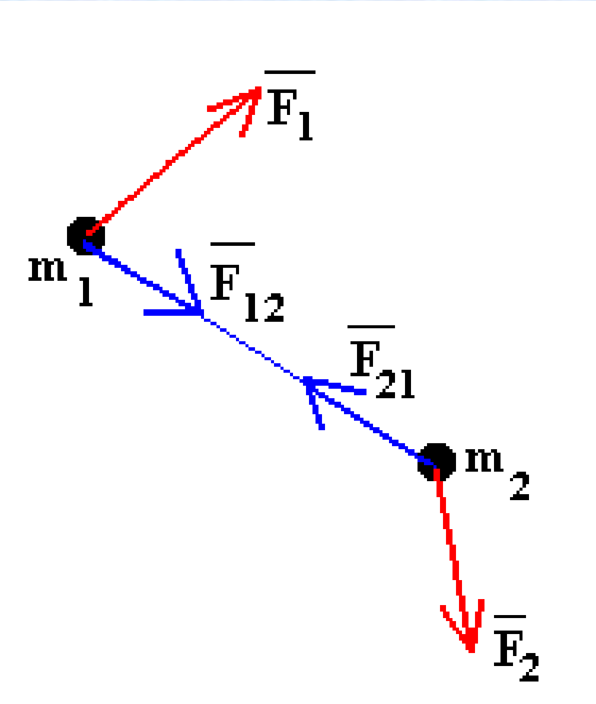
$$d\vec{p} = \vec{F}dt \qquad \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt$$

A la izquierda tenemos la variación de la cantidad de movimiento, y a la derecha la integral que se denomina **impulso** de la fuerza en el intervalo que va de t_i a t_f.

En esta aproximación, se supone que una de las fuerzas que actúan sobre la partícula es muy grande pero de muy corta duración. Esta aproximación es de gran utilidad cuando se estudian los choques

$$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{\boldsymbol{F}} \Delta \boldsymbol{t}$$

Dinámica de un sistema de partículas



$$\frac{d(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{ext}$$

Donde **P** es el momento lineal total del sistema y $\mathbf{F}_{\mathbf{ext}}$ es la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema de partículas

Ejercicio:

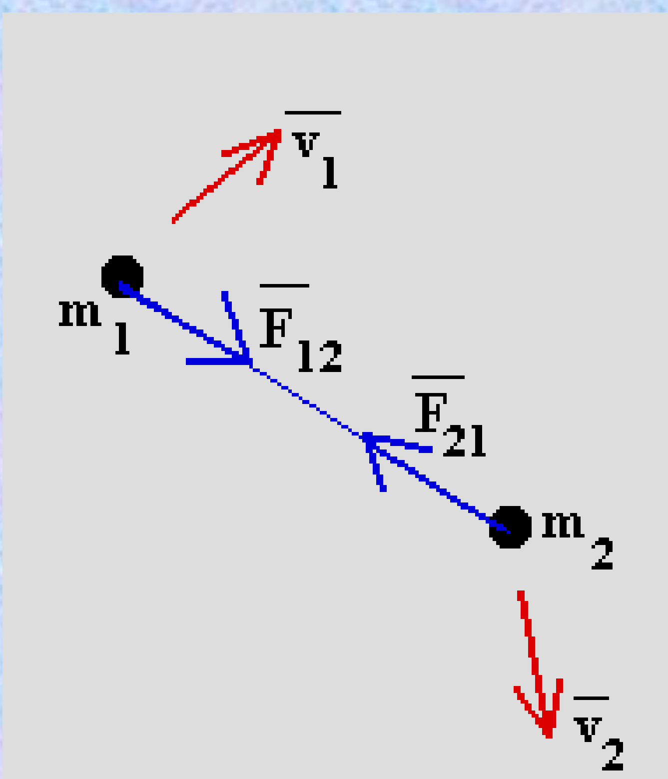
Se lanza una pelota de tenis a una velocidad de 2.5 m/s, siguiendo una trayectoria horizontal. Rebota en una pared y vuelve por el mismo camino, pero con una velocidad de 2 m/s. La pelota pesa 140 g.

a) Determinar el impulso de la fuerza neta sobre la pelota durante el choque. Explique el significado del signo de dicho impulso.
b) ¿Cuál es la fuerza media ejercida por la pelota sobre la pared, si el tiempo de contacto se estima en 0,01 segundos?

Asuma que la pelota inicialmente se mueve a la izquierda.

Conservación del momento lineal

Considérese dos partículas que pueden interactuar entre sí pero que están aisladas de los alrededores. Las partículas se mueven bajo su interacción mutua pero no hay fuerzas exteriores al sistema presentes.



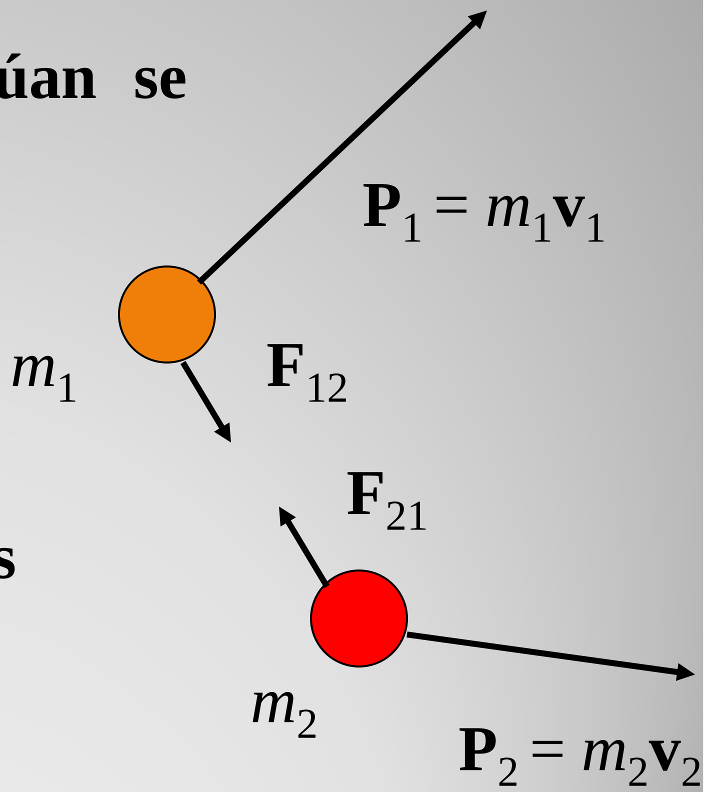
La tercera ley de Newton o Principio de Acción y Reacción establece que ambas fuerzas tendrán que ser iguales y de signo contrario.

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

Conservación de la cantidad de movimiento para dos partículas

Para dos partículas que interactúan se cumple que:

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} \qquad \mathbf{F}_{21} = \frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$



De la tercera ley de Newton, tenemos que:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

De aquí se obtiene que:

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt}+\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2\right)=0$$

Esto significa que:

$$m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}$$

$$p_{antes}=p_{despues}$$

La ley de la conservación del momento lineal establece que siempre que dos partículas aisladas interactúan entre sí, su momento total permanece constante. Además, si la suma vectorial de la fuerzas externas sobre el sistema es cero, la cantidad de movimiento total del sistema también es constante.

Cantidad de movimiento total de un sistema de partículas (A,B,C):

$$\vec{P} = p_A + p_B + p_C + \ldots. = mv_A + mv_B + mv_C + \ldots$$

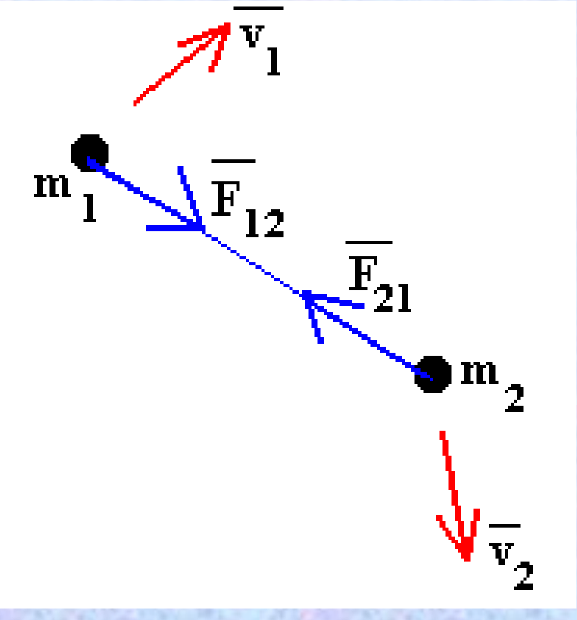
$$\overrightarrow{P_x} = p_{Ax} + p_{Bx} + p_{Cx} + \ldots. = mv_{Ax} + mv_{Bx} + mv_{Cx} + \ldots$$

$$\overrightarrow{P_y} = p_{Ay} + p_{By} + p_{Cy} + \ldots. = mv_{Ay} + mv_{By} + mv_{Cy} + \ldots$$

$$\overrightarrow{P_z} = p_{Az} + p_{Bz} + p_{Cz} + \ldots. = mv_{Az} + mv_{Bz} + mv_{Cz} + \ldots$$

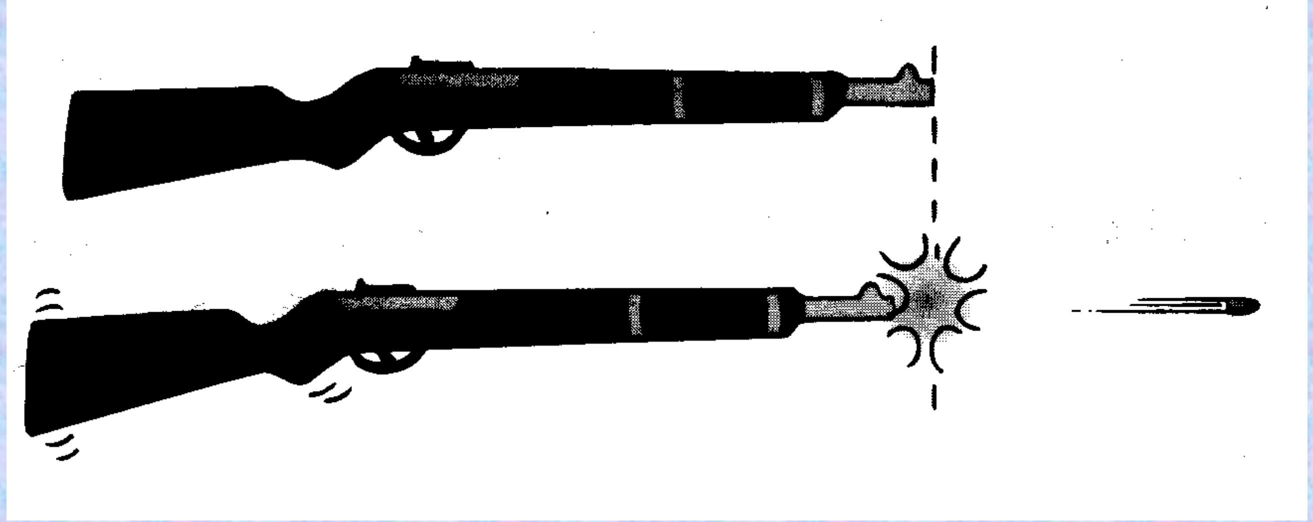
Si la suma vectorial de la fuerzas externas sobre el sistema es cero, la cantidad de movimiento total del sistema también es constante. Entonces, P_x, P_y y P_z son constantes.

Conservación del momento lineal



El principio de conservación del momento lineal afirma que el momento lineal total del sistema de partículas permanece constante, si el sistema es aislado

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d\left(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2\right)}{dt} = 0$$



Ejemplo:

Se dispara una bala de 20g con velocidad de 500m/s, con un fusil de 5Kg. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del fusil?

Ejemplo:

Se dispara una bala de 20g con velocidad de 500m/s, con un fusil de 5Kg. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del fusil?

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$0 = (20*0.001*500) + 5v$$

$$v = -2m/s$$

Atención: Inicialmente el conjunto bala-fusil está en reposo, por lo tanto, su cantidad de movimiento es cero.

El signo negativo de la velocidad del fusil es porque la velocidad del fusil es contraria a la de la bala.

Colisiones

Las colisiones son parte de nuestra vida cotidiana, hay dos tipos de colisiones:

- Las elásticas
- Las inelásticas.

Las **colisiones elásticas** son aquellas en que **la energía cinética total se conserva**; se caracterizan por no generar calor.

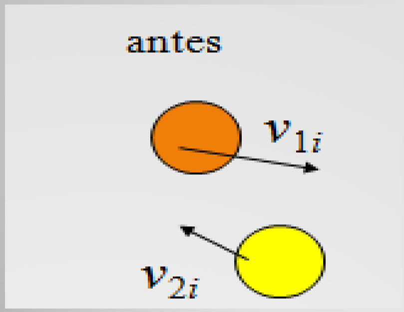
En las **colisiones inelásticas** la energía cinética no se conserva, los objetos que se deforman no vuelven a su forma original, este tipo de colisiones comprenden fuerzas no conservativas como la fricción y generan calor.

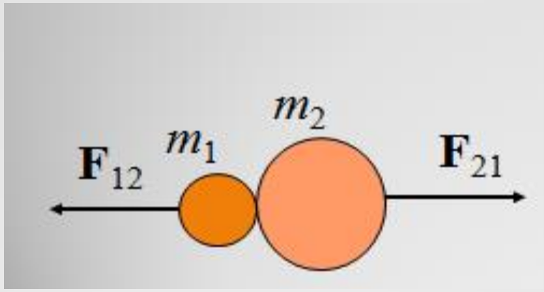
Colisiones

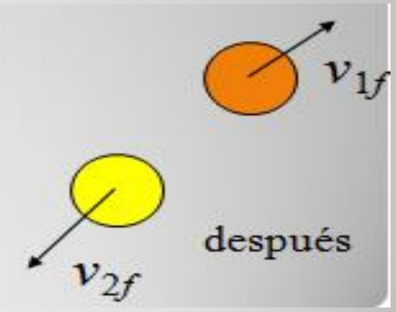
Llamamos colisión a la interacción de dos (o más) cuerpos mediante una fuerza impulsiva. Si m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos, entonces la conservación de la cantidad de movimiento establece que:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Donde v_{1i}, v_{2i}, v_{1f} y v_{2f} son las velocidades iniciales y finales de las masas m_1 y m_2.







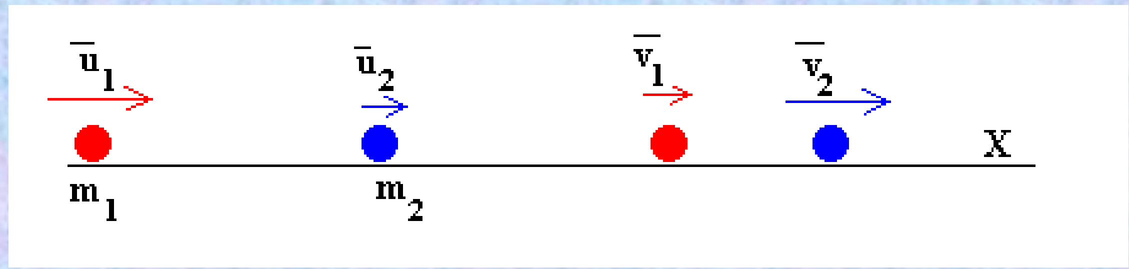
Colisiones

Se emplea el término de colisión para representar la situación en la que dos o más partículas interaccionan durante un tiempo muy corto

El momento lineal total se conserva en las colisiones.

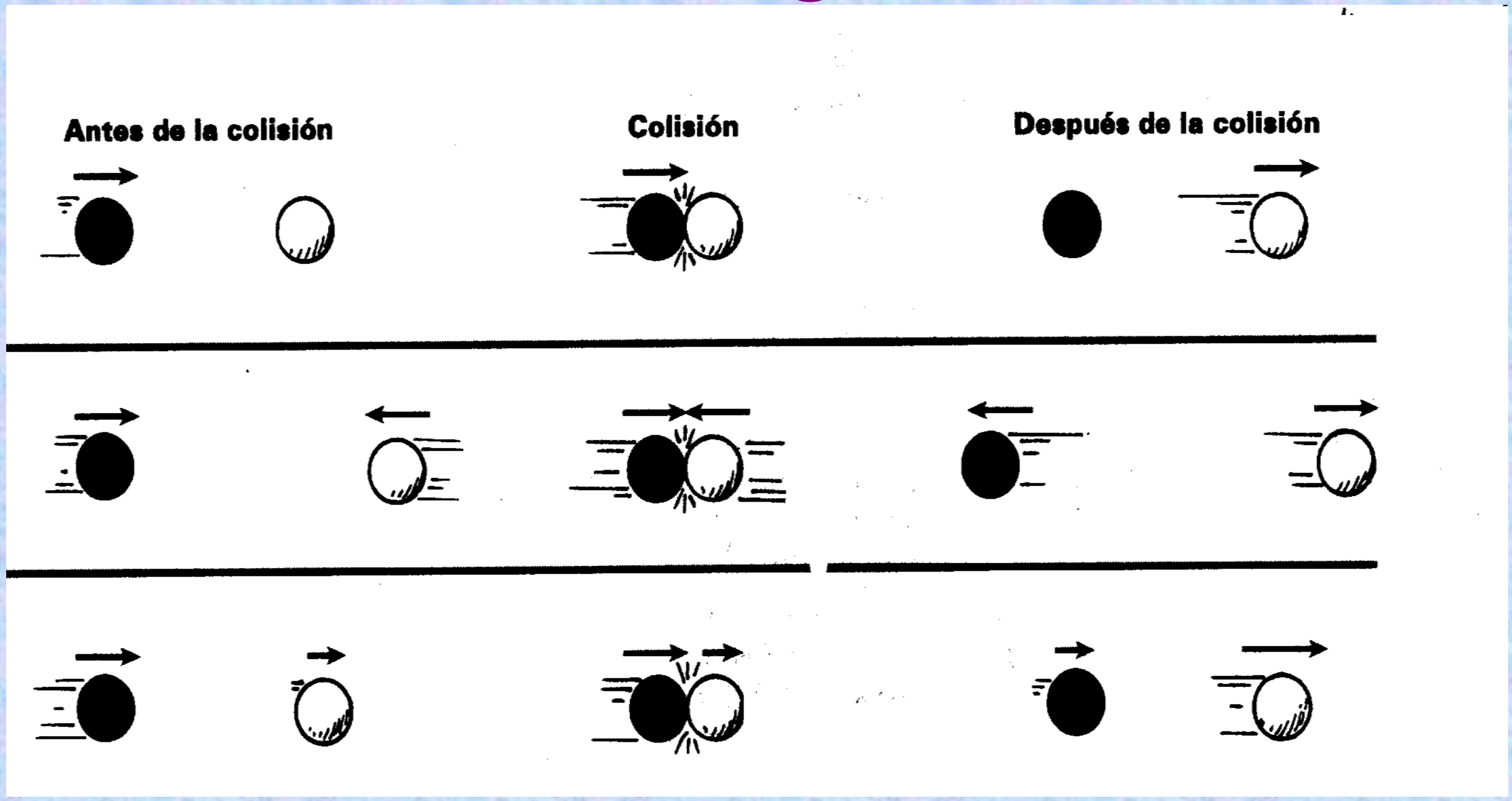
En una colisión elástica la energía cinética se conserva.

En una colisión inelástica no se conserva la energía cinética



$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + Q$$

Colisiones y conservación de la energía:



** En todos los casos la cantidad de movimiento se transfiere o se redistribuye ,sin perdida ni ganancia.*

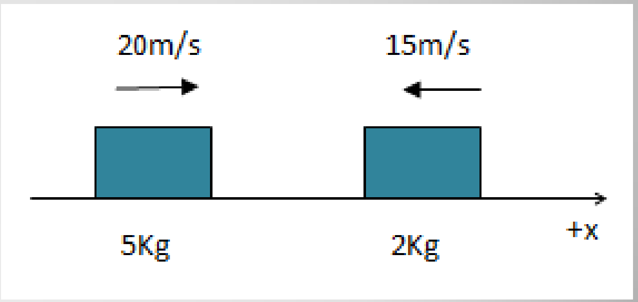
Ejercicio

Una bloque de 5Kg con velocidad de 20m/s, choca con otro bloque de 2Kg, con velocidad de 15m/s, dirigida en sentido contrario. Si se conoce que después del choque los bloques quedan unidos, ¿Cuál será la velocidad del conjunto?

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$(5*20) + (-15*2) = (5+2)*v$$

$$v = 10\ m/s$$



Ejercicio

Un automóvil de 1800 kg está detenido y es golpeado por atrás por otro automóvil de 900 kg y los dos quedan enganchados. Si el auto pequeño se movía a 20 m/s ¿cuál es la velocidad final de los dos?

$$p_i = m_1 v_{1i} = (900)(20) = 18000 \text{ kg m/s}$$

$$p_f = (m_1 + m_2)\, v_f = 2700\, v_f$$

$$2700\, v_f = \mathit{18000}$$

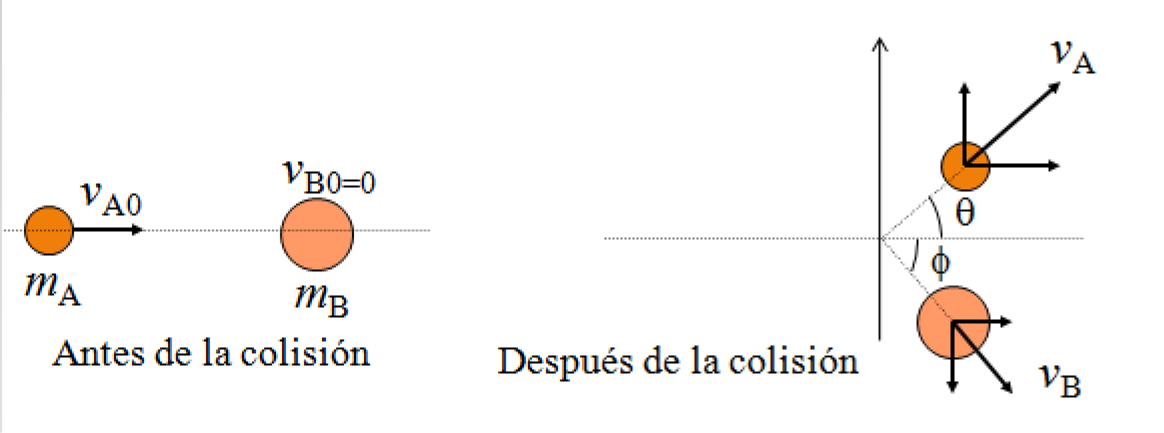
$$v_f = 18000/2700 = 6.67 \text{ m/s}$$

Ejercicio

Una esfera de masa m_A y de velocidad V_{A0} choca con una bola de masa m_B en reposo. La esfera m_A sale disparada formando un ángulo Θ con la horizontal y con velocidad V_A mientras que la esfera m_B se aleja, haciendo un ángulo ϕ con la horizontal y con velocidad v_B, tal como se muestra en la figura. Calcular v_A y v_B.

Sobre el eje x se tiene: $m_A v_{AO} + 0 = m_A v_A \cos\Theta + m_B v_B \cos\phi$

Sobre el eje y se tiene: $0 + 0 = m_A v_A \operatorname{sen}\Theta - m_B v_B \operatorname{sen}\phi$



Ejercicio

Una esfera de masa m_A y con velocidad V_A (hacia la derecha) choca perpendicularmente con otra esfera de masa m_B , con velocidad v_B (hacia arriba). Después del choque los cuerpos quedan unidos. Calcular la velocidad *v* del conjunto (magnitud y dirección).

Atención: Debido a que p es una cantidad vectorial se debe realizar un análisis en sus dos componentes.

Ejercicio

Una esfera de masa m_A=2Kg y con velocidad V_A=4m/s en la dirección x, choca con otra bola B, de 3Kg de masa y con velocidad 2m/s en la dirección y. Después del choque los cuerpos quedan unidos. Calcular la velocidad *v* del conjunto (magnitud y dirección).

Respuesta: $v = 2m/s; \Theta = 37^0$

Ejercicio:

Considere un pez de 6 kg que nada hacia otro pez de 2 kg que esta en reposo y se lo traga . Si el pez mas grande nada a 1 m/s ,¿cuál es su velocidad inmediatamente después del almuerzo?

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

Cantidad de movimiento (antes del almuerzo)= cantidad de movimiento (después del almuerzo)

(6kg) (1m/s) + (2kg) (0m/s) = (6kg + 2kg) (Vdespues)

6kg.m/s = (8kg) (Vdespues)

(Vdespues) = (6kg . m/s) / 8kg

(Vdespués) =3/4 m/s

Ejercicio:

Que pasa si el pez pequeño no esta en reposo sino que nada hacia el pez grande a 2 m/s.

Ahora tenemos direcciones opuestas. Si consideramos la dirección del pez grande como positiva , entonces la velocidad del pez pequeño es de –2 m/s . tomando en cuenta el signo negativo vemos que :

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

(6kg) (1 m/s) + (2kg) (-2 m/s) = (6kg + 2kg) (Vdespues)

(6kg. M/s) + (-4kg.m/s) = (8kg) (Vdespues)

(2kg.m/s) / 8 kg = (Vdespues)

(V despues) = ¼ m/s

Tarea:

Una bola de billar de 0,5 Kg de masa choca contra la banda de la mesa formando un ángulo de 30º y sale rebotada con el mismo ángulo. El módulo de su velocidad antes y después del choque es de 1 m/s. La variación de la cantidad de movimiento en el choque es de:

A. 0 kg.m/s

B. 0,5 kg.m/s

C. 0,25 kg.m/s

D. 1 kg.m/s

Tarea:

Se dinamita una roca y se fragmenta en tres pedazos; dos de ellos salen despedidos en ángulo recto, y sus masas y velocidades son, respectivamente, 10 y 20 Kg. y 15 y 10 m/s. La velocidad del tercer pedazo es 5 m/s. ¿ Cuanto pesaba la roca ?

A. 80 Kg.

B. 70 Kg.

C. 60 Kg.

D. 50 Kg.

Colisiones Inelásticas

Es un choque en el que la energía cinética total final es menor que la inicial.

Ejemplos:

- Una albóndiga que cae en un plato de espagueti.
- Una bala que se incrusta en un bloque de madera.
- Un choque inelástico en el que los cuerpos se pegan y luego se mueven como uno solo es un ejemplo de choque *totalmente inelástico.*
- Dos autos que chocan violentamente y rebotan. (El trabajo efectuado para deformar las defensas del auto no se pueden recuperar luego como energía cinética de los autos)

Ejercicio:

Se tienen dos deslizadores que se acercan uno al otro sobre un riel de aire sin fricción. Después de chocar los deslizadores quedan pegados. Las masas son m_A=0.50kg y m_B=0.30kg con velocidades v_{A1x}=+2.0m/s y v_{B1x}=-2.0m/s respectivamente.

a) Determinar la velocidad común final v_{2x}.

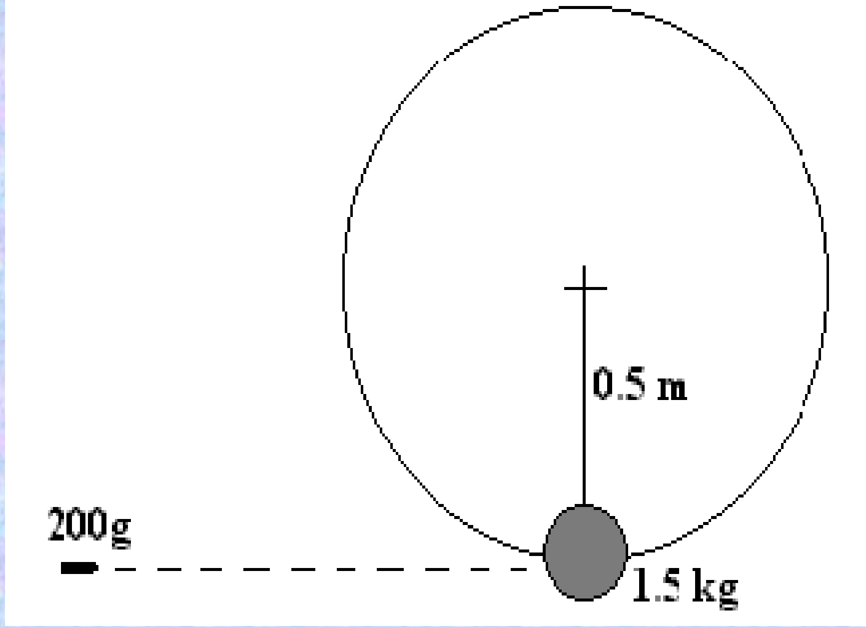
b) Demostrar que el choque es inelástico.

Recordar:

En todo choque en el que se puede hacer caso omiso de las fuerzas externas, la cantidad de movimiento se conserva y es la misma antes y después del choque. Pero la energía cinética total sólo es igual antes y después si el choque es elástico.

Ejercicio: (Péndulo balístico)

Una bala de 200g choca con un bloque de 1.5 kg que cuelga de una cuerda, sin peso de 0.5 m de longitud, empotrándose en el bloque. A este dispositivo se le denomina péndulo balístico. Responder las siguientes preguntas:



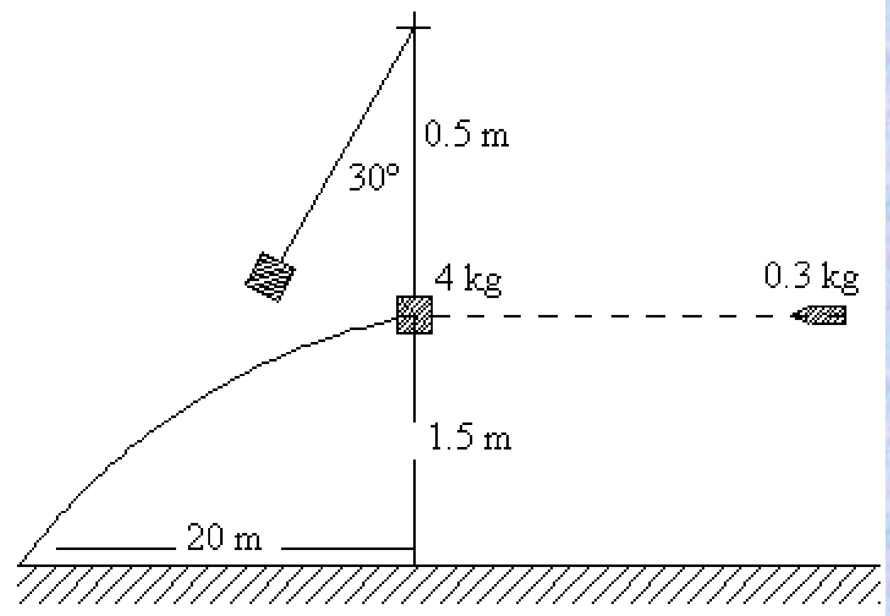
a) ¿Cuál es la velocidad del péndulo inmediatamente después del impacto si el péndulo se desvía 30^0?

b) ¿ Y cuál es la velocidad de la bala?

c) Determinar la tensión de la cuerda en el punto mas alto de la trayectoria circular si la velocidad de la bala es 45m/s.

Tarea:

Una bala de masa 0.3 kg y velocidad desconocida choca contra un saco de 4 kg suspendido de una cuerda de 0.5 m de largo y en reposo. Después del choque el saco se eleva hasta que la cuerda hace un ángulo de 30º con la vertical, mientras tanto la bala describe una parábola, estando el punto de impacto a 20 m de distancia horizontal y 1.5 m por debajo. Determinar:



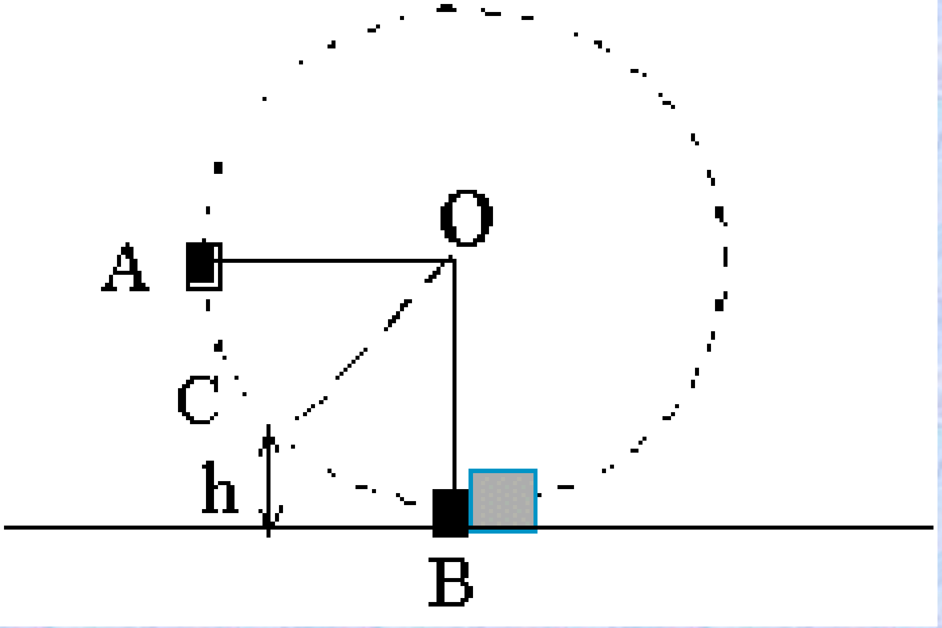
a) La velocidad del saco y la de la bala inmediatamente después del choque

b) La velocidad de la bala antes del choque y la energía perdida en el mismo

c) La tensión de la cuerda cuando esta hace 10º con la vertical

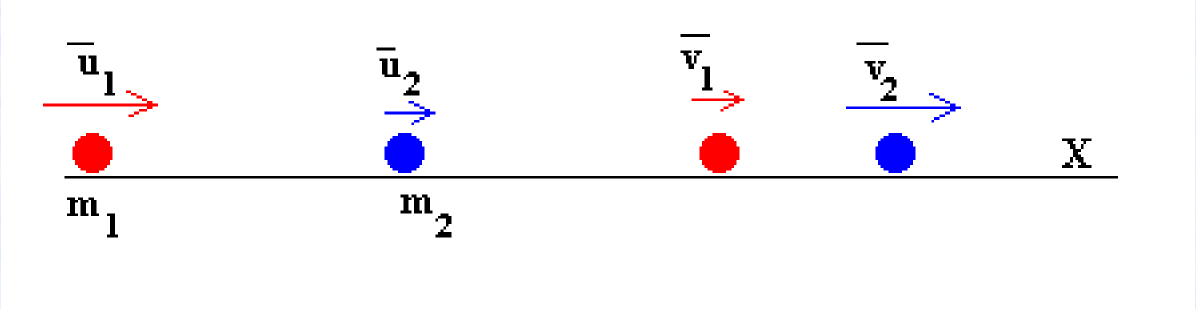
Tarea:

El péndulo simple de la figura consta de una masa puntual m1=20 kg, atada a una cuerda sin masa de longitud 1.5 m. Se deja caer desde la posición A. Al llegar al punto más bajo de su trayectoria, punto B, se produce un choque perfectamente elástico con otra masa m2=25 kg, que se encuentra en reposo en esa posición sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Como consecuencia del choque, la masa m1 rebota hasta alcanzar la posición C a altura h del suelo. Determinar:



- La velocidad de m1 al llegar a la posición B antes del choque y la tensión de la cuerda en ese instante.
- Las velocidades de m1 y m2 después del choque.
- La energía cinética que pierde m1 en el choque.
- La altura h al que asciende la masa m1 después del choque

Coeficiente de restitución



Las velocidades después del choque están relacionadas con las velocidades antes del choque, por la expresión:

$$v_1 - v_2 = -e(u_1 - u_2)$$

e es el **coeficiente de restitución** y tiene un valor entre 0 para un choque inelástico y 1 para un choque elástico. Esta relación fue propuesta por Newton y tiene validez solamente aproximada.

Ejercicio: (Coeficiente de restitución)

Si desde una altura de 2,5m se deja caer un balón sobre el suelo, de tal forma que la pelota rebota hasta una altura de 0,8m; determinar el coeficiente de restitución “e”.

TAREA: (Coeficiente de restitución)

Si desde la azotea de un edificio de 64 m de altura dejamos caer una pelota cuyo coeficiente de restitución con el pavimento de la calle es e=1/2, la altura a la que asciende después de rebotar 3 veces contra el suelo será:

R= 1 m

CENTRO DE MASA

En esta sección se describe el movimiento total de un sistema mecánico en función de un punto especial llamado el **centro de masa** del sistema. El C.M. representa la posición media ponderada por la masa de las partículas del sistema.

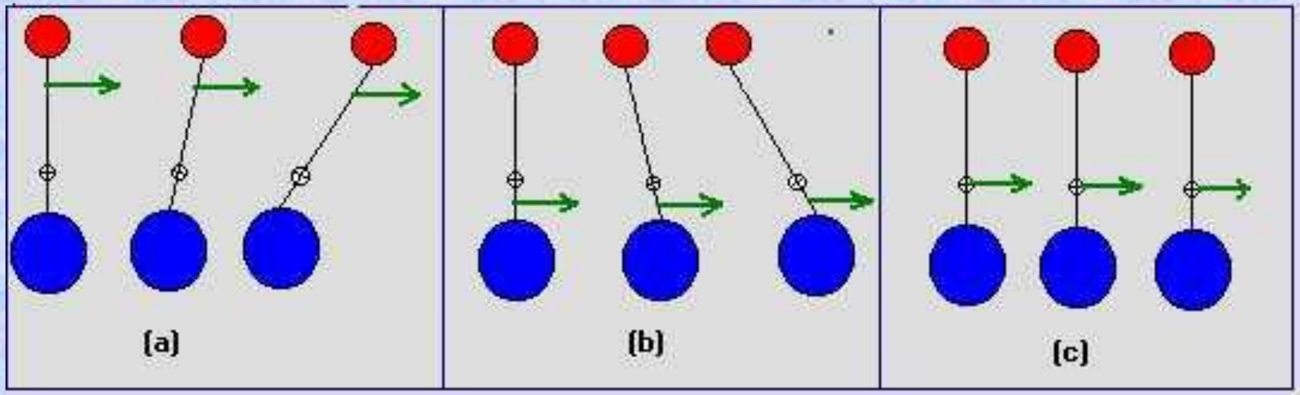
Un sistema mecánico se mueve como si toda su masa estuviera concentrada en el centro de masa.

Además, si la fuerza externa resultante sobre el sistema es **F** y la masa total es **M**, el centro de masa se mueve con una aceleración

$$\mathbf{a_{cm} = F / M.}$$

CENTRO DE MASA

El centro de masa se localiza en algún punto sobre la línea que une las partículas y está mas cercano a la masa mas grande.



Si una fuerza aislada se aplica en algún punto sobre la barra entre el centro de masa y la masa mas pequeña, el sistema gira en el sentido de las manecillas del reloj

$$X_{CM} = \frac{m1x1 + m2x2}{m1 + m2}$$

Para *n* partículas

Podemos extender el concepto de centro de masa a un sistema de muchas partículas en 3 dimensiones. La coordenada *x* del centro de masa de *n* partículas se define como:

$$X_{CM} = \frac{m1x1 + m2x2 + m3x3 + \ldots. + m_n x_n}{m1 + m2 + m3 + \ldots m} = \frac{\sum mi\,xi}{\sum mi}$$

$$Y_{CM} = \frac{\sum mi\,yi}{M} \quad y \quad Z_{CM} = \frac{\sum mi\,zi}{M}$$

Derivando la ecuación del vector posición del centro de masa del sistema se tiene:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$$

$$M\,\vec{v}_{cm} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots = \vec{P}$$

La cantidad de movimiento total del sistema es igual a la masa total multiplicada por la velocidad del centro de masa.

Cuando fuerzas externas actúan sobre un cuerpo o un conjunto de partículas, el centro de masa se mueve como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto y sobre ella actuará una fuerza neta igual a la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

$$M\,\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \cdots$$

$$\sum \vec{F}_{neta} = \sum \vec{F}_{ext} + \cancel{\sum \vec{F}_{\mathrm{int}}} = M\,\vec{a}_{cm}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\,\vec{a}_{cm} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Ejercicio: (Centro de masa)

De la siguiente figura determine el centro de masa del sistema:

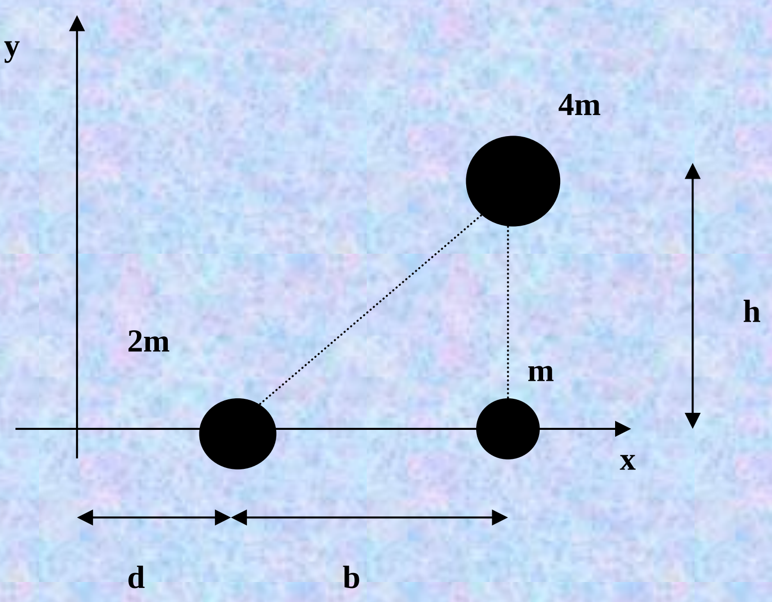
a) (d + 5/7 b) i + (4/7h) j

b) (5/7 b) i + j

c) (d + 5 b) i + (4) j

d) (d - 5/7 b) i + (7) j

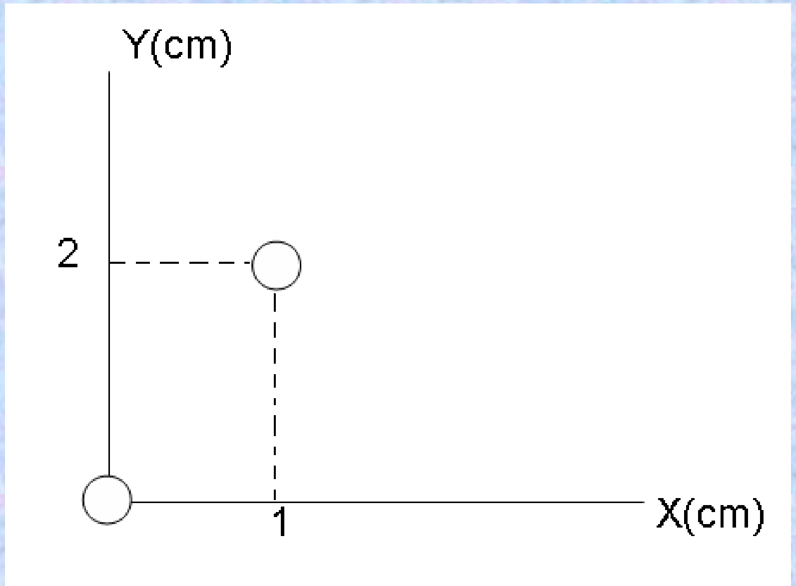
e) (d + 4/7 b) i + (5/7) j



Ejercicio:

Las partículas que aparecen en el gráfico son de igual masa. En que punto debe colocarse otra esfera igual para que el centro de masa se encuentre en (4/3,2/3):

a) (2,1) cm
b) (2,3) cm
c) (3,0) cm
d) (0,3) cm
e) Falta la masa de las esferas



Pregunta:

Un cañón dispara un proyectil que sigue una trayectoria sensiblemente parabólica. Cuando el proyectil se encuentra en vuelo estalla en numerosos fragmentos. Señale cual de las siguientes afirmaciones es cierta:

A. El centro de masas de los fragmentos se desvía de la trayectoria parabólica que seguía el proyectil.

B. El centro de masas del proyectil desaparece.

C. El centro de masas del proyectil, que es el mismo que el centro de masas de los fragmentos, continúa su trayectoria como si no se hubiera producido la explosión.

D. El centro de masas de los fragmentos permanece fijo en el punto donde se produce la explosión.

Pregunta:

El vector de posición del c.d.m. de un sistema de partículas viene dado por la expresión $r_{CM} = 0{,}5t^2\ i + 5t^2\ j$. Si t es el tiempo, podemos entonces decir que sobre el sistema de partículas:

a) Actúa una fuerza constante
b) Actúa una fuerza que depende del tiempo
c) No actúa ninguna fuerza.
d) No hay suficiente información para saber si actúa una fuerza.

Ejercicio:

Desde el extremo de una plataforma móvil de 80 kg, inicialmente en reposo, un niño de 40 kg corre hacia el otro extremo a una velocidad constante de 1 m/s. Determinar la velocidad de la plataforma y el sentido de su movimiento. ¿Qué principio físico se aplica?